



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>





UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK GENT



95

Digitized by Google



Math. 580

**RÉCRÉATIONS
MATHÉMATIQUES
ET
PHYSIQUES.**

TOME SECOND.

THE UNIVERSITY OF

NEW YORK LIBRARY

ASTOR LENOX TILDEN

BOOKS

RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES,

QUI CONTIENNENT les Problèmes & les Questions les plus remarquables, & les plus propres à piquer la curiosité, tant des Mathématiques que de la Physique ; le tout traité d'une manière à la portée des Lecteurs qui ont seulement quelques connoissances légères de ces Sciences.

*Par feu M. OZANAM, de l'Académie royale
des Sciences, &c.*

NOUVELLE EDITION, totalement refondue & considérablement
augmentée par M. de C. G. F.

TOME SECOND,

Contenant la *Mécanique* & l'*Optique*, avec l'*Acoustique*
& la *Musique*.



A PARIS, RUE DAUPHINE,
Chez CL. ANT. JOMBERT, fils aîné, Libraire du Roi
pour le Génie & l'Artillerie.

M. DCC. LXXVIII.
AVEC APPROBATION, ET PRIVILÈGE DU ROI.



RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

TROISIÈME PARTIE,
*CONTENANT divers Problèmes de
Mécanique.*

APRÈS l'arithmétique & la géométrie, celle des sciences physico-mathématiques dont la certitude paroît appuyée sur les fondements les plus simples, est la mécanique; c'est aussi celle dont les principes, combinés avec la géométrie, sont les plus féconds, & le plus fréquemment employés dans les autres parties des mathématiques mixtes. Aussi tous les mathématiciens qui se sont attachés à suivre le développement des connoissances mathématiques, font-ils immédiatement
Tome II, A

2 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

succéder la mécanique aux mathématiques pures ; & en cela nous les imiterons.

Au reste , nous supposons ici nos lecteurs , comme dans toutes les autres parties des mathématiques que nous traiterons , nous les supposons , dis-je , instruits des principes fondamentaux de la science dont nous parlons ; par exemple , quant à la mécanique , des principes de l'équilibre & de l'hydrostatique , des loix principales du mouvement , &c ; car il n'est pas question ici d'enseigner ces principes , mais seulement de présenter quelques-uns des problèmes les plus singuliers & les plus remarquables de la mécanique. Après cet avertissement , nous entrons en matière.

P R O B L Ê M E I.

Faire qu'une boule rétrograde sans aucun obstacle apparent.

PLACEZ sur le tapis d'un billard une bille , & frappez-la , sur le côté , d'un coup perpendiculaire au billard & avec le tranchant de la main ; vous la verrez marcher quelques pouces du côté où doit la porter ce coup ; puis rétrograder en roulant , sans avoir rencontré aucun obstacle , & comme d'elle-même.

R E M A R Q U E.

CET effet n'est point contraire au principe de mécanique si connu , sçavoir , qu'un corps mis une fois en mouvement dans une direction , continue de s'y mouvoir tant qu'aucune cause étrangère ne l'en détourne. Car , dans le cas proposé , voici comment se passent les choses.

Le coup imprimé , comme on vient de dire , à

la bille, lui donne deux mouvements, un de rotation autour de son centre, & un autre direct, par lequel son centre se meut parallèlement au tapis, dans la direction du coup. Ce dernier mouvement ne s'exécute qu'en frottant sur le tapis ; ce qui l'anéantit bientôt. Mais le mouvement de rotation autour du centre subsiste ; & , le premier une fois cessé, il fait rouler la bille comme pour revenir sur elle-même. Ainsi il n'y a , dans cet effet, rien que de très-conforme aux loix connues de la mécanique.

P R O B L Ê M E II.

Faire une boule trompeuse au jeu de Quilles.

PRENEZ une boule de jeu de quilles, & faites-y un trou qui n'aille point jusqu'au centre ; mettez-y du plomb, & bouchez-le si bien qu'il ne soit pas aisé de le découvrir. Quoiqu'on roule cette boule en la jettant droit vers les quilles, elle ne manquera pas de se détourner, à moins qu'on ne la jette, par hasard ou par adresse, de telle sorte que le plomb se trouve dessus ou dessous en faisant rouler la boule.

R E M A R Q U E.

C'EST-LA le principe du défaut qu'ont toutes les billes de billard ; car, comme elles sont faites d'ivoire, & que dans une masse d'ivoire il y a toujours des parties plus solides les unes que les autres, il n'y a peut-être pas une bille dont le centre de gravité soit au centre de figure. Cela fait que toute bille se détourne plus ou moins de la ligne dans laquelle elle est poussée, lorsqu'on lui imprime un petit mouvement, comme pour donner son acquit vers le milieu de l'autre moitié du bil-

A ij

4 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

lard , à moins que l'endroit le plus lourd (qu'on appelle *le fort*) ne soit mis dessus ou dessous. J'ai ouï dire à un grand fabricant de billards , qu'il donneroit deux louis d'une bille qui-n'eût ni fort ni foible , mais qu'il n'en avoit jamais trouvé qui fût parfaitement exempte de ce défaut.

De-là il suit que , lorsqu'on tire sur une bille fort doucement , on s'impute souvent de l'avoir mal prise & d'avoir mal joué , tandis que c'est la suite du défaut de la bille qu'on a poussée. Un bon joueur de billard doit conséquemment , avant de s'engager dans une forte partie , avoir adroitement éprouvé sa bille , pour connoître le fort & le foible. Je tiens cette regle d'un excellent joueur de billard.

PROBLÈME III.

Comment on peut construire une balance qui paroisse juste étant vuide , aussi-bien que chargée de poids inégaux.

NO T R E dessein n'est assurément pas d'enseigner une supercherie aussi condamnable , mais uniquement de montrer qu'on doit être en garde contre les balances qui paroissent les plus exactes , & qu'en achetant des matieres précieuses , si on ne connoît pas le vendeur , il est à propos de faire l'essai de la balance. Il est en effet possible d'en faire une qui , étant vuide , sera parfaitement en équilibre , & qui néanmoins sera fausse. Voici comment.

Soient deux bassins de balance inégaux en pesanteur ; le plus pesant A , & le plus léger B. Si l'on donne aux bras de la balance des longueurs

M É C A N I Q U E.

5

inégales dans la même raison , & qu'on suspende le bassin le plus pesant A , à l'extrémité du bras le plus court , & le plus léger B , à celle du bras le plus long , ces bassins , étant vuides , resteront en équilibre. Mais ils y seront encore quand on y mettra des poids qui seront entr'eux dans la même raison que les bassins. Ainsi celui qui ignorera l'artifice croira que ces poids seront égaux , & il sera trompé.

Si , par exemple , un des bassins pesoit 15 & l'autre 16 , & que , réciproquement , les bras d'où ils seroient suspendus eussent l'un 16 pouces & l'autre 15 de longueur , il y auroit équilibre les bassins étant vuides , & ils y resteroient lorsqu'on y mettroit des poids qui seroient entr'eux dans le rapport de 15 à 16 , le plus pesant étant mis dans le bassin le plus lourd. Il seroit même difficile de s'appercevoir de cette inégalité des bras de la balance. A chaque pesée donc qu'on feroit avec cette balance , en mettant le poids dans le bassin le plus pesant & la marchandise dans l'autre , l'acheteur seroit trompé d'un seizieme ou d'une once par livre.

Mais il y a un moyen facile de démêler la tromperie , c'est de transposer les poids ; car , s'ils ne sont plus en équilibre , c'est une preuve que la balance est infidelle.

P R O B L È M E I V.

Trouver le centre de gravité de plusieurs poids.

LA solution de divers problèmes de mécanique dépend de la connoissance de la nature du centre de

A iii

6 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

gravité. C'est pourquoi nous allons exposer ici les premiers traits de cette théorie.

On appelle centre de gravité dans un corps, le point autour duquel toutes ses parties se balancent, de manière que s'il étoit suspendu par-là, il resteroit indifféremment dans toutes les situations où on le mettroit autour de ce point.

Il est aisé de voir que, dans les corps réguliers & homogènes, ce point ne peut être autre que celui de figure. Ainsi, dans un globe, dans un sphéroïde, c'est le centre; dans un cylindre, c'est le milieu de l'axe.

On trouve le centre de gravité entre deux poids ou corps de différente pesanteur, en divisant la distance de leurs points de suspension en deux parties qui soient comme leurs poids, en sorte que la plus courte soit du côté du plus pesant, & la plus longue du côté du plus léger. C'est là le principe des balances à bras inégaux, où, avec un même poids, on pèse plusieurs corps de différentes pesanteurs.

Lorsqu'il y a plusieurs poids, on cherche par la règle précédente le centre de pesanteur de deux; on les suppose ensuite réunis dans ce point, & l'on cherche le centre de gravité commun avec le troisième poids, & les deux premiers réunis dans le point premièrement trouvé; & ainsi de suite.

Pl. I, Soient, par exemple, les poids A, B, C, suspendus des trois points D, E, F, de la ligne ou balance DF, que nous supposons sans pesanteur. Que le poids A soit de 108 livres, B de 144, & C de 180; la distance DE de 11 pouces, & EF de 9 pouces.

Cherchez d'abord entre les poids B & C, le centre commun de gravité; ce que vous ferez, en divisant la distance EF ou 9 pouces en deux

parties , qui soient comme 144 & 180 , ou 5 & 4. Ces deux parties sont 5 & 4 pouces , dont la plus grande doit être placée du côté du plus foible poids : ainsi , le poids B étant le moindre , on aura EG de 5 pouces , & FG de 4 ; conséquemment , DG sera de 16.

Supposez à présent au point G les deux poids B & C réunis en un seul , qui sera par conséquent de 324 livres ; divisez la distance DG , ou 16 pouces , dans la raison de 108 à 324 , ou de 1 à 3 : l'une de ces parties sera 12 , & l'autre 4. Ainsi , le poids A étant moindre , il faut prendre DH égale à 12 pouces , & le point H sera le centre de gravité commun des trois poids.

On eût trouvé la même chose , si l'on eût commencé à réunir les poids A & B.

La règle est enfin la même , quel que soit le nombre des poids , & quelle que soit leur position dans une même ligne droite ou dans un même plan , ou non.

En voilà assez , pour cet ouvrage , sur le centre de gravité : on doit recourir aux livres de mécanique , pour diverses vérités curieuses auxquelles cette considération donne lieu. Nous nous bornerons à observer un beau principe de mécanique qui en découle : le voici.

Si plusieurs corps ou poids sont tellement disposés entr'eux , qu'en se communiquant leur mouvement , leur centre de gravité commun reste immobile , ou ne s'écarte point de la ligne horizontale , c'est-à-dire ne hausse ni ne baisse , alors il y aura équilibre.

Ce principe porte presque sa démonstration avec son énonciation ; & nous pourrions nous en

8 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

servir pour démontrer toutes les propriétés des machines : mais nous laissons au lecteur le soin de faire cette application.

REMARQUE.

C'EST ici le lieu de remplir la promesse que nous avons faite dans le Tome précédent , page 411 , de résoudre un problème géométrique , dont nous avons dit que la solution ne nous paroissoit pouvoir se déduire que de la propriété du centre de gravité.

Pl. 1, Soit donc le polygone irrégulier proposé AB-
fig. 2, CDEA , dont les côtés soient divisés en deux éga-
n° 1. lement en a, b, c, d, e , d'où résulte le nouveau polygone $abcdea$; que ses côtés soient divisés pareillement en deux parties égales par les points a', b', c', d', e' , qui, réunis, donneront un troisieme polygone $a'b'c'd'e'a'$; & ainsi de suite. Nous demandions dans quel point se terminera cette division.

Pour le trouver , imaginez aux points a, b, c, d, e , &c. des poids égaux , & cherchez-en le centre de gravité ; ce sera le point cherché.

Fig. 2, Or , pour trouver ce centre de gravité , on s'y
n° 2. prendra de la maniere suivante , qui est très-simple. Tirez d'abord ab , & que son milieu soit le point f ; ensuite tirez fc , & partagez-la en g , de sorte que fg en soit le tiers ; menez encore gd , & que gh en soit le quart ; ayant enfin mené he , que hi en soit la cinquieme partie : le poids e étant le dernier , le point i fera , comme on peut se le démontrer par ce qu'on a dit plus haut , le centre de gravité des cinq poids égaux placés en a, b, c, d, e , & résoudra le problème proposé.

PROBLÈME V.

Trouver les parties d'un poids que deux personnes soutiennent à l'aide d'un levier ou d'une barre qu'elles portent par ses extrémités.

IL est aisé de voir que si le poids C étoit précisément au milieu de la barre AB, les deux personnes en porteroient chacune la moitié. Mais si le poids n'est pas au milieu, on démontre, & il est aisé de se le démontrer, que les parties du poids soutenu par les deux personnes, sont en raison réciproque de leur distance au poids. Il est donc question de le diviser en raison des distances; & la plus grande portion sera celle que soutiendra la personne la plus voisine du poids, & la moindre sera celle que soutiendra la plus éloignée. Ce calcul se fera par la proportion suivante.

Comme la longueur totale du levier AB est à la longueur AE, ainsi le poids total est au poids soutenu par la puissance qui est à l'autre extrémité B; ou comme AB est à BE, ainsi le poids total est à la partie soutenue par la puissance placée en A.

Soient, par exemple, AB de 6 pieds, le poids C de 150 livres, AE de 4 pieds, & BE de deux; vous aurez cette proportion, comme 6 est à 4, ainsi 150 à un quatrième terme, qui sera 100. Ainsi le porteur placé à l'extrémité B portera 100 livres; conséquemment la puissance placée en A ne sera chargée que de 50 livres.

REMARQUE.

LA solution de ce problème donne le moyen de répartir un poids proportionnellement à la force

10 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

des agents qu'on emploie à le soulever. Car, si l'un des deux est, par exemple, de la moitié moins fort que l'autre, il n'y aura qu'à le placer à une distance du poids double de l'autre.

PROBLÈME VI.

Comment on peut distribuer commodément 4, 8, 16, 32 hommes, à porter un fardeau considérable sans s'embarraffer.

Pl. i, **SI** le fardeau peut être porté par quatre hommes, fig. 4 après l'avoir attaché au milieu d'un grand levier AB, faites porter les extrémités de ce levier sur deux autres plus courts CD, EF, & à chacun des points C, D, E, F, appliquez un homme : il est évident que le poids sera distribué également entre les quatre.

S'il faut huit hommes, faites à l'égard de chacun des leviers CD, EF, ce que vous avez fait à l'égard du premier, c'est-à-dire, que les extrémités du levier CD soient portées par les leviers plus courts *ab*, *cd*, & celles du levier EF par les leviers *ef*, *gh*; enfin mettez un homme à chacun des points *ab*, *cd*, *ef*, *gh*: vous aurez huit hommes également chargés.

On peut de même porter les extrémités des leviers ou barres, *ab*, *cd*, *ef*, *gh*, par de nouvelles barres disposées à angles droits avec celles-là; & , au moyen de cet artifice, le poids sera distribué entre seize hommes; & ainsi de suite.

J'ai ouï dire qu'on emploie à Constantinople cet artifice pour enlever les plus grands fardeaux, comme des canons, des mortiers, des pierres énormes, &c. On m'a ajouté que c'est une chose

remarquable que la vitesse avec laquelle on transporte ces fardeaux d'un lieu à un autre.

P R O B L È M E V I I.

Une corde ACB, d'une longueur déterminée, étant attachée lâche par ses deux bouts, à deux points d'inégale hauteur A & B, on demande quelle position prendra le poids P, attaché par un cordon à une poulie qui roule librement sur cette corde.

DES points A & B soient abaissées les verticales Pl. 1, indéfinies AD, BE; puis du point A, avec une ouverture de compas égale à la longueur de la corde, soit décrit un arc de cercle coupant la verticale BE en E, & du point B soit décrit un pareil arc de cercle coupant la verticale AD en D; soient enfin tirées les lignes AE, BD: leur intersection en C donnera la position de la corde ACB, lorsque le poids aura pris la situation où il doit rester, & le point C sera celui où s'arrêtera la poulie. Car on peut facilement se démontrer que, dans cette situation, le poids P sera le plus bas qu'il est possible. fig. 5.

P R O B L È M E V I I I.

Faire soutenir un seau plein d'eau, par un bâton dont une moitié ou moins repose sur le bord d'une table.

POUR bien faire entendre la manière d'exécuter ce tour d'équilibre, qui est tout-à-fait mal expliqué dans les anciennes Récréations Mathématiques, soit dans le discours, soit dans la figure qui est

12 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

absurde , nous représenterons seulement , dans la figure fixieme , la coupe de la table & du seau.

Pl. 1, Dans cette figure , soit le dessus de la table fig. 6. AB , sur lequel est posé le bâton CD. Sur ce bâton on passe l'anse du seau HI , en sorte que son plan soit incliné , & que le milieu du seau soit en dedans du rebord de la table. Pour fixer enfin les choses dans cette situation , on place un autre bâton GFE , qui appuie d'un bout contre l'angle G du seau , de son milieu contre le bord F , & par son autre extrémité contre le premier bâton CD en E , où doit être une entaille pour le retenir. Par ce moyen , le seau reste fixe dans cette situation , ne pouvant s'incliner ni d'un côté ni de l'autre ; & l'on peut , s'il n'est pas déjà plein d'eau , l'en remplir avec assurance : car , son centre de gravité étant dans la verticale passant par le point I , qui rencontre elle-même la table , il est évident que c'est la même chose que si le seau étoit suspendu du point de la table où elle est rencontrée par cette verticale. Il est également visible que le bâton ne sçauroit couler le long de la table , ni prendre un mouvement sur son bord , sans faire monter le centre de gravité du seau & de l'eau qu'il contient. Plus enfin il sera lourd , plus la stabilité fera grande.

R E M A R Q U E .

On peut exécuter , d'après le même principe , divers autres tours du même genre , qu'on propose vulgairement dans les livres de mécanique.

Ayez , par exemple , un crochet recourbé DFG , comme on le voit dans la même figure ; faites entrer la partie FD dans le trou de la tige d'une

clé CD, que vous poserez sur le bord d'une table; suspendez au crochet G un poids; disposez le tout en sorte que la verticale GH rencontre le rebord de la table quelque peu en dedans: ce poids ne tombera point, ni la clé, qui peut-être sans cela eût tombé: ce qui résoud cette sorte de problème mécanique proposé en forme de paradoxe: *Un corps tendant à tomber par son propre poids, l'empêcher de tomber, en lui ajoutant un poids précisément du même côté qu'il tend à tomber.* Le poids paroît en effet ajouté de ce côté; mais, dans la réalité, il l'est du côté opposé.

P R O B L È M E I X.

Faire tenir un bâton droit sur le bout du doigt, sans qu'il puisse tomber.

AT T A C H E Z deux couteaux, ou autres corps, à l'extrémité du bâton, de manière que l'un penche d'un côté & l'autre de l'autre, en forme de contre-poids, comme on le voit dans la figure; mettez cette extrémité dessus le bout du doigt: alors le bâton se tiendra sans tomber; & si vous le faites pencher, il se redressera & se remettra dans sa situation. Pl. 2, fig. 7.

Il faut, pour cet effet, que le centre de gravité des deux poids ajoutés & du bâton, se trouve au dessous du point de suspension ou de l'extrémité du bâton, & non à l'extrémité, comme le dit M. Ozanam; car alors il n'y auroit aucune stabilité.

C'est par le même principe que se tiennent droites ces petites figures garnies de deux contre-poids, qu'on fait tourner & se balancer sur une espece de guéridon, portée sur une petite boule

14 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Pl. 2, ou sur la pointe de leur pied. Telle est la petite
fig. 8. figure DE, portée sur le guéridon I, & garnie de
deux balles de plomb attachées par des fils de fer
courbés. Le centre de gravité du tout, qui se
trouve fort au dessous du point d'appui, soutient la
figure droite, & la redresse lorsqu'on la fait pen-
cher; car ce centre tend à se placer le plus bas pos-
sible, ce qu'il ne peut faire sans redresser la figure.

C'est enfin par le même mécanisme qu'on dis-
pose trois couteaux de manière à tourner sur la
Fig. 9. pointe d'une aiguille; car, ces trois couteaux étant
disposés comme on le voit dans la figure neu-
vième, & les ayant mis en équilibre sur la pointe
d'une aiguille qu'on tient à la main, ils ne sçau-
roient tomber, parce que leur centre de gravité
commun est fort au dessous de la pointe de l'ai-
guille qui est sur le point d'appui.

PROBLÈME X.

*Construction d'une figure qui, sans contre-poids,
se relève toujours d'elle-même & se tient de-
bout, quoi qu'on fasse.*

TAILLEZ une petite figure humaine de quelque
matière extrêmement légère, par exemple, de
moëlle de sureau, qui se coupe avec facilité &
fort proprement;

Fig. 10. Faites-lui ensuite une base de forme hémisphéri-
que & d'une matière fort pesante, telle que du
plomb. Une demi-balle de plomb, bien unie dans
sa partie convexe, fera ce qu'il faut. Vous collerez
la figure sur la partie plane de cet hémisphère.

Quoi que vous fassiez alors, cette petite figure,
aussi-tôt qu'elle sera laissée à elle-même, se rele-
vera, parceque le centre de gravité de cette base

hémisphérique étant dans l'axe, tend à s'approcher du plan horizontal autant qu'il se peut ; & cela ne peut arriver , sans que cet axe devienne perpendiculaire à l'horizon ; car la petite figure qui est dessus le dérange à peine de sa place, à cause de la disproportion de sa pesanteur avec celle de la base.

C'est de cette manière qu'étoient formées ces petites figures qu'on appelloit *des Prussiens*, & qu'on vendoit à Paris au commencement de la dernière guerre. On en formoit des bataillons, que l'on renversoit en passant dessus une baguette , & aussitôt on les voyoit relevés.

On a imaginé , depuis peu , de faire des paravants de cette forme , qui se relevent toujours d'eux-mêmes.

P R O B L Ê M E X I .

Sur les deux poulies A , B , passe une corde ACB , Pl. 2, aux extrémités de laquelle sont suspendus les fig. 11. poids P & Q donnés ; au point C est fixé le poids R par le cordon RC noué en C. On demande quelle sera la position que prendront les trois poids & la corde ACB.

SUR une perpendiculaire, ab , à l'horizon, prenez une ligne quelconque ac , & sur cette ligne, comme base, faites le triangle adc tel que ac soit à cd comme le poids R au poids P, & ac à ad comme R à Q ; tirez ensuite par A la parallèle AC indéfinie à cd , & par B la parallèle BC à ad ; le point C d'intersection sera le point cherché , & donnera la position ACB de la corde.

Car, si sur RC prolongé on prend CD égale à ac , & qu'on décrive le parallélogramme EDFC,

16 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

il est visible qu'on aura CF & CE égales à cd , ad ; par conséquent les trois lignes EC , CD , CF , feront entr'elles comme les poids P , R , Q : conséquemment les deux forces tirant de C en F & de C en E , ou selon les lignes CA , CB , seront en équilibre avec la force tirant de C en R .

REMARQUES.

1. Si le rapport des poids étoit tel que le point d'intersection C tombât sur la ligne AB ou au dessus, cela désigneroit que le probleme est impossible. Le poids Q ou le poids P entraînera les deux autres, de maniere que le point C tombe en B ou A ; enforte que la corde ne fera aucun angle.

Ces poids pourroient encore être tels qu'il fût impossible de construire le triangle acd ; comme si l'un des deux étoit égal ou plus grand que les deux autres à-la-fois: car, pour faire un triangle de trois lignes, il faut que chacune soit moindre que les deux autres ensemble. Alors on devroit en conclure que le poids, égal ou supérieur aux deux autres, les entraîneroit tous deux, sans pouvoir s'arranger en équilibre.

2. Si, au lieu d'un nœud C , on supposoit le poids R pendre à une poulie capable de rouler sur la corde ACB , la solution seroit la même; car il est visible que les choses étant dans l'état du premier cas, si, au lieu du nœud en C , on y substituoit une poulie, l'équilibre ne seroit pas troublée. Mais il y auroit une limitation de plus que dans le cas précédent. Il faudroit que le point d'intersection C , déterminé comme ci-dessus, tombât au dessous de l'horizontale menée par le point B ; car, autrement, la poulie rouleroit jusqu'au point B , comme sur un plan incliné.

PROBLÈME

PROBLÈME XII.

Calcul du temps qu'Archimede eût employé, en supposant l'exécution de la machine dont il parloit à Hiéron, pour mouvoir la terre.

TOUT le monde, du moins parmi les mathématiciens, connoît le mot d'Archimede au roi Hiéron, *Donnez-moi un point fixe, & je tirerai la terre de sa place.* Cela donne lieu à un calcul curieux; sçavoir, combien de temps il eût fallu à Archimede pour faire mouvoir la terre d'un pouce seulement, en supposant sa machine exécutée & mathématiquement parfaite, c'est-à-dire sans frottement, sans pesanteur, & dans un parfait équilibre.

Nous supposerons pour cet effet la matiere dont la terre est composée, peser 300 livres le pied cube; ce qui est le poids moyen des pierres mélangées de matieres métalliques, telles que probablement sont celles que la terre contient dans ses entrailles. Cela étant supposé, & la circonférence d'un grand cercle de notre globe étant de 9000 lieues de 2283 toises chacune, on trouvera qu'il contiendra en solidité 12301596000 lieues cubiques, ou 17867789902402452000 toises cubes, ou 3859442618818929632000 pieds cubes; ce qui, à raison de 300 livres le pied cube, fait un poids de 1167832785645678889600000 livres.

On sçait d'un autre côté, par les loix de la mécanique, que, quelle que soit la construction d'une machine, le chemin que parcourt le poids est à celui de la puissance motrice, en raison réciproque de celle-ci au premier. On sçait encore

Tome II.

B

18 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

que la force d'un homme appliqué à une manivelle, ne sçauroit faire qu'un effort d'une trentaine de livres, continué pendant huit ou dix heures avec une vitesse d'environ 1500 toises par heure. Ainsi, en supposant que la machine d'Archimede fût mise en mouvement par une manivelle, que la force de celui qu'il auroit appliqué à sa machine eût été de 30 livres continuellement appliquées à cette manivelle, avec une vitesse de 1500 toises par heure, il eût fallu, pour ébranler la terre d'un pouce, que la puissance motrice eût parcouru l'espace de 38594426188189296320000 pouces; &, divisant cet espace par 1500 toises ou 108000 pouces, on aura pour quotient 357-355798038789808, qui seroit le nombre des heures employées à ce mouvement. Or il y a dans un an 8766 heures, & dans un siecle 876600 : donc, divisant le nombre ci-dessus par ce dernier, on aura celui-ci, 407661188728, qui seroit le nombre des siecles pendant lesquels il eût fallu tourner uniformément la manivelle de la machine, pour faire faire à la terre le chemin d'un pouce. Nous avons négligé la fraction du siecle, comme une minutie inutile dans un pareil calcul.

PROBLÈME XIII.

Avec une très-petite quantité d'eau, comme de quelques livres, produire l'effet de plusieurs milliers de livres.

Pl. 3, **I**L faut dresser un tonneau sur un de ses fonds ;
fig. 12. après quoi vous percerez l'autre d'un trou propre à recevoir un tuyau d'un pouce de diametre, que vous y adapterez ensorte qu'il joigne bien, au

moyen de la poix ou de la filasse. Ce tuyau doit avoir 12 à 15 pieds de hauteur. Vous chargerez ensuite le fond supérieur du tonneau de plusieurs poids, en sorte qu'il soit sensiblement bombé en bas; remplissez enfin votre tonneau d'eau, &, quand il sera plein, continuez d'en verser par le tuyau: l'effort de ce petit cylindre d'eau sera tel que, non-seulement les poids qui tenoient le fond supérieur bombé en bas seront soulevés, mais que, le plus souvent, ce fond sera relevé & arqué en sens contraire.

Il faut avoir soin que le fond d'en bas pose sur la terre, sans quoi le premier effort de l'eau se portera de ce côté, & l'expérience paroîtra manquer.

On pourroit certainement, en donnant plus de hauteur au tuyau, faire crever le fond supérieur du tonneau.

La raison d'un pareil phénomène se déduit & est à-la-fois une démonstration oculaire d'une propriété particulière des fluides; sçavoir, que lorsqu'ils portent sur une base, ils font sur elle un effort proportionnel à la largeur de cette base multipliée par la hauteur. Ainsi, quoique dans cette expérience il n'y ait dans le tuyau qu'environ 150 ou 180 pouces cylindriques d'eau, l'effort est le même que si ce tuyau avoit toute la largeur du tonneau sur les 12 à 15 pieds de hauteur.

Autre Maniere.

Attachez fixément contre une muraille ou un Pl. 3, autre appui ferme, un corps pesant 100 livres ou fig. 13. davantage; ayez ensuite un vase de telle dimension qu'entre ce corps & ses parois il n'y ait que la

B ij

20 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

place d'une livre d'eau, & que ce vase soit suspendu à un des bras d'une balance, dont l'autre bassin soit chargé de 100 livres. Versez dans le premier bassin une livre d'eau, elle soulèvera le bassin chargé de 100 livres.

On n'aura pas de peine à concevoir la cause & la nécessité de cet effet, si l'on a bien conçu l'explication du précédent, car. elles sont les mêmes. Il y a seulement ici cette différence, que l'eau, au lieu d'être rassemblée dans un tuyau cylindrique, l'est dans l'intervalle étroit entre le corps L & le vase qui l'environne; mais cette eau n'en pèse pas moins sur le fond du vase, que s'il étoit entièrement plein d'eau.

Autrement.

Ayez un pied cube de bois de chêne bien sec, qui pèse environ 60 livres, & un vase cubique qui ne l'excede que d'une ligne ou deux dans chacune de ses dimensions. Ce pied cube de bois étant plongé dans le vase, versez-y de l'eau; lorsqu'elle sera parvenue à peu près aux deux tiers de la hauteur, le cube de bois se détachera du fond & surnagera. Ainsi, l'on voit ici un poids de 60 livres céder à une demi-livre d'eau & même moins.

R E M A R Q U E.

ON voit par-là que le vulgaire est dans l'erreur, lorsqu'il pense qu'un corps surnage plus facilement dans une grande quantité d'eau que dans une petite; il y surnagera toujours pourvu qu'il y en ait suffisamment pour que le corps ne touche pas le fond. Si l'on a vu des vaisseaux périr à l'embouchure d'une rivière, ce n'est pas parce qu'il n'y avoit pas assez d'eau, mais parce que le vaisseau

étoit chargé au point d'être prêt à couler bas dans l'eau de mer. Or l'eau de mer étant plus pesante de près d'un trentième que l'eau douce, lorsque le vaisseau a passé de l'une dans l'autre, il a dû s'enfoncer davantage & couler bas. C'est ainsi qu'un œuf qui s'enfonce dans l'eau douce, se soutient sur de l'eau qui tient beaucoup de sel en dissolution.

P R O B L È M E X I V.

Trouver la pesanteur d'un pied cube d'eau.

LA connoissance du poids d'un pied cube d'eau est un des éléments les plus essentiels de l'hydrostatique & de l'hydraulique; c'est pourquoi nous allons enseigner comment on le mesure avec précision.

On pourroit préparer un vase dont la capacité fût précisément d'un pied cube, le peser vuide, & ensuite le peser plein d'eau. Mais, comme les liquides surmontent toujours les bords d'un vase assez considérablement, on n'auroit par-là qu'un résultat assez peu exact. Il y auroit à la vérité moyen d'y remédier; mais l'hydrostatique va nous en fournir d'une grande précision.

Ayez un cube de matière bien homogène, de métal, par exemple, de quatre pouces de côté bien exactement; pesez-le à une bonne balance, pour connoître son poids, à quelques grains près; attachez-le ensuite avec un crin, ou un fil de soie assez fort, au bassin de la même balance, & mesurez de nouveau sa pesanteur pendant qu'il est plongé dans l'eau: l'hydrostatique apprend qu'il perdra précisément autant de poids que pèse un pareil volume d'eau. Ainsi la différence de ces

B iij

22 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

deux poids sera la pesanteur d'un cube d'eau de quatre pouces de côté, ou de la vingt-septieme partie du pied cube : d'où il sera aisé de déduire la pesanteur du pied cube.

Pl. 3, Si vous ne vous piquez pas d'une aussi grande
fig. 14. précision, préparez un cube ou un parallélépipede rectangle, d'une matiere homogene & plus légère que l'eau, comme de bois; pesez-le aussi exactement que vous le pourrez; plongez-le dans l'eau avec précaution, de maniere que l'eau ne le mouille pas au dessus du point où il doit surnager. Je suppose que IKL est la ligne qui marque jusqu'où il s'est plongé dans l'eau. Mesurez le solide ABCDMI, en multipliant sa base par la hauteur; ce sera le volume d'eau déplacé par le corps, lequel volume doit peser autant que le corps lui-même, suivant les principes de l'hydrostatique. Que ce volume d'eau soit de 720 pouces cubes, & que le corps pese 29 livres 3 onces, on sçaura conséquemment que 720 pouces cubes d'eau pesent 29 livres 3 onces: d'où l'on tirera aisément ce que doit peser le pied cube, qui contient 1728 pouces cubes. Car il n'y aura qu'à faire cette proportion; comme 720 pouces cubes sont à 1728, ainsi 29 livres 3 onces à un quatrieme terme, qui sera 70 livres 4 onces.

PROBLÈME XV.

Connoître de deux liqueurs laquelle est la plus légère.

CE problème se résoud ordinairement au moyen d'un instrument assez commun & assez connu, qu'on appelle *Aréometre* ou *Pese-liqueur*. Ce n'est autre chose qu'une petite boule surmontée d'un

tube de 4 à 5 pouces de longueur ; il y a dans la Pl. 3, boule quelques grains de plomb ou un peu de fig. 15. mercure ; & le tout est tellement combiné que , dans une eau d'une pesanteur moyenne , la petite boule & partie du tuyau sont plongées dans l'eau.

On conçoit présentement avec facilité que si cet instrument est plongé dans un fluide, par exemple de l'eau de rivière, qu'on remarque jusqu'où il s'y enfonce, & qu'on le plonge ensuite dans une autre eau, par exemple de l'eau de mer, il s'y enfoncera moins ; & si, au contraire, on le plonge dans une liqueur plus légère que la première, dans de l'huile, par exemple, il s'y plongera davantage. Ainsi, l'on connoitra aisément laquelle des deux liqueurs est la plus pesante ou la plus légère, sans aucune balance. Ces instruments ont d'ordinaire dans leur tuyau une échelle numérotée, pour reconnoître jusqu'à quel point il est plongé.

Mais cet instrument est une machine grossière, en comparaison de celui que M. de Parcieux a donné en 1766 à l'académie royale des sciences. Rien n'est cependant plus simple.

Cet instrument est formé d'une petite bouteille de verre, de deux pouces ou deux pouces & demi au plus de diamètre, & de six à huit pouces de long. La partie inférieure ne doit pas être renfoncée en dedans, afin d'éviter qu'il ne s'y loge de l'air quand on la plongera dans l'eau. On la bouche avec un bouchon de liège fort serré, dans lequel on plante, sans le traverser, un fil de fer bien droit, de 25 ou 30 pouces de longueur, & d'environ une ligne de diamètre. On charge enfin la bouteille en y introduisant du petit plomb, en telle sorte que l'instrument, plongé dans la liqueur la plus légère de celles que l'on veut comparer, s'en-

24 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

fonce au point de ne laisser qu'un bout du fil de fer au dessus de sa surface, & que, dans la plus pesante, ce fil de fer n'y soit plongé que de quelques pouces. C'est un point que l'on atteindra en augmentant ou diminuant, soit le poids qui charge la bouteille, soit le diamètre du fil de fer, soit l'un & l'autre à-la-fois. On aura, par ce moyen, un instrument qui rendra extrêmement sensibles les moindres différences de pesanteur spécifique qui se trouveront dans des liqueurs différentes, ou que la même liqueur pourra éprouver dans différentes circonstances, comme par l'effet de la chaleur, ou par le mélange de divers sels, &c.

Il est au surplus aisé de sentir que, pour faire ces expériences, il faut avoir un vase d'une profondeur suffisante, comme un cylindre de fer-blanc, de 3 ou 4 pouces de diamètre & 3 à 4 pieds de longueur.

J'ai vu un pareil instrument qui avoit un mouvement si sensible, que, plongé dans de l'eau refroidie à la température ordinaire, il s'enfonçoit de quelques pouces lorsque le soleil donnoit dessus l'eau, & remontoit aussi-tôt qu'on avoit intercepté les rayons de cet astre. Une très-petite quantité de sel ou de sucre jetée dans l'eau, le faisoit aussi remonter de quelques pouces.

Par le moyen de cet instrument, M. de Parcieux a examiné les pesanteurs différentes des eaux, entr'autres celles qu'on boit à Paris, ou qui ont de la célébrité; & il a trouvé que la plus légère de toutes étoit l'eau distillée. Viennent ensuite, en diminuant successivement de légèreté, l'eau de Seine, l'eau de la Loire, l'eau de l'Yvette, l'eau d'Arcueil, l'eau de Sainte-Reine, celle de Ville-d'Avray, celle de Bristol, celle de puits.

On voit par-là l'erreur où est le vulgaire, d'imaginer que l'eau de Ville-d'Avray, celle de Sainte-Reine, celle de Bristol, cette dernière sur-tout, qu'on fait venir à si grands frais, soient meilleures que les eaux communes de rivière ; car elles sont au contraire les plus mauvaises, puisqu'elles sont les plus pesantes.

Tout comme les eaux différentes ont différentes pesanteurs, ainsi les vins varient en pesanteur & légèreté. Le plus léger de tous les vins connus, du moins dans ce pays-ci, est celui du Rhin. Viennent ensuite le vin de Bourgogne, celui de Champagne rouge, les vins de Bordeaux, de Languedoc, d'Espagne, des Canaries, de Chypre, &c.

J'ai vu, il y a quelques années, vendre à la Cour un *Oinomètre*, ou instrument fait pour mesurer les différents degrés de pesanteur des vins. Il consistoit en une boule creuse d'argent, surmontée d'une petite lame de 3 à 4 pouces de longueur, & d'une ligne ou une ligne & demie de largeur, sur laquelle étoient marquées des divisions qui indiquoient, au moyen d'un petit imprimé, jusqu'où l'instrument devoit s'enfoncer dans différentes sortes de vins. Il est aisé de voir que ce n'étoit là que l'aréomètre ordinaire, exécuté en argent.

La plus légère des liqueurs connues est l'éther, ou la liqueur éthérée de Frobenius. Ensuite, par ordre de pesanteur, l'esprit-de-vin bien désigné, l'eau-de-vie, l'eau distillée, l'eau de pluie, les eaux de rivières, les eaux de sources, les eaux de puits, les eaux minérales. Nous ne parlons ici que des eaux : on verra dans la table qui suit, les rapports de pesanteur spécifique de différentes autres liqueurs avec l'eau de pluie, qui, étant la plus fa-

26 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

cile à se procurer, servira de module commun. Nous y donnons aussi les pesanteurs spécifiques de différents corps solides, tant métaux & minéraux que végétaux & animaux ; en quoi nous croyons faire une chose agréable à nos lecteurs ; car il arrive fréquemment qu'on a besoin de cette connoissance.

Cette table des pesanteurs spécifiques se présente ici sous deux formes différentes. On y trouve la pesanteur de chaque corps, exprimée de deux manières : dans la première colonne, elle l'est en parties dont 1000 expriment celle de l'eau de pluie ; dans la seconde, elle l'est en livres & millièmes de livres, qu'il est facile de réduire en onces, &c. c'est le poids du pied cube de la matière dont il s'agit. L'une de ces expressions se réduit facilement à l'autre, dès qu'on a le poids précis du pied cube d'eau de pluie, qui est de 69 liv. 9065 (a). Il ny a en effet, pour une matière donnée, l'argent fin de coupelle, par exemple, qu'à multiplier ce poids (69.9065) par le nombre qui se trouve dans la colonne des rapports de pesanteurs spécifiques, à côté de la matière proposée : c'est ici 11.091. Multipliant donc 69.9065 par 11.091, le produit sera 7753329915, dont on retranchera les quatre derniers chiffres : alors, du nombre restant, les trois derniers donneront des millièmes de livres, & les trois pre-

(a) C'est du moins ainsi que je l'ai déduit par un calcul laborieux ; &, à ce sujet, j'avouerai mon étonnement de n'avoir pas trouvé, même dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, cet élément fondamental de tout calcul des pesanteurs des autres substances, soit solides, soit liquides. L'*Encyclopédie* dit aussi sur l'eau tout ce qu'on peut dire, hors cela qu'il étoit important de dire.

miers le nombre même des livres. Ainsi l'argent, absolument pur & sans alliage, doit peser 775 liv. & $\frac{1}{3}$ par pied cube. On trouve de la même manière, que le pied cube d'or à 24 karats, pèse 1372 liv. $\frac{964}{1000}$. Au contraire, connoissant le poids du pied cube d'eau & celui du pied cube d'une autre substance, il n'y aura qu'à diviser le dernier par le premier, & l'on aura le rapport de la pesanteur spécifique de cette substance à celle de l'eau, & conséquemment, aussi à toute autre dont la pesanteur spécifique est aussi connue.

Nous allions livrer à l'impression la table que nous venons d'annoncer, lorsque nous nous sommes aperçus qu'elle étoit susceptible d'une amélioration considérable, mais qui exigeoit une refonte presque entière de tous nos calculs. Nous avons, pour cette raison, préféré de la renvoyer à la fin de cette Partie de l'ouvrage, pour nous donner le temps d'y faire les changements convenables.

PROBLÈME XVI.

Connoître si une piece ou une masse d'or ou d'argent, qu'on soupçonne de mélange, est pure ou non.

Si la masse ou la piece de la bonté de laquelle on doute, est, par exemple, d'argent, ayez une autre masse de bon argent, aussi pesante, en sorte que les deux pieces étant mises dans les bassins d'une balance bien juste, elles demeurent en équilibre dans l'air; attachez ensuite ces deux masses d'argent aux bassins de la même balance avec du fil ou du crin de cheval, pour empêcher que les deux bassins ne soient mouillés lorsqu'on plongera

28 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

dans l'eau les deux masses d'argent : elles demeureront en équilibre comme dans l'air , quand elles seront d'égale bonté. Mais si la masse proposée pèse moins dans l'eau , elle sera fautive , c'est-à-dire , il y aura quelqu'autre métal mêlé , d'une pesanteur spécifique moindre que celle de l'argent , par exemple , du cuivre ; & si elle pèse davantage , elle sera mêlée de quelqu'autre métal d'une pesanteur spécifique plus grande , comme celle du plomb.

REMARQUES.

I. Ce problème est évidemment le même que celui dont la solution causa tant de plaisir à Archimède. Le roi Hiéron avoit donné à un orfèvre une certaine quantité d'or pour en faire une couronne. Lorsqu'il la rendit , on eut quelque soupçon sur sa fidélité ; & Archimède fut consulté sur les moyens de découvrir la fraude , s'il y en avoit. Il en vint à bout par le procédé ci-dessus , qui lui démontra que l'or de la couronne n'étoit pas pur.

On pourroit , s'il s'agissoit d'une grosse masse de métal , comme dans le cas d'Archimède , se borner à plonger dans un vase la masse d'or ou d'argent qu'on sçait être pur , & ensuite celle sur laquelle on a du soupçon. Car si cette dernière chasse davantage d'eau hors du vase , c'est une preuve que le métal est falsifié par un autre moins pesant & plus vil.

Mais , quoi qu'en dise M. Ozanam , la différence de poids dans l'air & dans l'eau indiquera plus sûrement le mélange , sur-tout s'il est peu considérable ; car il n'est personne qui ignore qu'il n'est pas si aisé qu'il le paroît d'abord , de mesurer la quantité d'eau chassée d'un vase.

II. Dans la rigueur mathématique , il faudroit

commencer par peser les deux masses dans le vuide; car, puisque l'air est un fluide, il diminue la pesanteur réelle des corps¹, d'une quantité égale à ce que pese pareil volume de lui-même. Puis donc que, par la supposition, les deux masses, l'une pure, l'autre falsifiée, sont de volume inégal, elles doivent perdre inégalement de leurs poids dans l'air. Mais la grande ténuité de l'air, relativement à celle de l'eau, rend cette petite erreur insensible.

P R O B L Ê M E X V I I.

Même supposition faite que ci-dessus, connoître la quantité du mélange fait dans la masse d'or.

C'EST dans la solution de ce problème que réside véritablement l'artifice ingénieux d'Archimede. Voici comme il s'y prit.

Soupçonnant que c'étoit de l'argent que l'orfèvre avoit substitué à une quantité égale d'or, il pesa la couronne dans l'eau, & trouva qu'elle y perdoit un poids que nous appellerons A : il pesa ensuite dans le même fluide une masse d'or pur, qui dans l'air étoit en équilibre avec la couronne, & trouva qu'elle perdoit un poids que nous nommerons B : enfin il prit une masse d'argent équipondérante dans l'air avec la couronne, & la pesant dans l'eau, il trouva qu'elle perdoit le poids C. Il fit ensuite cette proportion; comme la différence des poids B & C est à celle des poids A & B, ainsi le poids total de la couronne est à celui de l'argent mêlé. C'est ce qu'on découvre par un calcul algébrique assez court, mais par un raisonnement un peu long, que nous exposerons néanmoins, après avoir éclairci cette règle par un exemple.

30 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Supposons que la couronne d'Hiéron pesât 20 marcs dans l'air, & que, pesée dans l'eau, elle perdît un marc & demi. Archimede dut trouver, en pesant dans l'air & dans l'eau une masse de 20 marcs d'or, une différence de 1 marc $\frac{1}{19}$; & , pesant d'une maniere semblable une masse de vingt marcs d'argent, il dut trouver une différence de 1 marc & $\frac{9}{11}$. Ainsi A est ici égal à $\frac{1}{2}$, B est égal à $\frac{20}{19}$, & C à $\frac{20}{11}$. La différence de A & B est $\frac{17}{38}$, celle de B & C est $\frac{160}{209}$. Faisant donc cette proportion; comme $\frac{160}{209}$ sont à $\frac{17}{38}$, ainsi 20 est à un quatrieme terme, on aura 11 marcs, 5 onces & demie.

Le raisonnement qui conduisit ou put conduire le géometre Syracusain à cette solution, est celui-ci: Si toute la masse étoit d'or pur, elle perdrait, étant pesée dans l'air, $\frac{1}{19}$ de son poids; & si elle étoit d'argent pur, elle perdrait, étant pesée dans l'eau, $\frac{1}{11}$ de sa pesanteur: donc, si elle perd moins que cette seconde quantité & plus que la premiere, elle sera mélangée d'or & d'argent; & la quantité d'argent substitué à l'or sera d'autant plus grande, que ce que la couronne perdra dans l'eau approchera davantage de $\frac{1}{11}$; & au contraire. Il faut donc diviser cette masse de 20 marcs en deux parties qui soient proportionnelles à ces différences, sçavoir, celle de la perte qu'éprouve la couronne avec celle qu'éprouve l'or pur, & celle de la perte que fait l'argent pur avec celle que fait la couronne; ce seront les rapports de la masse d'argent & de celle d'or, mélangées ensemble dans la couronne: d'où se déduit la règle précédente.

Au reste, il n'étoit pas nécessaire de prendre deux masses, l'une d'or, l'autre d'argent, équipondérantes avec la couronne. Aussi, peut-être,

Archimede ne le fit-il pas , & se borna-t-il à s'affururer que l'or perd un 19^e de son poids étant pesé dans l'eau , & l'argent un 11^e.

P R O B L È M E X V I I I .

On propose deux coffres égaux , semblables & également pesants , l'un contenant de l'or , l'autre de l'argent. Est-il possible de discerner, par quelque voie mathématique , celui qui renferme l'or de celui qui contient l'argent ? Ou bien , supposant deux boules , l'une d'or creuse , l'autre d'argent solide & surdorée , pourroit-on discerner celle d'argent de celle d'or ?

SI, dans le premier cas, les masses d'or & d'argent sont précisément sises au milieu de leur coffre respectif, en sorte que les centres de gravité coïncident, je dis, quoi qu'on lise dans d'anciennes Récréations Mathématiques, qu'il n'y aura nul moyen de les discerner, ou du moins que celui qu'on y propose est défectueux.

Il en est de même du cas des deux globes semblables, égaux & également pesants.

Si pourtant on me pressoit beaucoup de choisir, je tâcherois de discerner l'un de l'autre par le moyen suivant. Je les suspendrois tous les deux, par un fil le plus délié qu'il se pourroit, aux bras d'une balance très-exacte, d'une de ces balances qui, quoique chargées d'un poids assez considérable, trébuchent sensiblement à un grain de différence dans l'égalité des poids; je plongerois ensuite mes deux boules dans un grand vase plein d'une eau échauffée au degré de l'eau bouillante: celui qui trébucheroit seroit l'or. Car, selon les expériences faites sur la dilatation des métaux,

32 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

l'argent, passant de la température moyenne à celle de l'eau bouillante, augmente probablement plus son volume que l'or : dans lequel cas, ces deux masses, qui étoient en équilibre dans l'air & dans l'eau tempérée, ne le feroient plus dans l'eau bouillante. Ou bien :

Je ferois un trou rond dans une plaque de cuivre, & tel que les deux boules y passassent toutes les deux très-justement & avec facilité ; j'échaufferois ensuite l'une & l'autre fortement, & même beaucoup plus haut qu'au degré de l'eau bouillante. En supposant, ce que je chercherois d'abord à constater, que l'argent se dilate le plus, je les présenterois l'une & l'autre au trou dont il s'agit : celle qui y éprouveroit le plus de difficulté, je la réputerois d'argent.

PROBLÈME XIX.

Deux plans inclinés, AB , AD , étant donnés, & deux sphères inégales, P & p , les mettre en équilibre dans cet angle, comme l'on voit dans la figure

Pl. 3, **L**ES globes P & p seront en équilibre, si les
fig. 16. forces avec lesquelles ils se repoussent mutuellement dans la direction de la ligne Cc , qui joint leur centre, sont égales.

Or, la force avec laquelle le globe P tend à rouler le long du plan incliné BA , (qui est connue, l'inclinaison du plan étant donnée), est à la force avec laquelle il agit suivant Cc , comme le sinus total est au co-sinus (a) de l'angle CcF ; & de

(a) Nous donnerons dorénavant, pour abréger, & à l'exemple des géomètres modernes, le nom de *co-sinus* à ce que, dans les livres anciens de géométrie, on nommoit même

même la force avec laquelle le poids p roule le long de DA , est à celle selon laquelle il presse dans la direction cC , comme le sinus total est au co-sinus de l'angle Ccf : d'où il suit que ces secondes forces devant être égales, il doit y avoir même raison du co-sinus de l'angle c au co-sinus de l'angle C , que de la force du globe P pour rouler le long de BA , à celle de p pour rouler le long de DA . Ainsi le rapport de ces co-sinus est connu; & comme, dans le triangle CGc , l'angle G est connu, puisqu'il est égal à l'angle DAB , il s'ensuit que le problème se réduit à diviser un angle connu en deux parties telles que leurs co-sinus soient en raison donnée; ce qui est un problème de pure géométrie.

Mais, pour nous borner au cas le plus simple, nous supposérons l'angle A droit. Il ne sera donc plus question que de diviser le quart de cercle en deux arcs, dont les co-sinus soient en raison donnée; ce qui est facile.

Soit donc la force de P , pour rouler le long de son plan incliné, égale à M ; & celle de p , pour rouler le long du sien, égale à m : tirez au plan AB une parallèle à la distance du rayon du globe P , & au plan DA une autre à la distance du rayon de p , qui se couperont en G ; faites ensuite GL à Gc , comme m à M , & tirez Ll ; ensuite faites cette proportion: comme Ll est à LG , ainsi la somme des rayons des deux globes est à GC ; & du point C tirez une parallèle Cc à Ll : les points C & c seront les lieux des centres des deux globes, & , dans cette situation, ils seront en équilibre à l'exclusion de toute autre.

sinus de complément. Le lecteur à qui ce mot ne seroit pas familier, doit faire attention à cette note.

Tome II,

C

34 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

P R O B L È M E X X .

Deux corps P & Q partent en même temps de deux points A & B, de deux lignes données de position, & se meuvent vers a & b avec des vitesses données. On demande leur position lorsqu'ils seront le plus près l'un de l'autre qu'il est possible.

Pl. 3, **S**I leurs vitesses étoient dans le rapport des lignes
fig. 17. BD, AD, il est clair que les deux corps se rencontreroient en D. Mais supposant ces vitesses différentes, il y aura un certain point où, sans se rencontrer, ils seront à la moindre distance où ils peuvent être, & ensuite ils s'éloigneront continuellement l'un de l'autre. Ici, par exemple, les lignes BD, AD, sont à peu près égales. Supposons donc la vitesse de P à celle de Q en raison de 2 à 1. On demande le point de la plus grande proximité.

Pour cet effet, soit tirée par un point quelconque R de AD, la ligne RS parallèle à BD, & telle que AR soit à RS, comme la vitesse de P à celle de Q, c'est-à-dire, dans le cas présent, comme 2 à 1; tirez AST indéfinie, & du point B menez BC perpendiculaire sur AT; enfin, par le point C menez CE parallèle à BD, jusqu'à la rencontre de AD en E; tirez enfin EF parallèle à CB, qui rencontre BD en F: les points F & E sont les points cherchés.

P R O B L È M E X X I .

Faire qu'un cylindre se soutienne de lui-même le long d'un plan incliné à l'horizon, sans rouler en bas, & même qu'il monte quelque peu le long de ce plan.

SI un cylindre est homogène, & qu'on le place sur un plan incliné, son axe étant dans la situation

horizontale, il est évident qu'il roulera en bas, parceque son centre de gravité étant le même que celui de figure, la verticale tirée de ce centre passera toujours hors du point de contact, du côté le plus bas; conséquemment le corps doit nécessairement rouler de ce côté.

Mais si le cylindre est hétérogène, en sorte que son centre de gravité ne soit pas le même que celui de figure, il pourra se soutenir le long d'un plan incliné, pourvu que l'angle de ce plan avec l'horizon n'excede pas certaines limites.

Soit, par exemple, le cylindre dont la coupe Pl. 4. perpendiculaire à l'axe est le cercle HFD. Pour fig. 18. faire sortir son centre de gravité hors du centre de figure, on lui fera une rainure parallèle à l'axe & en forme de demi-cercle, qu'on remplira d'une matière beaucoup plus lourde; que ce corps soit F, en sorte que le centre de gravité du cylindre soit porté en E; que le plan incliné soit AB, & que BG soit à GA en moindre raison que CF à CE: le cylindre pourra se soutenir sur le plan incliné sans rouler en bas, & même, si on l'écarte de cette position dans un certain sens, il la reprendra en roulant quelque peu vers le haut du plan.

Car, supposons le cylindre placé sur le plan, son axe horizontal, & son centre de gravité dans la parallèle au plan incliné, passant par le centre, & en sorte que le centre de gravité soit du côté ascendant du plan, *fig. 19*; qu'on mene par le Fig. 19. point de contact D, les perpendiculaires au plan incliné & à l'horizon CDH, IDE: on aura BG à GA, ou BI à ID comme DI à IH, ou DC à Ce. Et puisqu'il y a moindre raison de BG à GA que de CF ou CD à CE, il suit que Ce est moindre que CE; &, conséquemment, la verticale abaissée

C ij

36 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

du point E, passera hors du point de contact du côté de A : le corps tendra donc à tomber de ce côté, & il y roulera en remontant quelque peu, jusqu'à ce que le centre de gravité ait pris une position comme dans la *fig. 18*, où il tombe dans la verticale passant par le point de contact. Arrivé à cette situation, ce cylindre s'y tiendra, pourvu que sa surface ne soit pas assez polie ou le plan, pour qu'il puisse glisser parallèlement à lui-même. Il aura même une stabilité d'autant plus grande dans cette situation, que le rapport de BG à GA sera moindre que celui de CF ou CD à CE, ou que l'angle ABG ou CDE sera moindre que CDE.

C'est encore ici une vérité qu'il faut démontrer. Pour cela, il faut remarquer que le centre de gravité du cylindre, E, décrit, en roulant le long du plan incliné, une courbe telle qu'on voit dans la *Pl. 4, fig. 20*, qui est ce que les géomètres appellent une *fig. 20. cycloïde allongée*, laquelle monte & descend alternativement au dessous de la parallèle au plan incliné, menée par le centre du cylindre. Or, le cylindre étant dans la position où le présente la *fig. 20*, si l'on mène la ligne ED du centre de gravité au point de contact, on démontre d'ailleurs que la tangente au point E de cette courbe est perpendiculaire à DE : donc, si l'inclinaison du plan est moindre que l'angle CDE, cette tangente concourra avec l'horizontale du côté où monte le plan : le centre de gravité du cylindre sera donc là comme sur un plan incliné IK ; il doit, conséquemment, descendre jusqu'au point L du creux de la courbe qu'il décrit, où cette courbe est touchée par l'horizontale.

Arrivé enfin à ce point, il ne sçauroit s'en écarter, sans monter d'un côté ou de l'autre : si donc

on l'en écarte un peu, il retournera à sa première position.

P R O B L Ê M E X X I I .

Construction d'une horloge qui montre les heures , en roulant le long d'un plan incliné.

CETTE petite machine , qui est de l'invention de M. Wheeler , Anglois , est tout-à-fait ingénieuse : elle a pour principe la solution du problème précédent.

Qu'on se représente une boîte cylindrique de Pl. 4, laiton , de quatre à cinq pouces de diamètre , portant d'un côté un cadran divisé en 12 ou 24 heures. Dans l'intérieur , qui est représenté par la fig. 21, est une roue centrale , qui mene , au moyen d'un pignon , une seconde roue , laquelle en mene une troisième , &c. jusqu'à un échappement garni de son balancier ou ressort spiral qui sert de modérateur , comme dans les montres ordinaires. A la roue centrale , est attaché fixément un poids P , qui doit être suffisant pour que , dans une inclinaison médiocre , comme de 20 à 30°, il puisse faire marcher cette roue & celles qui doivent en recevoir le mouvement. Mais , avant tout , comme la machine doit être parfaitement en équilibre autour de son axe central , il faut placer du côté diamétralement opposé au petit système de roues , 2 , 3 , 4 , &c. un contre-poids tel que la machine soit absolument indifférente à toute position autour de cet axe. Ayant donc obtenu cette condition , on placera le poids moteur P , dont l'effet sera de faire tourner la roue centrale I , & par son moyen le mouvement d'horloge 2 , 3 , 4 , &c : mais , en même temps que cela se fera , le cylindre roulera un peu en bas , ce qui ramènera le poids P dans

C iij

38 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

sa position primitive , enforte que l'effet de cette pression continuelle sera de faire rouler le cylindre, tandis que le poids P ne changera de position que relativement au cylindre , mais non à l'égard de la verticale. On modérera enfin le poids P ou l'inclinaison du plan , de telle maniere que la machine fasse une révolution entiere en vingt-quatre ou douze heures. On fixera l'aiguille à l'essieu commun de la roue centrale & du poids P, enforte qu'elle regarde sans cesse le zénith ou le nadir ; ou , si l'on veut plus d'ornemens , ce même essieu pourra porter un petit globe, surmonté d'une figure montrant les heures avec un doit élevé verticalement , &c.

On sent aisément que la machine parvenue au plus bas du plan incliné , il suffira de la remonter au plus haut pour qu'elle continue à marcher. Si elle retarde un peu , on accélérera son mouvement en élevant le plan incliné ; & au contraire.

R E M A R Q U E.

IL y a actuellement à Paris un horloger qui fait des pendules sur ce principe : c'est le sieur Le Gros , demeurant rue de Charonne. Il les livre à un prix fort honnête , sçavoir , de seize louis les plus grandes & les plus belles , avec le support en plan incliné ; le tout très-proprement exécuté , & propre à faire décoration dans un cabinet.

P R O B L Ê M E X X I I I.

Construction d'un habillement au moyen duquel on ne sçauroit couler à fond , & qui laisse la liberté de tous les mouvements.

COMME un homme ne pèse pas beaucoup plus qu'un pareil volume d'eau , on sent aisément qu'on

peut lui ajouter une masse de quelque matiere beaucoup plus légère que l'eau, au moyen de laquelle le composé de l'un & de l'autre soit plus léger que ce fluide; ce qui le fera surnager. C'est d'après ce principe que, pour s'apprendre à nager, quelques-uns s'attachent sur le ventre & sur le dos deux planches de liege; d'autres des calebasses vuides, au dessous des bras: mais tous ces moyens ont des inconvénients & des incommodités auxquels on remédie de la maniere suivante.

Entre les deux doubles, c'est-à-dire le dessus & la doublure, d'une camisole sans bras, disposez de petits quarrés de liege d'un pouce & demi de largeur en quarré, & d'un demi pouce ou neuf lignes d'épaisseur. Il faut qu'il y en ait dans toute l'étendue de la camisole, qu'ils soient assez près pour ne perdre que le moins d'espace possible, & qu'ils ne soient cependant pas assez serrés pour nuire à la flexibilité de la camisole. Chacun de ces morceaux doit être comme enchâssé entre le dessus & la doublure, enforte qu'il ne puisse changer de place; ce qui se fera en piquant la camisole dans ses intervalles. Elle doit s'attacher sur le corps par de fortes boutonnieres ou de fortes attaches: il est enfin nécessaire, pour empêcher que le corps ne glisse en bas, qu'il y ait derriere une espece de queue, qu'on fera repasser en dessous & entre les jambes, pour s'attacher solidement au dessus du ventre.

Au moyen d'une pareille camisole, qui n'embarasse guere plus qu'un vêtement ordinaire, on peut, avec la plus grande sécurité, se livrer à l'eau; car, si elle est faite convenablement, on n'en aura pas même au dessus des épaules. On sçauroit si peu enfoncer, qu'en supposant un homme mort dans

C iv

cette situation, il furnageroit infailliblement. On n'a conséquemment aucun effort à faire pour se soutenir : aussi peut-on écrire, lire, charger un pistolet & le tirer. On a vu en 1767, à la Rapée, faire l'expérience de toutes ces choses, par M. l'abbé de la Chapelle, de la Société Royale de Londres, l'inventeur de cette espece de camisole.

Il est presque superflu d'observer en combien de cas cette invention seroit utile tant sur terre que sur mer. Un corps ennemi seroit, par exemple, bien tranquille, au-delà d'une riviere rapide & qu'on ne sçauroit passer au gué : on donneroit de semblables camisoles à un nombre suffisant de soldats, qui pourroient facilement porter avec eux leurs sabres & leurs pistolets ; ils passeroient la riviere, & surprendroient ce corps ennemi, sur lequel ils tomberoient le pistolet & le sabre à la main. S'ils étoient repoussés, ils se rejeteroient à l'eau, & échapperoient sans pouvoir être poursuivis.

Il arrive tous les jours à la mer qu'il périt des hommes qui tombent à l'eau dans des manœuvres dangereuses ; d'autres périssent dans les rades & les ports, les chaloupes ou canots coulant bas par un coup de mer ou par quelqu'autre accident : chaque jour enfin un bâtiment périt à la côte ; & souvent ce n'est pas sans beaucoup de peine qu'une partie de l'équipage parvient à se sauver. Si chaque homme qui monte sur ce perfide élément avoit sa camisole de liege, pour s'en revêtir du moins dans les moments de danger, qui ne voit qu'il en échapperoit un grand nombre à la mort ? ce qui seroit un grand avantage pour l'humanité.

PROBLÈME XXIV.

Construire un bateau qui ne sçauroit être submergé, quand même l'eau y entreroit de tous les côtés.

IL faut faire à un bateau un faux fond, qui soit éloigné du véritable d'une distance proportionnée à l'étendue du bateau, à la charge & au nombre de personnes qu'il doit porter. Je pense, sauf correction à faire d'après un calcul exact, que cette distance peut être d'un pied environ, pour un bateau de 18 pieds de longueur sur 5 à 6 de large. On remplira le vuide de ce faux fond avec des morceaux de liege, le plus rapprochés qu'il sera possible les uns des autres. Et comme ce faux fond diminue les bords du bateau, on pourra les élever proportionnellement, en leur laissant néanmoins de chaque côté de larges ouvertures, pour que l'eau qui pourroit être jetée dans le bateau puisse s'écouler. On pourra aussi & même il sera à propos d'élever l'arriere, enforte qu'on puisse s'y réfugier, dans le cas où le bâtiment seroit à fleur d'eau.

Je crois que des chaloupes pontées de cette maniere, pourroient être utiles à la mer, pour se rendre, par exemple, à bord d'un vaisseau qui est dans une rade, quelquefois à plusieurs lieues de terre, ou pour gagner la terre après avoir mouillé loin du rivage : car il n'arrive que trop souvent, dans des mers houleuses ou par l'effet d'un vent qui fraîchit, des accidents malheureux ; & il semble même que, dans une traversée ordinaire, c'est dans ces circonstances que réside le plus grand risque. Des canots construits comme

42 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

l'on vient de le dire , préviendroient par leur insubmersibilité ces accidents fréquents.

Je conviens qu'il reste à ajouter beaucoup à cette idée , présentée ici dans toute sa simplicité ; car il pourroit y avoir des changements à faire dans la forme du petit bâtiment , peut-être des corps pesants à y ajouter dans certains endroits , pour augmenter sa stabilité. C'est un sujet de recherche qui ne sçauroit être plus utile , puisqu'il en résulteroit la conservation de plusieurs milliers d'hommes par an.

On doit cette invention à M. de Bernieres , l'un des quatre contrôleurs généraux des ponts & chaussées , qui construisit en 1769 une pareille chaloupe pour le Roi. Il en a depuis construit une pour M. le duc de Chartres , beaucoup mieux combinée que la première ; & une autre pour M. le marquis de Marigny. On fit essai de cette dernière , soit en la remplissant d'eau , soit en tâchant de la faire chavirer ; mais elle se redressa dès qu'elle fut livrée à elle-même , & , quoique remplie d'eau , elle étoit encore en état de porter six personnes.

Il ne tiendra sans doute dorénavant qu'aux hommes de diminuer le nombre des accidents fâcheux qui arrivent à ceux qui hantent la mer ou les rivières. Mais le froid qu'en général on a témoigné sur cette invention de M. de Bernieres , montre bien l'indifférence des hommes sur leurs intérêts les plus réels , lorsqu'il n'est question que des intérêts généraux de l'humanité , & qu'il faut , pour les lui procurer , quelques attentions & quelques dépenses actuelles. Chacun regarde comme éloigné ou nul pour soi le danger qu'on ne peut se dissimuler. C'est par ce principe que nos villes sont malpropres & presque infectes , faute d'être

plus aérées ; que nos hôpitaux sont , pour la plupart , des lieux plus propres à y faire naître des maladies qu'à les y guérir ; qu'une foule d'institutions utiles au genre humain sont négligées ; qu'enfin l'on regarde presque comme un fou celui qui s'occupe essentiellement de ces objets , si intéressants pour l'humanité & plus dignes encore des veilles des bons esprits , que les spéculations les plus brillantes de la géométrie & de l'astronomie.

P R O B L Ê M E X X V .

Comment on peut retirer du fond de la mer un vaisseau qui a coulé bas.

ON a exécuté plusieurs fois cette entreprise difficile , au moyen d'une considération hydrostatique fort simple , sçavoir , que si un bateau chargé autant qu'il peut l'être , est ensuite déchargé , il tend à s'élever avec une force égale à celle du poids du volume d'eau qu'il déplaçoit étant chargé ; ce qui fournit le moyen d'employer des forces énormes à soulever le vaisseau coulé à fond.

Pour cet effet , on prendra le nombre de bateaux convenable , ce qu'on estimera d'après la grandeur du vaisseau , & en considérant que ce vaisseau ne pèse dans l'eau que l'excès de son poids sur celui d'un pareil volume d'eau : on les rangera en deux files aux deux côtés du vaisseau submergé ; on enverra ensuite des plongeurs amarrer des bouts de cables à différents endroits de ce vaisseau , en sorte qu'il y en ait quatre de chaque côté pour chaque bateau. Les bouts de ces cables restants hors de l'eau , seront amarrés bas-bord & tribord du bateau qui leur sera destiné. Ainsi , si l'on a quatre

44 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

bateaux de chaque côté , ce seront trente-deux cables , dont quatre pour chaque bateau.

Cela fait , on chargera tous ces bateaux le plus qu'on pourra , sans les submerger , & on bandera tous les cables autant qu'il sera possible ; après quoi on les déchargera de deux en deux. S'ils soulevent le vaisseau , ce sera un signe qu'ils sont en nombre convenable. Mais , en soulevant le vaisseau , les cables amarrés aux bateaux restés chargés deviendront lâches : c'est pourquoi on les bandera de nouveau autant que l'on pourra ; ensuite on déchargera ces bateaux , en faisant passer leur charge dans les premiers : le vaisseau sera encore un peu soulevé , & les cables des bateaux chargés seront lâchés : on les bandera donc encore , & on transfèrera la charge de ces derniers dans les autres ; ce qui soulèvera encore un peu le vaisseau submergé. En répétant enfin cette manœuvre aussi long-temps qu'il sera besoin , on amènera le vaisseau à fleur d'eau , & on le conduira au port , ou jusques sur la grève.

On peut voir dans les Mémoires des Académiciens étrangers , Tome II , le détail des manœuvres employées pour relever de cette manière le *Tojo* , vaisseau espagnol de la flotte des Indes , coulé à fond dans la rade de Vigo , à l'affaire du 10 Octobre 1702. Mais comme ce vaisseau avoit resté plus de trente-fix ans dans cet état , il se trouva comme encastré dans un banc de glaise tenace , qui exigea des peines incroyables pour l'en détacher ; & quand il fut hors de l'eau , on n'y trouva aucune des richesses qu'on attendoit. Il avoit été un de ceux qui furent déchargés avant d'être coulés bas par les Espagnols mêmes , pour ne pas les laisser au pouvoir des Anglois.

PROBLÈME XXVI.

Faire qu'un corps monte comme de lui-même le long d'un plan incliné, en vertu de sa propre pesanteur.

AYEZ un double cône, c'est-à-dire fait de deux Pl. 5, cônes droits réunis par leur base, enforte qu'ils fig. 22. aient un axe commun.

Faites ensuite un support composé de deux Fig. 23. branches AC, BC, réunies en angle au point C, que vous placerez enforte que le sommet C soit au dessous de l'horizontale, & que les deux jambes soient également inclinées à l'horizon. Il faut que la ligne AB soit égale à la distance des sommets du double cône, & la hauteur AD un peu moindre que le rayon de la base. Cela étant supposé, si vous placez entre les jambes de cet angle ce double cône, vous le verrez rouler vers le haut, enforte que ce corps semblera, au lieu de descendre, monter contre l'inclinaison de la pesanteur.

Nous disons qu'il semblera monter, car, dans la réalité, il ne montera pas ; au contraire il descendra. En effet, son centre de gravité descend, comme on va le voir.

Soit *ac* (fig. 24) le plan incliné dans lequel se Fig. 24. trouve l'angle ACB, *ce* la ligne horizontale passant par le sommet *c* ; *ea* fera, par conséquent, l'élévation du plan au dessus de l'horizontale, laquelle est moindre que le rayon du cercle, base du double cône. Il est évident que, lorsque ce double cône sera au sommet de l'angle, il sera comme on le voit en *cd* ; & lorsqu'il sera parvenu au plus haut du plan, il sera posé comme on voit en *af* : son centre aura donc passé de *d* en *a* ; & puisque *dc* est

46 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

égale à af , & que ce est l'horizontale, cf sera une ligne inclinée à l'horizon, & par conséquent aussi sa parallèle da : le centre de gravité du cône aura donc descendu, tandis que le cône aura paru monter. Or c'est, comme on l'a vu plus haut, la chute ou la montée du centre de gravité qui détermine la véritable descente ou ascension d'un corps. Tant que le centre de gravité peut descendre, le corps se meut dans ce sens, &c.

On trouve que, dans le problème présent, le chemin du centre de gravité, dans toute sa descente, est une ligne droite. Mais on pourroit figurer d'une manière semblable une parabole, une hyperbole, le sommet en bas, & alors le chemin du centre de gravité du double cône seroit une courbe; ce qui présente aux jeunes géomètres matière à s'exercer.

PROBLÈME XXVII.

Construire une horloge avec de l'eau.

PL 5, SI l'eau qui s'écoule d'un vase cylindrique par un
fig. 25. trou pratiqué à son fond, s'écouloit uniformément, rien ne seroit plus facile que de faire une horloge qui marquât les heures avec de l'eau; mais l'on sçait que plus l'eau est haute au dessus du trou par lequel elle s'écoule, plus elle coule rapidement, en sorte que les divisions verticales ne doivent pas être égales. Quel doit être leur rapport? C'est en quoi consiste la solution du problème.

On démontre dans l'hydraulique, que la vitesse avec laquelle l'eau s'écoule d'un vase par une ouverture très-petite, est comme la racine quarrée de la hauteur de l'eau au dessus de cette ouverture; d'où l'on a tiré la règle suivante pour les di-

visions de la hauteur du vase , que nous supposons cylindrique.

En supposant que toute l'eau s'écoule en douze heures , divisez toute la hauteur en 144 parties égales ; il s'en vuidera 23 dans la premiere heure , enforte qu'il en restera 121 pour les onze restantes : de ces 121 il s'en vuidera 21 pendant la deuxieme heure ; & ainsi de suite , dans la troisieme 19 , dans la quatrieme 17 , &c. Ainsi la 144^e division répondant à douze heures , la 121^e répondra à onze , la 100^e à dix , la 81^e à 9 , &c. jusqu'à la dernière heure , qui n'épuisera qu'une division. Enfin ces mêmes divisions comprendront par ordre rétrograde , en commençant du bas , la premiere une partie , la deuxieme 3 , la troisieme 5 , la quatrieme 7 , &c ; ce qui est précisément le rapport des espaces parcourus par un corps tombant librement , en vertu de sa pesanteur , dans des temps égaux.

Mais si l'on vouloit que *les divisions , dans le sens de la verticale , fussent égales en temps égaux , quelle figure faudroit-il donner au vase ?*

Nous répondrons que le vase en question devoit être un paraboloïde formé par la circonvolution d'une parabole du quatrieme degré , où les carrés des ordonnées seroient comme les abcisses. Ce paraboloïde étant renversé le sommet en bas , & percé à ce sommet d'un trou convenable , l'eau s'écoulera de sorte qu'en des temps égaux elle baissera également dans la verticale.

Mais comment décrire cette parabole ? Le voici. Pl. 5 ;
Soit une parabole ordinaire ABS , dont l'axe est fig. 26.
PS , & le sommet S. Tirez , comme vous le voudrez , une parallele à cet axe R r T ; abaissez ensuite une ordonnée quelconque de la parabole AP , qui coupe RT en R ; faites PQ moyenne

48 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

proportionnelle entre PR , PA ; que pq le soit de même entre pr , pa , &c. : la courbe passant par les points Q , q , &c. sera la courbe cherchée, dont on fera un calibre qui servira à donner au vase la concavité cherchée. A quelque hauteur qu'on le remplisse de fluide, il se vuidera toujours en temps égaux, d'une hauteur égale.

Nous donnerons au reste, dans une autre partie de cet ouvrage, le moyen de faire écouler d'un vase d'une forme quelconque, la même quantité d'eau dans des temps égaux. Mais cela tient à la propriété du syphon, qui doit trouver sa place ailleurs.

PROBLÈME XXVIII.

Un point étant donné, & une ligne qui n'est pas horizontale, trouver la position du plan incliné, par lequel un corps partant du point donné, & roulant le long de ce plan, parviendra à cette ligne dans le moindre temps.

Pl. 5, **C**E petit problème de mécanique est assez curieux, fig. 27. d'autant qu'il admet une solution très-élégante. Soit donc A le point donné, & la ligne donnée BC . Menez du point A la verticale AD , & la perpendiculaire AE à la ligne donnée ; puis du point D , où la verticale rencontre cette même ligne, menez DG parallèle à AE , & égale à AD ; enfin tirez AG , qui coupe BC en F : la ligne AF sera la position du plan par lequel un corps partant du point A , & roulant de lui-même, & par un effet de sa pesanteur, le long de ce plan, arrivera en moins de temps à la ligne BC , que par tout autre plan incliné différemment.

Pour le démontrer, tirez FH parallèle à AE ou DG ,

DG, jusqu'à sa rencontre H avec la verticale AD. On aura donc, à cause des triangles semblables, AD à DG comme AH à HF; &, conséquemment, DG étant égale à AD, AH le sera à HF, qui est d'ailleurs perpendiculaire à BE, puisqu'elle est parallèle à AE: donc le cercle décrit du point H, comme centre, par le point A, passera par F, & touchera la ligne BC.

Or l'on a démontré que, dans un cercle, si l'on mène un diamètre vertical, comme AH, & des cordes quelconques AF, AK, ces cordes ainsi que ce diamètre seront parcourus dans le même temps par un corps livré à sa pesanteur, qui tomberoit le long d'elles. Puis donc que le temps employé à tomber le long de AK ou de AI, est égal à celui qui est employé à tomber le long de AF, celui qu'il faudra pour tomber le long de AD ou AE, sera plus long que celui qui sera employé à tomber le long de AF; & le même raisonnement ayant lieu à l'égard de toutes les autres lignes qu'on pourroit tirer de A à la ligne BC, il s'ensuit que AF est la ligne le long de laquelle le corps arrivera dans le moindre temps à cette ligne BC.

Si la ligne BC étoit verticale, alors AE seroit horizontale ainsi que DG; enfin AD & DG seroient toutes deux infinies & égales, ce qui donneroit l'angle FAD de 45° : d'où il suit que, dans ce cas, ce seroit par le plan incliné de 45° que le corps, livré à lui-même, arriveroit à la verticale dans le moindre temps possible.

PROBLÈME XXIX.

Les points A & B étant donnés dans la même horizontale, on demande la position des deux plans
Tome II, D

50 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

AC, CB, tels qu'un corps roulant d'un mouvement accéléré de A en C, puis remontant avec sa vitesse acquise le long de CB, cela se fasse dans le moindre temps possible.

Pl. 5, **I**L est évident qu'un corps placé en A sur la ligne
fig. 28. horizontale AB, y resteroit éternellement sans se mouvoir du côté de B. Il faut donc, pour qu'il aille par un effet de son poids de A en B, qu'il y ait une chute le long d'un plan incliné ou d'une courbe, en sorte qu'après avoir plus ou moins descendu, il remonte le long d'un second plan ou du restant de la courbe jusqu'en B. Mais nous supposerons ici que cela s'exécute au moyen de deux plans. On doit encore sentir que le temps employé à descendre & à remonter doit être plus ou moins long, suivant l'inclinaison & la longueur de ces plans. Il s'agit de déterminer quelle est leur position la plus avantageuse pour que ce temps soit le moindre.

Or on trouve que la position cherchée est telle que les deux plans doivent être égaux & inclinés à l'horizon de 45° , c'est-à-dire que le triangle ACB doit être isoscele & rectangle en C.

Cette solution se déduit de celle du problème précédent ; car si l'on conçoit menée par le point C une verticale, on a fait voir que le plan AC, incliné de 45° degrés, étoit le plus favorablement disposé pour que le corps, roulant le long de ce plan, arrivât à la verticale dans le moindre temps ; mais le temps de la montée par CB, est égal à celui de la descente : d'où il suit que leur somme, ou le double du premier, est aussi le plus court possible.

PROBLÈME XXX.

Lorsqu'on a un puits extrêmement profond, avec une chaîne garnie de deux seaux, faire en sorte que, dans toutes les positions des seaux, le poids de la chaîne soit nul, de manière qu'on n'ait jamais à élever que le poids dont le seau montant est rempli.

LORSQU'ON a deux seaux suspendus aux deux bouts d'une corde ou d'une chaîne, qui montent & descendent alternativement, pendant que la corde s'enroule autour de l'essieu du tour qui sert à les enlever, il est évident que quand un seau est au plus bas, & qu'on commence à l'élever, on a Pl. 6, non-seulement le poids du seau à enlever, mais fig. 29. encore celui de toute la chaîne depuis l'ouverture jusqu'au fond du puits : & il est des cas, comme dans des mines de trois à quatre cents pieds de profondeur, où l'on aura à soulever plusieurs quintaux pour n'élever qu'un poids de cent ou de deux cents livres, à la bouche du puits. Telles étoient celles de Pontpéan, avant que M. Lorient eût suggéré le remède à cet inconvénient.

Ce remède est fort simple, & si simple, qu'il est étonnant qu'on ne l'ait pas imaginé plutôt. Il n'y a en effet qu'à faire faire à la corde ou à la chaîne un anneau entier, dont un des bouts descende jusqu'à la profondeur où l'on doit puiser l'eau ou charger les matières, & attacher les seaux à deux points de cette corde, tels que lorsqu'un des seaux sera au plus haut, l'autre soit au plus bas; car il est visible qu'y ayant toujours autant de chaîne en descente qu'en montée, ces deux parties se contrebalanceront; & il n'y aura, dans la réalité, que

52 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

le poids ascendant à élever , le puits eût-il plusieurs centaines de toises de profondeur.

Il en seroit évidemment de même , s'il n'y avoit qu'un seau ; on n'auroit , dans toutes les positions , que le poids du seau & des matieres mises dedans à élever : mais , dans ce cas , ce seroit perdre la moitié de l'avantage de cette machine , que de ne pas mettre deux seaux , puisqu'il y auroit de temps perdu tout celui que le seau qu'on viendrait de décharger emploieroit à descendre.

R E M A R Q U E.

M. le Camus a donné dans les Mémoires de l'Académie , année 1731 , une autre maniere de remédier à l'inconvénient ci-dessus. Il consiste , lorsqu'il n'y a qu'un seau , à faire enrouler la corde sur un axe à peu près de forme conique tronquée , enforte que lorsque le seau est au plus bas , la corde s'enroule sur la partie du moindre diametre , & sur celle du plus grand diametre lorsque ce seau est au plus haut. Par ce moyen , on emploie toujours la même force. Mais il est évident que , dans tous les cas , on est obligé d'en employer plus qu'il ne seroit nécessaire.

Lorsqu'il y a deux seaux , M. le Camus fait enrouler une moitié de la corde sur une moitié de l'axe , qu'il divise en deux parties égales , enforte que l'une est toute couverte de la corde dont le seau est en haut , pendant que l'autre moitié est découverte , le seau qui lui répond étant au plus bas. Par ce moyen , les deux efforts se combinent de maniere qu'il faut toujours à peu près la même force pour le surmonter. Mais ces inventions , quoiqu'ingénieuses , ne valent pas celle de M. Lorient.

PROBLÈME XXXI.

Construction d'un tournebroche qui marche au moyen même du feu de la cheminée.

CETTE espece de tournebroche est assez com- Pl. 6,
mune en Languedoc , & est assez ingénieuse. Au fig. 30.
milieu du foyer , & environ à un pied du contre-
cœur de la cheminée, est fixée solidement une barre
de fer qui sert de support à un essieu perpendicu-
laire , dont la pointe tourne dans une cavité en
forme de crapaudine : l'autre extrémité porte dans
un anneau délié qui lui sert de collet ; cet axe est
garni tout à l'entour d'une hélice en tôle ou en fer-
blanc , qui fait une couple de révolutions , & qui
a environ un pied de saillie ; il suffit même de plu-
sieurs plaques de tôle , taillées en secteur de cercle
& implantées à cet axe , en sorte que leur plan
fasse avec lui un angle d'environ 60° : on les met-
tra en plusieurs étages les unes sur les autres , en-
sorte que les supérieures soient au dessus du vuide
laissé par les inférieures. Cet axe enfin porte vers
son sommet une roue de champ horizontale , qui
engrene avec un pignon dont l'essieu est hori-
zontal , & porte à son extrémité la poulie à l'en-
tour de laquelle s'enroule la chaîne sans fin qui
sert à faire tourner la broche. Telle est la cons-
truction de la machine , dont voici le jeu. Lors-
qu'on allume le feu à la cheminée , l'air qui , par sa
raréfaction , tend aussi-tôt à monter , rencontre
cette surface hélicoïde , ou ces especes d'aubes in-
clinées ; il fait tourner par conséquent l'axe auquel
elle est attachée , & enfin la broche où est enfilée
la piece de viande à rôtir. Plus le feu s'anime ,
plus la machine va vite , parceque l'air monte avec
plus de rapidité.

D iij

54 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

On peut, si l'on veut, démonter la machine, lorsqu'on ne veut pas s'en servir, en soulevant un peu l'axe vertical, & retirant sa pointe de dessus son appui, ce qui permet de dégager le sommet de son effieu du collet qui l'embrasse. On la peut remonter avec la même facilité, quand on en a besoin.

REMARQUES.

1. Voici un petit jeu mécanique, fondé sur le même principe. Coupez dans une carte un cercle de la largeur de la carte; puis tracez & coupez dans ce cercle une spirale qui fasse trois ou quatre révolutions, & qui aboutisse à un petit cercle réservé autour du centre, & d'une ligne ou deux de diamètre; étendez cette spirale en élevant le centre au dessus de la première révolution, comme si elle étoit coupée dans une surface conique ou paraboloidé; ayez ensuite une petite broche de fer terminée en pointe & portée sur un support; vous appliquerez le centre ou le sommet de votre hélice sur cette pointe; mettez enfin le tout sur la table d'un poêle un peu chaud: vous verrez votre machine se mettre peu à peu en mouvement & tourner avec rapidité, sans aucun agent apparent. Cet agent est néanmoins l'air qui est raréfié par le contact d'un corps chaud, & qui en montant forme un courant.

2. Il n'y a nul doute qu'on ne pût appliquer une pareille invention à des ouvrages utiles: on pourroit, par exemple, s'en servir à former des roues qui seroient toujours plongées sous l'eau, leur axe étant placé parallèlement au courant: on pourroit même, pour donner à l'eau plus d'activité, renfermer cette roue hélicoïde dans un cy-

lindre creux , où l'eau une fois entrée , & poussée par le courant supérieur , agiroit , je crois , avec beaucoup de force.

Si l'on redressoit ce cylindre , en sorte qu'il reçût par son ouverture supérieure une chute d'eau , cette eau feroit tourner la roue & l'axe auquel elle seroit attachée , & pourroit mener une roue de moulin ou quelqu'autre machine. Tel est le principe du mouvement des roues du Basacle , fameux moulin de Toulouse.

PROBLÈME XXXII.

Qu'est-ce qui soutient debout une toupie ou un toton qui tourne ?

RÉPONSE. C'EST la force centrifuge des parties du toton ou de la toupie mise en mouvement ; car un corps ne peut se mouvoir circulairement , sans faire un effort pour s'écarter du centre , en sorte que s'il tient à un filet attaché à ce centre , il le tendra , & le tendra d'autant plus , que le mouvement circulaire sera plus rapide.

La toupie étant donc en mouvement , toutes ses parties tendent à s'écarter de l'axe avec d'autant plus de force qu'elle tourne plus rapidement ; d'où il suit que ce sont comme autant de puissances qui tirent perpendiculairement à son axe. Or , comme elles sont toutes égales , & que d'ailleurs , par la rotation , elles passent rapidement de tous les côtés , il en doit résulter un équilibre de la toupie sur son point d'appui , ou l'extrémité de l'axe sur lequel elle tourne.

PROBLÈME XXXIII.

D'où vient soutient-on plus aisément en équilibre sur le bout de son doigt un bâton chargé à son

D iv

56 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

extrémité supérieure d'un poids , que lorsque ce poids est en bas , par exemple , une épée sur sa pointe plutôt que sur sa garde ?

LA raison de ce phénomène bien connu de tous les faiseurs de tours d'équilibre , est celle-ci. Lorsque le poids est fort éloigné du point d'appui , son centre de gravité décrit , en s'écartant d'un côté ou de l'autre de la perpendiculaire , un plus grand cercle que lorsque ce poids est fort voisin du centre de rotation ou du point d'appui. Or , dans un grand cercle , un arc d'une grandeur déterminée , d'un pouce , par exemple , forme une courbe qui s'écarte bien moins de l'horizontale , que si le cercle étoit d'un rayon moindre. Le centre de gravité du poids pourra donc , dans le premier cas , s'écarter de la perpendiculaire de la quantité d'un pouce , par exemple , sans avoir autant de propension ou autant de force pour s'en éloigner encore davantage , que dans le second cas ; car sa tendance à s'éloigner tout-à-fait de la perpendiculaire est d'autant plus grande , que la tangente au point de l'arc où il se trouve approche davantage de la verticale : donc , plus le cercle que décrirait son centre de gravité est grand , moins grande est cette tendance à tomber , & conséquemment , plus grande est la facilité à le tenir en équilibre.

PROBLÈME XXXIV.

Quelle est la position la plus avantageuse des pieds pour se soutenir solidement debout ?

C'EST un usage parmi les personnes bien élevées , de porter les pieds en dehors , c'est-à-dire

enforte que la ligne du milieu de la plante des pieds soit plus ou moins oblique à la direction vers laquelle on est tourné : cela m'a donné lieu de rechercher s'il y a quelque raison physique ou mécanique qui vienne à l'appui de cet usage, auquel on attache une idée de grace. Voyons donc, examinons ceci, suivant les principes de la mécanique.

Un corps quelconque est d'autant plus solidement porté sur sa base, que, par la position du centre de gravité & la grandeur de cette base, ce centre est moins exposé à en sortir par l'effet des chocs extérieurs. Cette considération fort simple réduit donc le problème à déterminer si, selon la position des pieds, la base dans l'intérieur de laquelle doit tomber la perpendiculaire à l'horizon, abaissée du centre de gravité du corps humain, est susceptible d'augmentation & de diminution, & quelle est la position des pieds où cette base a la plus grande étendue. Or ceci devient un problème de pure géométrie, dont l'énoncé seroit celui-ci : *Deux lignes AD, BC, égales & mobiles sur les points A & B comme centres, étant données, déterminer leur position lorsque le quadrilatère ou trapèze ABCD sera le plus grand possible.* Ce problème se résout avec la plus grande facilité, par les méthodes connues des géomètres pour les problèmes de ce genre, & l'on déduit de cette solution la construction suivante.

Sur la ligne Ad , égale à AD ou BC , faites le triangle isoscele AHd rectangle en H , & faites AK égale à AH ; ensuite, ayant pris AI égale à $\frac{1}{2} AG$ ou un quart de AB , tirez la ligne KI , & prenez IE égale à IK ; puis sur GE élevez une perpendiculaire indéfinie, qui coupe en D le cercle dé-

Pl. 6,
fig. 31.

Fig. 32.

58 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

crit de A , comme centre , avec le rayon *Ad* : l'angle DAE sera l'angle cherché.

Si la ligne AB , & conséquemment AG ou AI , est nulle , on trouvera que AE sera égale à AH , & que l'angle DAE sera demi-droit. Ainsi , lorsqu'on a les talons absolument appliqués l'un contre l'autre , l'angle que doivent faire ensemble les lignes longitudinales de la plante des pieds , est demi-droit , ou bien approchant de demi-droit , à cause de la petite distance qu'il y a alors entre les deux points de rotation qui sont au milieu des talons.

Supposons maintenant que la distance AB est égale à AD , on trouveroit , par le calcul , que l'angle DAE devroit être de 60 degrés.

En supposant AB égale à deux fois AD , ce calcul donnera l'angle DAE de 70 degrés bien près.

En faisant AB égale à trois fois la ligne AD , l'angle DAE se trouvera devoir être bien près de $74^{\circ} 30'$.

On voit donc par-là , qu'à mesure que les pieds seront plus écartés l'un de l'autre , leur direction devra , pour la plus grande solidité du corps , approcher davantage du parallélisme. Mais , en général , les principes mécaniques sont d'accord avec ce que l'usage & ce qu'on appelle *la bonne-grace* enseignent , sçavoir , de porter les pieds en dehors.

PROBLÈME XXXV.

Du Jeu de Billard.

Il est inutile d'expliquer ici ce que c'est que le jeu de billard. On sçait assez que c'est une table couverte d'un tapis bien tendu , & garnie de rebords bien rembourrés , dont l'élasticité renvoie

les billes ou balles d'ivoire qui les rencontrent ; que les coups de ce jeu qui donnent du gain , sont ceux où , par le choc de sa bille , on envoie celle de son adversaire dans quelqu'un des trous fis aux angles & au milieu des grands cotés , qu'on nomme *beloufes* , &c.

Tout consiste donc , dans ce jeu , à reconnoître de quelle maniere il faut frapper la bille de son adversaire avec la sienne ; pour que celle-là aille tomber dans une des beloufes , sans s'y perdre soi-même. Ce problème , & quelques autres propres au jeu de billard , reçoivent leur solution des deux principes suivans :

1^o Que l'angle d'incidence de la bille , contre une des bandes ou rebords , est égal à l'angle de réflexion ;

2^o Que lorsqu'une bille en rencontre une autre , si l'on tire une ligne droite entre leurs centres , laquelle conséquemment passera par le point de contact , cette ligne sera la direction de la ligne frappée après le coup.

Cela supposé , voici quelques-uns des problèmes que ce jeu présente.

I. *La position de la beloufe & celles des deux billes M, N, étant données, frapper celle M de son adversaire en sorte qu'elle aille dans cette beloufe.*

Par le centre de la beloufe donnée & celui de cette bille , menez ou concevez une ligne droite ; le point où elle coupera la surface de la bille du côté opposé à la beloufe , sera celui où il faudra la toucher pour lui donner la direction cherchée. En concevant donc la ligne ci-dessus prolongée d'un rayon de la bille , le point O où elle se terminera , sera celui par lequel devra passer la bille.

Pl. 7.
fig. 33.

60 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

choquante. On sent aisément que c'est en quoi consiste l'habileté dans ce jeu : il ne s'agit que de frapper la bille convenablement ; & il est facile de voir ce qu'on doit faire , mais il ne l'est pas autant de l'exécuter.

On voit au reste , par ce qu'on a dit plus haut , que , pourvu que l'angle NOB excède tant soit peu l'angle droit , il est possible d'envoyer la bille M dans la belouse.

II. *Frapper une bille de bricole.*

Pl. 7, La bille M est cachée ou presque cachée der-
fig. 34 rière le fer à l'égard de la bille N, en sorte que cherchant à la toucher directement, il seroit impossible de le faire , ou qu'il y auroit grand danger de rencontrer le fer & de la manquer : il faut alors chercher à toucher la bille de bricole ou par réflexion. Pour cela, concevez du point M sur la bande DC, la perpendiculaire MO prolongée en m , de sorte que Om soit égale à OM. Visez à ce point m ; la bille N, après avoir touché la bande DC, ira choquer la bille M.

Fig. 35. Si l'on vouloit frapper la bille M par deux bricoles ou après deux réflexions, en voici la solution géométrique. Du point M, concevez sur la bande BC la perpendiculaire MO prolongée, en sorte que Om soit égale à OM ; du point m soit conçue sur la bande DC prolongée, la perpendiculaire mP prolongée en q , de sorte que qP soit égale à Pm : la bille N dirigée à ce point q , ira, après avoir frappé les bandes DC, CB, choquer la bille M.

La démonstration en est facile pour quiconque est tant soit peu géometre.

III. *Une bille venant d'en choquer une autre selon une direction quelconque , quelle est , après ce choc , la direction de la bille choquante ?*

Il est important , dans le jeu de billard , de reconnoître quelle sera , après avoir tiré sur la bille de son adversaire & l'avoir choquée obliquement , la direction de sa bille propre ; car tout le monde sçait qu'il ne suffit pas d'avoir touché la première ou l'avoir poussée dans la belouse ; il faut ne pas y tomber soi-même.

Soient donc les billes M, N, dont la dernière va Pl. 7,
choquer la première en la touchant au point O. fig. 36.
Par ce point O soit tirée la tangente OP ; & par le centre n de la bille N arrivée au point de contact , soit menée ou conçue la parallèle np à OP : la direction de la bille choquante sera , après le choc , la ligne np . On iroit ici se perdre infailliblement , & c'est en effet ce qui arrive fréquemment dans cette position des billes. Les joueurs qui sentent avoir à faire à des novices dans ce jeu , leur donnent même souvent cet acquit captieux , qui les fait perdre dans une des belouses des coins. Il faut , dans ce cas , se bien garder de prendre la bille de son adversaire de moitié , suivant le terme du jeu , pour la faire à un des coins de l'autre bout du billard ; car , en l'y faisant , on ne manque guere de se perdre soi-même dans l'autre coin.

REMARQUE.

NOUS sommes partis , en raisonnant sur ce jeu , des principes communs ; mais nous ne pouvons nous dissimuler que nous avons plus que de l'inquiétude sur ce sujet , & en voici le motif.

Si les billes n'avoient qu'un mouvement pro-

62 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

gressif en avant, sans volution autour de leur centre, les principes ci-dessus seroient évidemment & suffisamment démontrés. Mais tout le monde sçait qu'indépendamment de ce mouvement progressif du centre, une bille roule sur le tapis dans un plan qui lui est perpendiculaire. Lors donc qu'une bille touche la bande, & en est repoussée avec une force à peu près égale à celle avec laquelle elle l'a choquée, ce mouvement semble devoir se composer avec le mouvement de rotation qu'elle avoit au moment du choc, & avec celui qu'elle a dans le sens parallèle à la bande. Or, puisque le premier de ces mouvements, composé avec le dernier, donne l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence, que devient donc le second qui devoit altérer le premier résultat ? C'est, ce me semble, un problème de dynamique, qui n'a été résolu par personne, & qui mériteroit de l'être.

Quoi qu'il en soit, c'est ce mouvement de rotation qui, dans certaines circonstances, donne un résultat qui semble contrarier les loix du choc des corps élastiques ; car, suivant cette loi, quand un corps élastique en choque directement & centralement un autre qui lui est égal, ce premier doit s'arrêter, en communiquant toute sa vitesse au second. Cela n'arrive cependant pas dans le jeu de billard ; car, dans ce cas, la bille choquante continue de marcher au lieu de s'arrêter tout court. Mais c'est là une suite du mouvement de la bille choquante autour de son centre, mouvement qui subsiste encore en grande partie après le choc : c'est ce mouvement qui porte encore cette bille en avant.

PROBLÈME XXXVI.

Construction d'une Pendule d'eau.

ON appelle *pendule d'eau*, une montre ou horloge d'eau, qui a la figure d'un tambour ou barillet de métal bien soudé, comme ABCD, à laquelle le mouvement est donné par une certaine quantité d'eau renfermée dans l'intérieur. Cette horloge marque les heures le long de deux montants verticaux, contre lesquels elle est suspendue par deux filets ou cordes fines, entortillées autour d'un essieu par-tout également épais, & qui traverse le tambour de part & d'autre par le milieu. Le mécanisme intérieur est extrêmement ingénieux, & mérite d'être développé, mieux qu'on ne le voit dans les éditions précédentes des *Récréations Mathématiques*, où M. Ozanam n'explique même pas comment cette machine marche & se soutient, pour ainsi dire, en l'air, sans tomber tout-à-coup, comme il semble qu'elle devoit faire.

Soit (fig. 38) le cercle 1 2 3 4, qui représente la coupe du barillet ou tambour, par un plan perpendiculaire à son axe. Nous le supposons de cinq à six pouces de diamètre. Les lignes A, B, C, D, E, F, G, représentent sept cloisons du même métal que le barillet, & soudées exactement tant aux deux fonds qu'à la bande circulaire qui en fait le contour; ces sept cloisons ne doivent pas aller du centre à la circonférence, mais être un peu transversales & tangentes à un cercle intérieur, d'environ un pouce & demi de diamètre. Le petit quarré H est la coupe de l'essieu qui doit être quarré en cette partie, & traverser les deux fonds du tambour, en s'encastrant très-juste dans deux trous

64 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

semblables faits autour de leur centre. Ajoutons encore que chaque cloison doit être percée le plus près qu'il se pourra de la circonférence du tambour, d'un petit trou rond, pratiqué avec la même aiguille, afin qu'il n'y ait aucune différence.

Supposons maintenant qu'on ait mis dans le tambour une certaine quantité d'eau, environ huit ou neuf onces, & qu'elle se soit déjà distribuée comme l'on voit dans la *fig. 38*; que la ligne *IK* représente le double cordon *GH*, *EF*, (*fig. 37*) enroulé autour de l'essieu cylindrique : il est facile de voir que, si la machine étoit vuide, le centre de gravité, qui seroit le centre même de la figure, étant hors de la ligne de suspension, & du côté où la machine tend à tomber, elle tomberoit en effet; mais l'effet de l'eau contenue derriere la cloison *D*, est de retirer ce centre de gravité en arriere, en sorte que s'il étoit en deçà de la verticale *KI* prolongée, le tambour tourneroit de *D* en *E* pour atteindre cette verticale; &, dans cette position, la machine resteroit en équilibre si l'eau ne pouvoit passer d'une cavité à l'autre; car le tambour ne sçauroit rouler dans le sens *AGF*, sans faire remonter le centre de gravité du côté de *D*: de même il ne sçauroit rouler davantage dans le sens *BCD*, sans que le même centre remontât du côté opposé. La machine doit donc rester en équilibre, & y persister tant que rien ne sera changé.

Mais si, par le trou de la cloison *D*, l'eau s'écoule peu à peu entre les cloisons *D*, *E*, il est clair que le centre de gravité s'avancera tant soit peu en delà de *KI* prolongée; & la machine roulera imperceptiblement dans le sens *AGF*; & comme, en descendant ainsi, le centre de gravité est retiré vers la verticale *KI* prolongée, l'équilibre se rétablira

blira en même temps , & ce mouvement continuera tant que la corde soit toute désenroulée de dessus l'effieu. Ce mouvement : à la vérité , ne sera pas tout-à-fait uniforme , car il est évident que , lorsque l'eau sera presque en entier derriere la cloison D , le tambour roulera plus vite que lorsqu'elle sera presque écoulée ; & les périodes de ces inégalités seront dans une révolution totale du tambour , en même nombre que celui des cloisons ; ce que ne paroissent pas avoir appercu ceux qui ont traité de ces sortes d'horloges.

C'est pourquoi , pour avoir une division exacte du temps par ce moyen , il faut faire une marque à la circonférence du barillet ; après quoi , ayant monté la machine au plus haut , & l'avoir disposée de maniere que la marque en question soit au plus haut du barillet , vous aurez une bonne montre , avec laquelle vous marquerez , pendant une révolution entiere , les points des heures écoulées. Il faut faire ensorte que ce nombre d'heures soit un nombre entier , comme 2 , 4 , 6 , &c ; & , pour cet effet , retarder ou accélérer le mouvement de la machine , jusqu'à ce que l'on ait atteint cette précision ; sans quoi on pourra fort bien se tromper de plusieurs minutes , peut-être d'un demi-quart d'heure. On verra plus bas comment on peut accélérer ou retarder ce mouvement.

Enfin , lorsqu'on remontera la pendule , il faudra avoir attention que l'effieu , étant placé contre la premiere division ; la marque faite au barillet soit dans la même position ; sans quoi , je le répète , il ne faut compter sur l'heure qu'à plusieurs minutes près. Voici maintenant quelques observations utiles , relativement à cet objet.

I. Il est de toute nécessité que l'eau qu'on em-

Tome II.

E

66 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

pioiera soit distillée, sans quoi elle contractera bientôt des vices qui lui feront obstruer les trous par lesquels elle doit couler, & la machine s'arrêtera.

II. La matiere la plus propre à faire le barillet de ces montres, est l'or, ou l'argent, ou, ce qui est moins coûteux, le cuivre rouge bien étamé en dedans, ou enfin l'étain.

III. Cette machine est sujette à aller un peu plus vite en été qu'en hiver; c'est pourquoi il est à propos de la régler de temps en temps, & de la retarder ou accélérer. Pour cet effet, il est bon de lui ajouter un petit contrepoids tendant à la Pl. 8, faire rouler en dehors. Ce petit contrepoids doit fig. 39. être en forme de seau, & de quelque matiere légère, en sorte qu'on puisse le charger plus ou moins, au moyen de petits grains de plomb. Veut-on accélérer la machine, on y ajoutera un, ou deux, ou plus de grains; veut-on la retarder, on en ôtera; ce qui sera beaucoup plus commode que d'ajouter de l'eau ou d'en ôter.

IV. Il faut que l'endroit de l'insertion de l'effieu dans le tambour soit hermétiquement clos, sans quoi l'eau s'évaporerait peu à peu, la machine retarderait continuellement, & enfin s'arrêterait.

V. Avec toutes ces précautions, il est aisé de sentir qu'une machine de cette espece est plus curieuse que propre à mesurer le temps avec précision. Cela peut être bon dans la cellule d'un religieux, ou dans un cabinet de curiosités mécaniques; mais l'astronomie n'en fera certainement pas usage.

VI. On ne sçait guere quel est l'inventeur de cette espece d'horloge. M. Ozanam écrivoit, en 1693, que les premières qu'on vit à Paris vers ce temps-là, avoient été apportées de Bourgogne: il

ajoute que le pere Thimothée, Barnabite, qui excelloit dans les mécaniques, avoit donné à cette horloge d'eau toute la perfection dont elle étoit susceptible. Ce religieux en avoit fait une haute d'environ cinq pieds, qui ne se montoit qu'une fois en un mois. On y voyoit, outre les heures marquées sur le haut de la boîte, dans un cadran régulier, le quantième du mois, les fêtes de l'année, le lieu du soleil dans le zodiaque, son lever & son coucher, ainsi que la longueur du jour & de la nuit. Cela s'exécutoit par le moyen d'un petit soleil qui descendoit imperceptiblement, & qu'on levoit au bout du mois au haut de la boîte, lorsqu'il étoit parvenu au plus bas.

Le pere Martinelli a traité fort au long de ces pendules, dans un ouvrage italien, intitulé *Horologi Elementari*, où il enseigne à faire des horloges au moyen des quatre éléments, l'eau, la terre, le feu & l'air. Cet ouvrage fut imprimé à Venise en 1663, & est fort rare. On y voit comment on peut adapter à une pendule d'eau des sonneries, & toutes les autres particularités qui accompagnent quelquefois les horloges à roues. Nous pourrions, à l'imitation de M. Ozanam, en donner la traduction à la suite de cet ouvrage, en l'abrégeant néanmoins.

PROBLÈME XXXVII.

PARADOXE MÉCANIQUE.

Comment, dans une balance, des poids égaux placés à quelque distance que ce soit du point d'appui, se tiennent en équilibre.

FAITES un chassis quarré, tel que DEFG, de Pl. 8, quatre petites regles de bois tellement assemblées, fig. 40.

E ij

68 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

qu'elles puissent se mouvoir librement sur les angles, enforte que ce chaffis puisse passer de la forme de rectangle à celui de parallélogramme, comme *efgd*. Les longs côtés doivent être environ doubles des autres. Dans le montant perpendiculaire BC, de la grosseur convenable, est pratiquée une fente, dans laquelle est insérée ce chaffis, de maniere qu'il soit mobile sur les deux points I, H, où il est attaché au montant perpendiculaire par deux petits axes; enfin les petits côtés ED, FG, sont traversés chacun par une piece de bois, telles que MN, KL, qui leur sont attachées fixement; le tout est porté sur un pied tel que A B.

Maintenant, qu'on suspende le poids P au point M, qui est presque à l'extrémité du bras MN, la plus éloignée du centre ou des centres de mouvement; qu'on suspende le poids Q égal au premier, d'un point R quelconque de l'autre bras KL, plus près du centre, & même en dedans du chaffis: ces deux poids se feront toujours équilibre, quoiqu'inégalement éloignés du point d'appui ou de mouvement de cette espece de balance; & ils y resteront aussi, quelque situation qu'on donne à la machine, comme *edfg*.

La raison de cet effet, qui semble d'abord contredire les principes de la statique, est cependant assez simple; car deux corps égaux sont en équilibre, lorsque la machine à laquelle ils sont suspendus étant supposée prendre quelque mouvement, les descentes de ces deux poids sont égales & semblables. Or il est aisé de voir que cela doit nécessairement arriver ici, puisque les deux poids, quelle que soit leur position, sont nécessités à décrire des lignes égales & paralleles.

On voit aussi avec facilité que, dans une pareille machine, quelle que soit la position des poids le long des bras MN, KL, c'est la même chose que s'ils étoient suspendus du milieu des petits côtés du châssis mobile, ED, FG. Or, dans ce dernier cas, des poids égaux seroient en équilibre; donc, &c.

P R O B L Ê M E X X X V I I I.

Quelle est la vitesse qu'on doit donner à une machine mue par un courant d'eau, pour qu'elle produise le plus grand effet ?

ON concevra facilement que cela n'est point indifférent, si l'on fait l'observation suivante. Si la roue se mouvoit avec la même vitesse que le fluide, elle n'en éprouveroit aucune impression; conséquemment le poids quelle élèveroit seroit nul, ou infiniment petit. Si, au contraire, elle étoit immobile, elle éprouveroit toute l'impression du courant; mais il y auroit équilibre: il n'y auroit donc point de poids enlevé, & conséquemment point d'effet. Il y a donc une certaine vitesse, moyenne entre une vitesse égale à celle du courant & une vitesse nulle, qui donnera l'effet le plus grand; effet qui est proportionnel, dans un temps donné, au produit du poids par la hauteur à laquelle il est élevé.

Nous ne donnerons pas ici l'analyse qui conduit à la solution du problème. Nous nous bornons à observer que, dans une machine de la nature ci-dessus, la vitesse de la roue doit être égale au tiers de celle du courant. Il faut conséquemment augmenter la résistance ou le poids, jusqu'à ce que la vitesse ci-dessus soit comme on vient de dire. La

machine produira alors le plus grand effet dont elle est susceptible.

PROBLÈME XXXIX.

Quel est le nombre d'aubes qu'on doit mettre à une roue mue par un courant d'eau, pour qu'elle produise le plus grand effet ?

ON a cru pendant long-temps que les aubes d'une pareille roue devoient être tellement proportionnées que, lorsqu'une d'elles se trouvoit verticale ou au milieu de son immersion, la suivante ne fit qu'entrer dans l'eau. On en donnoit bien des raisons, que néanmoins le calcul dément aussi bien que l'expérience.

Il est aujourd'hui démontré que plus une roue semblable a d'aubes, plus grand est son effet, & plus il est uniforme. C'est ce qui résulte des recherches de M. l'abbé de Valernod, de l'académie de Lyon, & de celles de M. du Petit-Vandin, qu'on lit dans le 1^{er} Vol. des Mém. des Sçavants étrangers. M. l'abbé Boffut, qui a examiné à l'aide de l'expérience, la plupart des théories hydrauliques, a aussi démontré la même chose. Dans les expériences qu'il a faites, une roue garnie de quarante-huit aubes a produit un plus grand effet qu'une garnie de vingt-quatre, & celle-ci plus que celle garnie de douze, en les plongeant également dans l'eau. Aussi M. du Petit-Vandin observe-t-il qu'en Flandres, où l'eau courante est assez rare pour qu'on la ménage autant qu'il se peut, on ne met jamais moins de trente-deux aubes à une roue, & qu'on en met jusqu'à quarante-huit lorsque la roue a 15 à 18 pieds de diamètre.

PROBLÈME XL.

Un bâton ou cylindre plein, & un autre creux & de même solidité, étant proposés, lequel des deux résistera davantage à être rompu par un poids suspendu à une de leurs extrémités, l'autre étant fixe? On les suppose de la même longueur.

QUELQUES-UNS de nos lecteurs, & peut-être plusieurs, seront tentés de penser que la base de rupture étant la même, tout doit être égal : on est même tenté, du premier abord, de regarder le bâton ou cylindre plein, comme doué d'une plus grande résistance à être rompu ; mais on seroit dans l'erreur.

Galilée, qui le premier a examiné mathématiquement la résistance des solides à être rompus par un poids sur un appui, Galilée, dis-je, a fait voir que le cylindre creux résistera bien davantage, & qu'il résistera d'autant plus qu'il y aura plus de creux. Il fait même voir, d'après une théorie fort approchante de la vérité, que la résistance du cylindre creux sera à celle du plein, comme le rayon total du creux à celui du plein. Ainsi un cylindre creux ayant autant de vuide que de plein, résistera plus que le plein dans le rapport de $\sqrt{2}$ à 1 ou de 1.41 à 1.000 ; car le premier aura $\sqrt{2}$ pour rayon, tandis que le plein aura un rayon égal à l'unité. Un cylindre creux, ayant deux fois autant de vuide que de plein, résistera plus que ce dernier en raison de $\sqrt{3}$ à 1, ou de 1.73 à 100 ; car leurs rayons seroient dans le rapport de $\sqrt{3}$ à 1. Un cylindre creux, dont la solidité ne seroit que la vingtième partie du volume total, résisteroit plus que le cylindre plein de même solidité, en raison de $\sqrt{21}$, ou 4.58 à 100, &c.

E iv

REMARQUE.

IL est aisé d'observer, & Galilée ne manque pas de le faire, que ce mécanisme est celui dont la Nature ou son souverain Auteur s'est servi pour concilier en plusieurs occasions la solidité avec la légèreté. Ainsi les os de la plupart des animaux sont creux ; ils eussent perdu de leur force à être solides avec la même quantité de matière ; ou, pour leur donner la même résistance, il eût fallu les rendre plus massifs, ce qui eût nui à la facilité du mouvement. Les tiges de beaucoup de plantes sont creuses par la même raison. Enfin, les plumes des oiseaux, dans la formation desquelles il falloit allier beaucoup de force à une grande légèreté, sont creuses, & leur cavité est même la plus grande partie de leur diamètre total, en sorte que les parois sont extrêmement minces.

PROBLÈME XLI.

Fabriquer une lanterne qui conserve la lumière au fond de l'eau.

IL faut que la lanterne soit de cuir, qui résiste mieux aux flots que toute autre matière. On ajoutera à cette lanterne deux tuyaux qui auront communication avec l'air supérieur ; l'un pour recevoir de nouvel air, afin d'entretenir la lumière ; l'autre pour servir de cheminée, & donner passage à la fumée ; tous deux assez élevés au dessus de l'eau pour n'être pas couverts par les vagues dans les gros temps. On conçoit que le tuyau qui servira à donner de nouvel air, doit avoir communication par le bas de la lanterne, & celui qui sert de cheminée en doit avoir par le haut. On fera

dans le cuir tout autant de trous qu'on voudra , pour y placer des verres qui repandront la lumiere de tous côtés. Enfin on suspendra la lanterne avec du liege , afin qu'elle s'éleve & s'abaisse avec les flots.

Cette espece de lanterne , dit M. Ozanam , pourroit servir à pêcher à la lumiere ; mais ce qu'il ne dit pas , c'est que cette pêche est sévèrement défendue par de sages ordonnances.

P R O B L Ê M E X L I I .

Construire une lampe qui , dans toutes ses situations , conserve son huile , quelque mouvement & quelque inclinaison qu'on lui donne.

P O U R construire une lampe semblable , il faut d'abord que le corps de la lampe , ou le vase qui contient l'huile & la meche , ait la forme d'un segment sphérique. Ce segment aura à son bord deux pivots diamétralement opposés , qui rouleront dans deux trous pratiqués aux extrémités du diamètre d'un cercle de fer ou de laiton. Ce cercle aura lui-même deux autres pivots diamétralement opposés , & éloignés de 90° des trous où portent les premiers : ces seconds pivots tourneront dans deux trous diamétralement opposés d'un second cercle. Ce second cercle doit enfin avoir aussi deux pivots , qui seront insérés dans un autre corps concave , propre à environner toute la lampe.

Il est aisé de voir qu'au moyen de cette suspension , quelque mouvement qu'on donne à la lampe , à moins qu'il ne soit trop précipité , elle se tiendra dans une situation horizontale.

Cette suspension est celle de la boussole , que les marins ont tant d'intérêt d'observer & de tenir

74 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

dans une situation horizontale. J'ai lu quelque part que l'empereur Charles V s'étoit fait faire une voiture suspendue de cette manière, pour être à l'abri du danger de verser.

PROBLÈME XLIII.

Construction d'un anémoscope & d'un anémomètre.

CES deux machines, qu'on confond vulgairement, ne sont pourtant pas la même chose. L'anémoscope est celle qui sert à reconnoître la direction du vent; ainsi, à proprement parler, une girouette est un anémoscope. On entend au reste ordinairement par-là, une machine plus composée, & qui marque sur une espece de cadran, soit intérieur, soit extérieur à une maison, la direction du vent qui souffle. Quant à l'anémomètre, c'est un instrument qui sert à marquer non-seulement la direction, mais la durée & la force du vent.

- Pl. 9, Le mécanisme d'un anémoscope est fort simple.
 fig. 41. Qu'on imagine une girouette élevée au dessus du comble d'une maison, & portée sur un axe qui, traversant le toit, s'appuie par sa pointe sur une crapaudine; le mouvement doit en être assez facile pour obéir à la moindre impulsion du vent. Cet axe vertical porte une roue dentée, horizontale, à dents posées de champ; & cette roue s'engrene avec une autre précisément égale & verticale, qui est attachée à un axe horizontal, lequel porte à son extrémité l'aiguille d'un cadran. Il est visible que la girouette ne sçauroit faire un tour, que l'aiguille ci-dessus n'en fasse un précisément. Ainsi, si l'on fixe la position de cette aiguille de manière qu'elle soit verticale quand le vent est nord, & qu'on observe dans quel sens elle tourne

quand il passe à l'ouest, il sera facile de diviser le cadran en ses trente-deux airs de vent.

On peut aussi se procurer assez facilement un anémomètre, s'il n'est question que de mesurer l'intensité ou la force du vent. En voici un que nous proposons. La figure quarante-deuxième représente encore une girouette attachée fixement à Pl. 9,
un axe vertical. Transversalement au plan de la fig. 42
girouette, est fermement implantée une barre de fer horizontale AB, dont les extrémités recourbées à angles droits, servent à soutenir un effieu horizontal, autour duquel tourne un châssis mobile ABCD, d'un pied de hauteur & d'un pied de largeur. Au milieu du côté inférieur de ce châssis, soit attaché un fil de soie délié & assez fort, qui passe sur une poulie adaptée en F, dans une fente pratiquée dans l'axe vertical, d'où il descend le long de cet axe jusques dans l'étage au dessous du toit. La distance GF doit être égale à GE. Le bout de ce fil soutiendra un petit poids, seulement suffisant pour le tendre. Quand le châssis, que la girouette présentera toujours directement au vent, est soulevé, (& il le sera plus ou moins, suivant la force du vent), le petit poids ci-dessus sera aussi soulevé, & marquera, contre une échelle appliquée à l'axe de la girouette, la force de ce vent. On sent aisément qu'elle sera nulle lorsque le petit poids sera au plus bas, & la plus grande possible lorsqu'il sera au plus haut, ce qui indiqueroit que le vent tiendrait le châssis horizontalement.

On pourra, si l'on veut, déterminer avec plus de précision la force du vent, selon les différentes inclinaisons du châssis; car on trouve que cette force sera toujours égale au poids absolu du châssis qui est connu, multiplié par le sinus de l'angle

qu'il fait avec la verticale, & divisé par le carré du même angle. Il ne s'agira donc que de connaître ; par le mouvement du petit poids attaché au filet EFP, l'inclinaison du châssis. Or c'est ce qui est facile ; car il est aisé de voir que la quantité dont il sera élevé au dessus du point le plus bas , sera toujours la corde de l'angle du châssis avec le plan vertical , ou le double du sinus de la moitié de cet angle. Ainsi l'on pourroit marquer le long de l'échelle la grandeur de cet angle , & de l'autre la force du vent , calculée d'après la règle précédente.

On lit dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences , pour l'année 1734 , la description d'un anémomètre inventé par M. d'Ons-en-Bray, pour marquer à-la-fois la direction du vent , sa durée dans cette direction , & sa force. Cet anémomètre mérite que nous en donnions ici une idée.

Il est composé de trois parties, sçavoir , d'une pendule ordinaire , qui sert aux usages qu'on indiquera , & de deux machines ; l'une qui sert à marquer la direction du vent & sa durée , l'autre à marquer sa force.

La première de ces machines est composée , comme l'anémoscope ordinaire , d'un axe vertical portant une girouette , & qui , au moyen de quelques roues dentées , marque d'abord sur un cadran le nom du vent qui souffle ; le bas de cet axe enfile un cylindre , sur lequel sont implantées trente-deux pointes sur une ligne spirale. Ce sont ces pointes qui , par la manière dont elles se présentent , appuient contre un papier préparé , & tendu entre deux colonnes ou axes verticaux , sur l'un desquels ils s'enroule pendant qu'il se désenroule de dessus l'autre. Ces roulement & désenroulement sont exé-

cutés par le mouvement simultané des deux axes, qui leur est communiqué par la pendule dont nous avons parlé. On sent maintenant que, suivant la position de la girouette, une pointe se présentant contre le papier préparé, & qui coule au devant en appuyant légèrement contr'elle, elle y laisse une trace, & la longueur de cette trace indique la durée du vent. Si deux pointes voisines marquent à-la-fois, c'est une preuve que le vent tenoit une direction moyenne.

La partie de l'anémomètre qui marque la force du vent, est composée d'une espece de moulin à la polonoise, qui tourne d'autant plus vite que le vent est plus fort. Son axe vertical porte une roue qui mene une petite machine dont l'effet est, après un certain nombre de tours, de frapper avec une pointe sur une bande de papier, qui a un mouvement semblable à celui de la partie de l'anémomètre qu'on a décrite plus haut. Le nombre de ces coups, dont chacun est marqué par un trou, leur nombre, dis-je, sur une longueur déterminée de ce papier mobile, sert à désigner la force du vent, ou plutôt la vitesse de la circulation du moulin, qui lui est à peu près proportionnelle. Mais on doit voir dans les Mémoires de l'Académie cités, le développement de tout ce mécanisme, dont le peu de place que nous avons ne nous permet de donner qu'une légère idée.

PROBLÈME XLIV.

Construction d'un peson, au moyen duquel on puisse sans poids mesurer la pesanteur des corps.

Nous allons donner ici les descriptions de deux instruments de ce genre, l'un portatif, & destiné

78 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

à mesurer des poids médiocres, comme de 1 à 25 ou 30 livres ; le second fixe, pour des poids beaucoup plus considérables, & même de plusieurs milliers. On en voit un de ce dernier genre à la Douane de Paris, où l'on s'en sert avec beaucoup de commodité pour les poids qui sont entre 100 & 3000 livres.

Pl. 9, Le premier de ces pesons est représenté par fig. 43. la fig. 43. Il est composé d'un tuyau ou canon de métal AB, auquel on peut donner environ 6 pouces de longueur & 8 lignes de diamètre. Ce tuyau est représenté ouvert dans la plus grande partie de sa longueur, pour laisser voir au dedans un ressort d'acier en spirale. Il y a au bout d'en haut A, un trou quarré qui laisse passer une verge de cuivre aussi quarrée, dont le ressort est traversé, ensorte qu'on ne peut la retirer sans comprimer le ressort contre le fond supérieur du canon. Le bas de ce canon porte enfin un crochet, pour y suspendre les corps que l'on veut peser.

Il est maintenant sensible que si l'on applique à ce crochet, pendant que le peson est retenu par son anneau, des corps de différente pesanteur, ils entraîneront plus ou moins du canon, en forçant le ressort contre son fond supérieur. Ainsi l'on divisera la verge, en suspendant successivement au crochet des poids de différente pesanteur, comme une livre, deux livres, &c, jusqu'au plus grand qu'on puisse peser ; l'on examinera & marquera d'un trait, accompagné du numéro du poids, la partie de la verge qui sortira du canon ; & l'instrument sera préparé. Lorsqu'enfin on voudra s'en servir, on n'aura qu'à passer le doigt dans l'anneau de la verge, soulever le poids attaché au crochet, & regarder sur la face divisée de la verge

la division qui est juste contre le trou ; elle indiquera le nombre de livres que pèse le corps proposé.

Le second pèson annoncé plus haut, est formé Pl. 9,
fig. 44 de deux barres adossées l'une à l'autre, ou d'une seule, ABCDE, courbée comme l'on voit dans la *fig. 44*. La partie AB est fixément attachée à une poutre, & la partie DE est terminée en E par un crochet propre à suspendre les poids qu'on veut peser. Cette partie ED porte dans son prolongement une verge de fer dentelée en crémaillere, qui engrene dans un pignon, lequel porte une roue dentée, & cette roue dentée s'engrene dans un autre pignon dont l'axe porte une aiguille, qui fait une révolution juste, quand au crochet E est suspendu un poids de trois milliers. Car il est aisé de voir que l'on ne peut suspendre en E un poids, sans que le ressort DCB soit ouvert plus ou moins ; ce qui donne à la crémaillere DF un mouvement qui fait tourner le pignon auquel elle s'engrene, & par son moyen, la roue dentée & le second pignon auquel l'aiguille est attachée. Il n'est pas moins facile de sentir qu'on peut, en construisant la machine, donner à son ressort une telle force, ou combiner ses roues de maniere qu'un poids déterminé, comme de 3000 livres, fasse faire à l'aiguille une révolution complete. Le centre du mouvement de cette aiguille est enfin celui d'un cadran circulaire, qui sert à porter les divisions & indiquer les poids. Ces divisions doivent être faites en suspendant successivement des poids moindres que le plus grand, en progression arithmétique, comme 29 quintaux, 28, 27, &c. : cela donnera les divisions principales, qu'on pourra du reste, sans erreur considérable, subdiviser en parties égales.

80 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Cette construction faite , pour peser un poids au dessous de trois milliers , il n'y a qu'à le suspendre au crochet E , & l'aiguille marquera sur le cadran sa pesanteur en quintaux & en livres.

R E M A R Q U E.

IL est bon d'observer qu'une pareille maniere de peser ne sçauroit être entièrement exacte , qu'en supposant la température de l'air la même ; car dans le froid les ressorts sont plus roides , & dans la chaleur ils le sont moins. Je ne doute point , par cette raison , que le même poids pesé en hiver & en été au peson de la Douane de Paris , ne présentât des différences. Il doit paroître peser moins en hiver qu'en été.

P R O B L Ê M E X L V.

Fabriquer une voiture dont un goutteux puisse se servir pour se promener, sans secours d'hommes ou de chevaux.

Pl. 10, **L**A fig. 45 représente le dessin d'une semblable fig. 45. voiture. On y reconnoîtra facilement ,

1^o Deux grandes roues , qui doivent avoir environ 44 pouces de diametre , avec une jante d'une seule piece , recouverte aussi d'une bande de fer d'une seule piece. Cette jante doit être un peu large , pour moins enfoncer.

2^o Vers les deux tiers de chaque rais , est appliqué un rouleau d'un pouce d'épaisseur , & de 3 pouces 4 lignes de diametre , tournant sur son axe , qui est implanté par un bout dans le rais , & de l'autre dans un cercle de fer plat , qui sert à les retenir tous au moyen de vis & écroux.

3^o Sur chaque brancard , au dessus de l'endroit où il est traversé par l'essieu des deux roues , est implanté

implanté un support en forme de fourchette , servant à soutenir l'axe d'une manivelle , lequel porte à son extrémité une roue à quatre dents taillées en épicycloïde , lesquelles s'engrenent avec les rouleaux ci-dessus , & servent à faire tourner la roue. Le bras de la manivelle doit avoir seulement 8 à 9 pouces de longueur.

4^o On voit dans la *fig. 46*, qui représente les *Pl. 10*, mêmes choses en plan, la forme du brancard , qui *fig. 46* est composé de deux pieces de bois paralleles , un peu concaves en enhaut , que tient par derriere une barre de bois tournée , & pardevant une piece de fer. Ces deux traverses servent à soutenir les deux soupentes destinées à porter un petit fauteuil garni de son dossier & de son marche-pied. On pourra , si l'on veut , le surmonter d'un parasol en impériale. Il doit être , comme on voit , un peu en arriere , pour que le poids de la personne ne fasse pas tomber la voiture en devant. Le dessous du marche-pied , qui est fermement attaché à l'essieu des roues , est au surplus garni d'une piece de fer recourbée , qui , dans le cas où la machine pencheroit en devant , sert à la retenir en s'appuyant sur le pavé. Pour retenir la machine par derriere , il y a une roue plus petite , attachée au milieu de la traverse de derriere , par un mécanisme semblable à celui des roulettes qu'on met sous les pieds des lits , & dont l'axe vertical est embrassé , pour plus de solidité , par une barre de fer attachée à l'essieu des grandes roues. Enfin les extrémités des brancards sont garnies par derriere de deux mains , pour faciliter à un domestique le moyen de pousser dans les endroits plus difficiles ; & au devant il y a deux étriers , servant à y passer & assujettir les deux bras d'un brancard ordinaire , pour atteler un

Tome II,

F

82 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

cheval à la voiture, si on le juge à propos. On peut voir de plus grands détails sur cette machine dans les Mémoires présentés à l'Académie Royale des Sciences par divers sçavants, Tome IV.

Son auteur (M. Brodier) l'ayant fait exécuter, nous apprend que, compris le poids de son corps, elle ne pesoit que 378 livres ; &, en calculant son effet suivant les principes de la mécanique, il a trouvé qu'on pouvoit faire sur un plan incliné de 8 degrés, 200 toises de chemin en 23 minutes ; ce qui est conforme à son expérience. A la vérité, en montant ainsi, on ne tarderoit pas d'être fatigué. Mais, sur un chemin de terre un peu ferme, & sur un pavé horizontal, on peut se conduire assez long-temps, sur-tout si l'on est aidé, ne fût-ce que par un enfant de quatorze à quinze ans, dans les endroits difficiles.

On lit dans les précédentes éditions des *Récréations Mathématiques*, les descriptions très-sommaires de quelques machines semblables. La première est une petite chaise roulante, de la forme ordinaire, à quatre roues, dont celles de devant sont mobiles sur leur axe, & ne doivent rouler que par l'impulsion de celles de derrière. Celles-ci sont fixément attachées à leur axe, qui doit porter à son milieu un pignon servant à engrener une roue de champ, que la personne assise dans la voiture doit faire tourner au moyen d'une manivelle. Nous doutons que cette machine ait jamais été exécutée avec succès ; ou, pour mieux dire, n'en déplaît à M. Ozanam, nous la trouvons très-vicieuse, puisque la puissance motrice se trouve ici appliquée précisément le plus près du centre du mouvement.

L'autre voiture marchoit, dit M. Ozanam, au

moyen d'un laquais placé derrière , qui agissoit alternativement avec ses pieds sur deux tringles mouvantes. Ces deux tringles , en s'élevant & en s'abaissant , menoient deux especes de planchettes qui s'engrenoiient dans des roues dentées , fixées à l'effieu des grandes roues. Mais tout cela est si mal expliqué par M. Ozanam , & dans le discours , & dans la figure , qu'on n'y conçoit rien ; c'est pourquoi nous avons jugé à propos de changer totalement cet article , comme tant d'autres aussi vicieux , & dans la forme , & dans le fonds.

PROBLÈME XLVI.

Construction d'une petite figure qui , livrée à elle-même , descend sur ses pieds & ses mains le long d'un petit escalier.

ON a apporté des Indes , il y a quelques années , cette petite machine qui est fort ingénieusement imaginée , & à laquelle on donne le nom de *sautriauc* , parceque son mouvement est assez ressemblant à celui de ces sauteurs qui se renversent en arrière sur leurs mains , relevent leurs pieds , & achevent le tour en se remettant debout. Mais le sautriauc ne peut exécuter ce mouvement qu'en descendant , & le long d'une sorte d'escalier. Voici l'artifice de cette petite machine.

AB est une planchette de bois léger , d'environ Pl. 11, 20 lignes de longueur , 2 d'épaisseur , & 6 de hauteur. Vers ses deux extrémités sont percés les deux trous C & D , qui servent à y placer deux petits axes , autour desquels doivent tourner les bras & les jambes du sautriauc. Aux deux extrémités de cette planchette , sont deux petits réceptacles , de la forme que l'on voit dans la figure , c'est-
F ij

84 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

à-dire à peu près concentriques aux trous C & D , avec un prolongement oblique vers le milieu de la planchette. Des extrémités de ces deux prolongements F & G , partent deux canaux Gg, Ff, percés dans l'épaisseur de la planchette, & d'une ligne à peu près de diametre.

On bouche ensuite les deux réceptacles par deux feuilles de carton très-léger , appliquées sur les côtés ; & l'on met dans l'un d'eux du mercure , enforte qu'il soit , à peu de chose près , rempli. On place sur l'axe qui passe par un des trous , C , deux supports recoupés en forme de jambe , avec des pieds un peu allongés , pour leur donner plus d'affiète ; & sur l'axe passant par l'autre trou D , on place deux supports figurés en bras , avec leurs mains dans la situation propre à servir de base lorsque la machine est retournée en arriere. On applique enfin à la partie GH , une espee de masque de moëlle de sureau , que l'on coiffe à la maniere des fauteurs : on figure au dessous un ventre avec de la même matiere ; & l'on revêt cette figure d'une espee de jaquette de taffetas , descendant jusqu'au milieu des cuisses. Voilà la petite machine à peu de chose près construite. En voici le jeu.

Pl. 11, 1
fig. 48, 49, ses jambes , comme on voit *fig. 48*, ou dans la
n° 1. 49 , n° 1. Tout le poids étant d'un même côté de l'axe de rotation C , à cause du mercure dont le réceptacle de ce côté est rempli , la machine doit trébucher de ce côté , & se renverseroit totalement en arriere , si les bras ou les supports tournants autour de l'axe D , ne se présentoient verticalement ; mais , comme ils sont plus courts que les jambes , la machine prend la position de la

fig. 49, n° 2 ; & alors le mercure trouvant le Pl. II,
 petit canal *Gg* incliné à l'horizon, coule avec *fig. 49*,
 impétuosité dans le réceptacle placé du côté *D*. n° 2.

Supposons donc qu'à cet instant la machine repose sur les appuis ou bras *DL*, tournants autour de l'axe *D* ; il est évident que si la machine vuide est fort légère, le mercure, qui se trouvera tout au delà du point de rotation *D*, l'emportera par sa prépondérance considérable, & fera tourner la machine autour de l'axe *D* ; ce qui la relevera, & la fera retourner de l'autre côté. Mais comme les appuis *CK* doivent nécessairement être plus longs que les autres *DL*, afin que la ligne *CD* ait l'inclinaison convenable pour que le mercure puisse couler par le petit canal *Ff* d'un réceptacle à l'autre, il faut que la base fasse un ressaut double en hauteur de la différence de ces supports, sans quoi la ligne *Ff* non-seulement n'atteindroit pas l'horizontale, mais resteroit inclinée dans le sens contraire à celui qu'elle devoit avoir.

La machine étant donc arrivée à la situation Pl. II,
DL, *fig. 49*, n° 3, & le mercure ayant repassé *fig. 49*,
 dans le réceptacle du côté de *C*, il est évident n° 3.
 que le même mécanisme que dessus la relevera, en la faisant tourner autour du point *C*, & la renversera de l'autre côté, où les deux appuis tournants sur l'axe *C*, lui présenteront une base ; ce qui la remettra dans la position de la *fig. 49*, n° 2 ; & ainsi de suite : c'est pourquoi ce mouvement sera perpétuel, tant qu'il se trouvera des marches comme la première.

R E M A R Q U E S.

AFIN que les supports ou jambes & bras de la petite figure se présentent convenablement pour

F iii

86 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

la soutenir à mesure qu'elle tourne , il faut quelques attentions particulières.

1^o Il est nécessaire , que les grands supports ou jambes , lorsqu'elles sont arrivées au point ou la figure , après s'être renversée , repose sur elles , il faut , dis-je , qu'elles rencontrent un arrêt qui ne leur permette pas de tourner davantage , ou à la figure de tourner ; ce qui se fait au moyen de deux petites chevilles qui rencontrent une prolongation des cuisses.

2^o Il faut que , tandis que la figure se relève sur ses jambes , les bras fassent sur leur essieu une demi-révolution , pour se présenter perpendiculairement à l'horizon & d'une manière ferme , lorsque la figure est renversée en arrière. On y parvient , en garnissant les bras de la figure de deux petites poulies concentriques à l'axe du mouvement de ces bras , à l'entour desquelles s'enroulent deux filets de soie qui se réunissent sous le ventre de la figure , & vont s'attacher à une petite traverse qui joint les cuisses vers leur milieu ; ce qui contribue à leur stabilité. On allonge ou l'on raccourcit ces filets , jusqu'à ce que cette demi-révolution des bras s'accomplisse exactement , & que la figure posée sur les quatre supports , la face en haut ou en bas , ne vacille point ; ce qu'elle feroit si ces supports n'étoient pas liés ensemble de cette manière , & si les grands ne rencontroient pas un arrêt qui les empêche de s'incliner davantage.

On trouve de ces petites figures à Paris , chez les tabletiers , & autres marchands qui débitent des bijoux d'étranges , & en particulier au *singe verd* , rue des Arcis.

PROBLÈME XLVII.

Disposer trois bâtons sur un plan horizontal, de sorte que chacun s'appuie sur ce plan par l'une de ses extrémités, & que les trois autres se soutiennent mutuellement en l'air.

CECI n'est qu'un petit jeu de mécanique, mais qu'on seroit peut-être étonné de ne pas trouver ici.

Prenez le premier bâton AB, & appuyez le bout A sur la table, en tenant l'autre élevé, le bâton étant incliné à angle fort aigu; appliquez dessus le second bâton CD, en sorte que le bout C soit celui qui pose sur la table; enfin disposez le bâton EF, en sorte qu'il pose par son bout E sur la table, qu'il passe au dessous du bâton AB du côté du bout élevé B, & s'appuie sur le bâton CD: ces trois bâtons se trouveront par-là engagés de telle manière que leurs bouts D, B, F, resteront nécessairement en l'air, en se supportant circulairement les uns les autres.

PROBLÈME XLVIII.

Construire un tonneau contenant trois liqueurs, qu'on pourra tirer à volonté par la même broche, sans se mêler.

IL faut que le tonneau soit divisé en trois parties ou cellules A, B, C, qui contiennent les trois liqueurs différentes, par exemple, du vin rouge, du vin blanc, & de l'eau, que l'on fera entrer chacun dans sa cellule par le même bondon, en cette sorte.

En construisant le tonneau, on aura ajusté dans

F ix

88 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

le bondon un entonnoir D , avec trois tuyaux E , F , G , qui aboutissent chacun à sa cellule ; ajoutez à cet entonnoir un autre entonnoir H , percé de trois trous qui puissent répondre , quand on voudra , aux ouvertures de chaque tuyau. Si l'on fait répondre , en tournant l'entonnoir H , chaque trou successivement à l'ouverture de son tuyau correspondant , la liqueur que l'on versera dans l'entonnoir H , entrera dans ce tuyau. De cette manière on remplira chaque cellule de sa liqueur , sans que l'une se puisse mêler avec l'autre , parceque quand un tuyau est ouvert , les deux autres se trouvent bouchés.

Mais , pour tirer aussi sans confusion chaque liqueur par le bas du tonneau , il doit y avoir trois tuyaux K , L , M , qui répondent chacun à une cellule , & une espèce de robinet IN , percé de trois trous , qui doivent répondre chacun à son tuyau , afin qu'en tournant la broche I , jusqu'à ce que l'un de ces trous réponde vis-à-vis d'un tuyau , la liqueur de la cellule par où passe ce tuyau , sorte toute seule par le même tuyau.

P R O B L Ê M E XLIX.

Percer une planche avec un corps mou , comme un bout de chandelle.

VOUS n'avez qu'à charger un fusil avec de la poudre , & , au lieu de balle , y mettre un bout de chandelle ; tirez ensuite contre une planche qui ne soit pas bien épaisse , & vous verrez que la planche sera percée par le bout de chandelle , comme par une balle de plomb.

La cause de ce phénomène est , sans doute , que la rapidité du mouvement imprimé au bout de

chandelle , ne lui donne pas le temps de s'applatir , & alors il agit tout comme un corps dur. C'est un effet de l'inertie des parties de la matiere , qu'il est aisé d'éprouver. Rien n'est plus facile à diviser que l'eau. Cependant , si l'on frappe de la paume de la main contre la surface de l'eau avec quelque vitesse , on en éprouve une résistance considérable , & même de la douleur , comme si l'on frappoit contre un corps dur. Il y a plus : une balle de fusil , tirée contre l'eau , en est repoussée , & même s'y applatit. Si le fusil est tiré avec une certaine obliquité , la balle en est réfléchie , & est capable , après cette réflexion , de tuer quelqu'un qui seroit sur son chemin. Cela vient de ce qu'il faut un certain temps pour imprimer à un corps quelconque un mouvement sensible. Donc , lorsqu'un corps , se mouvant avec une grande rapidité , en rencontre un autre dont la masse est un peu considérable à l'égard de la sienne , il en éprouve une résistance presque comme si cet autre étoit fixe.

P R O B L Ê M E L.

Rompre avec un bâton un autre bâton posé sur deux verres , sans les casser.

Nous ne donnons ici ce problème & sa solution , que parcequ'on le trouve dans toutes les éditions des *Récréations Mathématiques* ; mais , à dire vrai , nous croyons que si on en fait l'essai , on fera bien de se munir de verres. Quoi qu'il en soit , voici la solution vraie ou prétendue du problème.

Il ne faut pas que le bâton qu'on veut rompre soit trop gros , ni qu'il appuie beaucoup sur les deux verres. Ses deux extrémités doivent être

amenuisées en pointe ; & il doit être également gros dans toute sa longueur , autant qu'il sera possible , afin que l'on puisse plus facilement connoître son centre de gravité , qui dans ce cas sera au milieu.

Le bâton étant supposé tel qu'on vient de le demander , on mettra ses deux extrémités sur les bords des deux verres , dont l'un ne doit pas être plus élevé que l'autre , afin que le bâton ne penche pas plus d'un côté que d'autre. On fera en sorte que la seule extrémité de chaque pointe porte légèrement sur le bord de chaque verre. Alors , avec un autre bâton , on donnera sur le milieu du bâton un coup sec & prompt , mais cependant proportionné , autant qu'on le pourra juger , à la grosseur du bâton & à la distance des verres ; ce qui brisera le bâton en deux , sans qu'aucun des verres soit cassé.

R E M A R Q U E.

NOUS sommes bien éloignés , & on doit le voir , de regarder ceci comme quelque chose de sûr ; nous croyons qu'on cassera bien des verres avant de casser le bâton. Il y a néanmoins une raison physique qui rend le succès possible ; & c'est la même que celle qui fait qu'une girouette ou une porte mobile sur ses gonds est percée d'un coup de fusil. En effet , le bâton étant frappé dans son milieu d'un coup vif & sec , ne peut , à cause de sa masse , prendre aussi-tôt le mouvement nécessaire pour céder à l'impétuosité du coup ; il est comme retenu fermement par ses extrémités , dans lequel cas il se romproit assurément. Au reste , nous le répétons , nous ne conseillons pas de faire cette expérience avant d'être approvisionné de verres.

On pourroit cependant la tenter d'une manière

moins dispendieuse, sçavoir, en faisant porter les deux extrémités du bâton à rompre sur deux petits bâtons fort menus, & plantés perpendiculairement sur un banc. Peut-être pourra-t-on, après s'être exercé de cette manière, faire l'expérience avec l'apparence de merveilleux qu'y donne l'appui du bâton sur les deux verres.

P R O B L Ê M E L I.

Principes pour juger de l'effet possible d'une machine.

IL est ordinaire aux charlatans, ou à des personnes qui n'ont pas une connoissance suffisante de la mécanique, d'attribuer à des machines des effets prodigieux, & fort au dessus de ceux que comporte la saine physique. Ainsi, il n'est pas inutile d'exposer ici le principe qui doit guider pour porter un jugement sain & raisonnable de toute machine proposée.

Quelle que soit la composition d'une machine, en supposant même qu'elle fût mathématiquement parfaite, c'est-à-dire immatérielle & sans frottement; son effet, c'est-à-dire le poids mis en mouvement, multiplié par la hauteur perpendiculaire à laquelle il sera élevé dans un temps déterminé, ne sçauroit excéder le produit de la puissance motrice multipliée par le chemin qu'elle parcourt dans le même temps; &, conséquemment, puisque toute machine est matérielle, & qu'il est impossible d'y éviter totalement les frottements, ce qui absorbera nécessairement une portion de la puissance; il est évident que le premier produit sera toujours moindre que le second. Appliquons ceci à un exemple.

92 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Quelqu'un propose une machine qui, par la seule force d'un homme appliqué à une manivelle ou aux bras d'un cabestan, doit élever en une heure 50 muids d'eau à la hauteur de 24 pieds; vous pouvez lui dire qu'il est un charlatan ou un ignorant.

Car la force d'un homme appliqué à une manivelle, ou à traîner ou pousser un poids quelconque, n'est que d'environ 27 livres, ou même 25, avec une vitesse tout au plus de 1800 toises par heure; encore ne pourroit-il travailler ainsi plus de 7 ou 8 heures de suite. Ainsi le produit de 1800 par 27 étant 48600, on divisera ce produit par 4, nombre des toises auxquelles l'eau doit être élevée: le quotient sera 12150 livres d'eau, ou 172 pieds cubes, ou 21 muids, à la hauteur de 24 pieds; ce qui fait environ $\frac{1}{6}$ de muid par minute, à la hauteur de 10 pieds: ce seroit là tout ce que pourroit produire cette puissance dans le cas le plus favorable. Mais plus la machine sera composée, plus il y aura de résistances à surmonter en pure perte, en sorte que son produit n'égale pas, même à beaucoup près, le produit ci-dessus.

Dans une machine où un homme agiroit par son propre poids & en marchant, on ne trouveroit pas un beaucoup plus grand avantage; car tout ce que pourroit faire un homme marchant sans autre poids que celui de son corps, sur un plan incliné de 30°, seroit de parcourir 1000 toises par heure, sur-tout s'il avoit à marcher ainsi pendant 7 à 8 heures. Mais c'est ici la hauteur perpendiculaire qu'il faut considérer uniquement, & elle se trouve de 500 toises: le produit de 500 par 150 livres, qui est le poids moyen d'un homme, est 75000. Ainsi le plus grand produit

d'une pareille machine est 75000 livres élevées à la hauteur d'une toise , ou 17500 à la hauteur de 4 toises , ou un muids un quart par minute , à la hauteur de 10 pieds. En prenant entre cette détermination & la précédente une moyenne arithmétique , on trouvera que le produit moyen possible de la force d'un homme employé à mettre en mouvement une machine hydraulique , est tout au plus d'un muid par minute , sur - tout si l'ouvrage doit durer pendant 7 à 8 heures dans la journée.

Il est vrai que si la puissance ne devoit agir que pendant fort peu de temps , comme 3 , 4 ou 5 minutes , le produit pourroit paroître plus considérable & environ du double. C'est-là un des artifices employés par les machinistes pour prouver la supériorité de leurs machines. Ils la font mettre en mouvement pendant quelques minutes , par des gens vigoureux qui font un effort momentané , & font paroître le produit beaucoup plus grand qu'il ne seroit réellement.

La détermination ci-dessus cadre assez bien avec celle que M. Desaguliers a donnée dans ses Leçons de Physique ; car il y dit s'être assuré par le calcul , que l'effet des machines les plus parfaites & les plus simples , mises en mouvement par des hommes , ne donnent pas , à raison de chaque homme , plus d'un muid d'eau par minute , à la hauteur de 10 pieds.

Un élément fort essentiel pour les machines qui doivent être mues par des chevaux , est le suivant. Un cheval équivalent à environ sept hommes , ou peut faire dans l'horizontale un effort de 175 livres , en se mouvant avec une vitesse de 15 à 1800 toises par heure , en supposant qu'il doive travailler 8 à 10 heures par jour. M. Desaguliers trouve même

94 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

moins , & pense qu'on doit seulement quintupler la force de l'homme pour avoir celle du cheval.

Lorsqu'on possédera ces principes , on ne courra point le risque d'être trompé par des machinistes ignorants ou charlatans ; & c'est un grand avantage que d'être à portée de ne pas être la dupe de cette espece d'hommes qui n'en veulent souvent qu'à la bourse de ceux qui auront la simplicité de les écouter.

PROBLÈME LII.

Du Mouvement Perpétuel.

LE mouvement perpétuel est l'écueil de la mécanique , comme la quadrature du cercle , la trisection de l'angle , &c. sont ceux de la géométrie : & , tout comme ceux qui prétendent avoir trouvé la solution de ces derniers problèmes sont ordinairement des gens à peine initiés dans la géométrie , de même ceux qui cherchent ou croient avoir trouvé le mouvement perpétuel sont presque toujours des hommes à qui les vérités les plus constantes de la mécanique sont inconnues.

En effet , on peut démontrer , pour tous ceux qui sont capables de raisonner sainement sur ces matieres , que le mouvement perpétuel est impossible ; car , pour qu'il fût possible , il faudroit que l'effet devînt alternativement la cause & la cause l'effet. Il faudroit , par exemple , qu'un poids élevé à une certaine hauteur par un autre poids , élevât à son tour cet autre poids à la hauteur dont il étoit descendu. Mais , selon les loix du mouvement , & dans une machine la plus parfaite que l'esprit puisse concevoir , tout ce que peut faire un poids descendant , seroit d'en élever un autre dans

le même temps , à une hauteur réciproquement proportionnelle à sa masse. Or il est impossible que , dans une machine quelle qu'elle soit , il n'y ait ni frottement , ni résistance du milieu à éprouver : ainsi il y aura toujours , à chaque alternative de montée & de descente des poids qui agissent alternativement , une portion si petite qu'on voudra , du mouvement , qui sera perdue : ainsi , à chaque fois , le poids élevé montera moins haut , le mouvement se ralentira , & enfin cessera.

On a cherché , mais infructueusement , des remontoirs dans l'aimant , dans la pesanteur de l'air , dans le ressort des corps , mais sans succès. Si un aimant est disposé de manière à faciliter l'ascension d'un poids , il nuira ensuite à sa descente. Les ressorts , après s'être débandés , ont besoin d'être tendus de nouveau par une force égale à celle qu'ils ont exercée. Le poids de l'atmosphère , après avoir entraîné un côté de la machine au plus bas , a besoin d'être remonté lui-même comme un poids quelconque , pour agir de nouveau.

Nous croyons pourtant à propos de faire connaître quelques tentatives de mouvement perpétuel , parce qu'elles peuvent donner une idée de l'illusion que se sont faite quelques personnes sur ce sujet.

La *fig. 52* représente une roue garnie , à distances égales dans sa circonférence , de leviers portants chacun à son extrémité un poids , & qui sont mobiles sur une charnière , de sorte que dans un sens ils puissent se coucher sur la circonférence , & du côté opposé , étant entraînés par le poids qui est à leur extrémité , ils soient contraints à se ranger dans la direction du rayon prolongé. Cela supposé , on voit que la roue tournant dans le

Pl. 12,

fig. 52.

96 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

sens *abc*, les poids *A*, *B*, *C*, s'écarteront du centre; & conséquemment, agissant avec plus de force, entraîneront la roue de ce côté: & comme, à mesure qu'elle se mouvra, un nouveau levier se développera, il s'ensuit, disoit-on, que la roue continuera sans cesse de marcher dans le même sens. Mais, malgré l'apparence séduisante de ce raisonnement, l'expérience a montré que la machine ne marchoit pas; & l'on peut en effet démontrer qu'il y a une position où, le centre de gravité de tous ces poids étant dans la verticale menée par le point de suspension, elle doit s'arrêter.

Il en est de même de celle-ci, qui sembleroit aussi devoir marcher sans cesse. Dans un tympan cylindrique & parfaitement en équilibre sur son

Pl. 12, axe, on a creusé des canaux, comme on le voit fig. 53. dans la fig. 53, qui contiennent des balles de plomb, ou, si l'on veut, du vif-argent. Par une suite de cette disposition, ces balles ou ce vif-argent doivent, d'un côté, monter en se rapprochant du centre, & de l'autre côté, au contraire, elles roulent à la circonférence. La machine doit donc tourner sans cesse de ce côté-là.

Fig. 54. En voici une troisième. Soit une espèce de roue, formée de six ou huit bras partants d'un centre où est l'axe du mouvement. Chacun de ces bras est garni de deux réceptacles en forme de soufflet, & en sens opposé, comme on voit dans la fig. 54. Le couvercle mobile de chacun est garni d'un poids propre à le fermer dans une situation & à l'ouvrir dans l'autre. Enfin les deux soufflets d'un même bras communiquent par un canal, & l'un d'eux est rempli de vif-argent.

Cela supposé, on voit que d'un côté, par exemple *A*, les soufflets les plus éloignés du centre doivent

vent s'ouvrir , & les plus proches se fermer ; d'où doit résulter le passage du mercure des derniers dans les premiers , tandis que le contraire se passera du côté opposé. La machine doit donc tourner continuellement du même côté.

Il seroit assez difficile de montrer en quoi pèche ce raisonnement ; mais quiconque connoîtra les vrais principes de la mécanique , n'hésitera pas à parier cent contre un que la machine , étant exécutée , ne marchera pas.

On voit dans le Journal des Sçavants , de l'année 1685 , la description d'un mouvement perpétuel prétendu , où l'on employoit à peu près ainsi le jeu d'un soufflet qui devoit alternativement se remplir & se vider de mercure. Il fut réfuté par M. Bernoulli & quelques autres , & occasionna une assez longue querelle. La meilleure manière dont son auteur eût pu défendre son invention , étoit de l'exécuter , & de la faire voir en mouvement ; mais c'est ce qu'il ne fit point.

Remarquons néanmoins un trait assez curieux à cet égard. Un M. Orfyreus annonça en 1717 , à Leipfick , un mouvement perpétuel ; c'étoit une roue qui devoit toujours tourner. Il l'exécuta pour le Landgrave de Hesse-Cassel , qui la fit renfermer dans un lieu sûr , & apposa son sceau sur l'entrée. Après 40 jours , on y entra , & on la trouva en mouvement. Mais cela ne prouve rien pour le mouvement perpétuel. Puisque l'on fait fort bien une pendule qui peut marcher un an sans être remontée , la roue de M. Orfyreus pouvoit bien aller 40 jours & plus. On ne voit pas la suite de cette prétendue découverte : un journal nous apprend , qu'un Anglois offrit 80000 écus à M. Orfyreus pour avoir sa machine ; mais M. Or-

98 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

fyreus refusa de la donner à ce prix , en quoi il eut sûrement grand tort , car il n'a rien eu , ni argent , ni l'honneur d'avoir trouvé le mouvement perpétuel.

L'Académie de Peinture à Paris a une pendule qui n'a pas besoin d'être remontée , & qu'on pourroit regarder comme un mouvement perpétuel ; mais ce n'en est point un. Expliquons-nous. L'auteur ingénieux de cette pendule s'est servi des variations de l'état de l'atmosphère pour remonter son poids moteur. Or on peut imaginer à cet effet divers artifices ; mais ce n'est pas plus le mouvement perpétuel , qu'une machine où le flux & reflux de la mer seroit employé à la faire aller continuellement , car ce principe de mouvement est extérieur à la machine , & n'en fait pas partie.

Mais en voilà assez sur cette chimère de la mécanique. Nous souhaitons qu'aucun de nos lecteurs ne donne dans le travers ridicule & malheureux d'une pareille recherche.

Il est au reste faux qu'il y ait aucune récompense promise par les Puissances , pour qui trouveroit le mouvement perpétuel , non plus que pour la quadrature du cercle. C'est-là sans doute ce qui encourage tant de gens à chercher la solution de ces problèmes ; & il est à propos qu'ils en soient défabusés.

PROBLÈME LIII.

Juger de la hauteur de la voûte d'une église , par les vibrations des lampes qui y sont suspendues.

CETTE invention est , à ce que j'ai lu quelque part , de Galilée , qui le premier reconnut le rapport des durées des oscillations des pendules de

différente longueur. Il faut , au reste , pour que cette méthode soit d'une certaine exactitude , que le poids de la lampe soit plusieurs fois plus considérable que celui de la corde qui la soutient.

Cela supposé , mettez la lampe en mouvement , en l'écartant fort peu de la perpendiculaire , ou observez celui que le mouvement de l'air lui aura communiqué , ce qui est assez ordinaire ; avec une montre à secondes , examinez combien une vibration dure de secondes ; ou , si vous n'avez point de montres à secondes , comptez le nombre des vibrations qui se font dans un certain nombre de minutes précises : ce qui donnera avec d'autant plus d'exactitude la durée de chaque vibration , que ce nombre de minutes sera plus considérable ; car il n'y aura qu'à le diviser par celui des vibrations , & le quotient donnera les secondes de la durée de chacune.

Je suppose que , par l'un ou l'autre de ces moyens , vous ayiez trouvé que chaque vibration duroit 5 secondes & demie ; faites le quarré de $5\frac{1}{2}$, qui est $30\frac{1}{4}$; multipliez par ce nombre celui de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$, qui est la longueur du pendule qui bat la seconde juste dans ce pays-ci : le produit sera 92 pieds , 6 pouces , 5 lignes : ce sera , à peu de chose près , la hauteur du point de suspension au dessus du cul-de-lampe. Prenant donc la distance de la base de ce cul-de-lampe jusqu'au pavé , ce qui peut se faire ordinairement avec un bâton , & ajoutant cette distance à la hauteur déjà trouvée , vous aurez celle de la voûte au dessus du pavé.

Cette solution est fondée sur une propriété des pendules qu'on démontre en mécanique , sçavoir , que les quarrés des durées des vibrations sont

100 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

comme les longueurs ; en sorte qu'un pendule quadruple en longueur fait des vibrations qui durent deux fois autant.

Mais nous avouons , qu'à cause de la forme irrégulière de la lampe , & du poids du cordon qui la soutient , cette méthode est plus curieuse qu'exakte. Aussi nous sommes-nous servi du mot *juger* , au lieu de celui de *mesurer* , qui présente avec soi l'idée de l'exaktitude.

Voici néanmoins un autre problème du même genre.

PROBLÈME LIV.

Mesurer la profondeur d'un puits par le temps écoulé entre le commencement de la chute d'un corps , & celui où l'on entend le bruit de son arrivée à la surface de l'eau.

IL faut avoir un petit pendule à demi-secondes , c'est-à-dire ayant entre le centre de la balle & le point de suspension , 9 pouces , 2 lignes $\frac{1}{8}$.

Il faut aussi se servir d'un poids d'une matière la plus pesante qu'il se pourra , comme d'une balle de plomb. Une simple pierre ou caillou éprouve un retardement assez considérable , & y seroit moins propre.

Vous lâcherez donc le poids en même temps que la balle du pendule , & vous compterez le nombre de ses vibrations , jusqu'au moment où vous entendrez le son du poids arrivé à la surface de l'eau ; je suppose qu'il y ait onze vibrations , qui font 5 secondes $\frac{1}{2}$.

Cela fait , multipliez d'abord 15 par $5\frac{1}{2}$, nombre des secondes observé ; divisez le produit par 75 : ce qui vous donnera pour premier produit $\frac{82\frac{1}{2}}{10}$,

à quoi vous ajouterez encore $7\frac{1}{2}$ ou $\frac{75}{10}$; vous aurez $\frac{86}{10}$ ou $8\frac{6}{10}$.

Divisez ensuite quatre fois le nombre des secondes observé par 75 , & ajoutez le quotient à l'unité, ce qui donnera ici pour somme $\frac{97}{75}$, ou , en fractions décimales , 1.296333 : vous en extrairez la racine quarrée ; elle est 1.137 , qu'il faut multiplier par $7\frac{1}{2}$, ce qui donne pour troisieme produit 8.527 ; de la premiere somme trouvée ci-dessus , 8.600 , ôtez le dernier produit 8.527 , le restant est 0.073 , que vous multiplierez enfin par le quarré de 75 ou 5625 : ce dernier produit sera 354 pieds $\frac{375}{1000}$.

Cette regle , que nous avouons être assez compliquée , est fondée sur la propriété de la chute des graves , qui s'accélere en raison des temps , en sorte que les espaces parcourus croissent comme les quarrés des temps. On a fait au surplus abstraction de la résistance de l'air , qui ne laisse pas , dans des hauteurs considérables , comme de quelques centaines de pieds , de retarder sensiblement la chute ; en sorte qu'il en est de ce problème à peu près comme du précédent , c'est-à-dire que la solution est plus curieuse qu'utile.



HISTOIRE

De quelques Ouvrages de Mécanique extraordinaires & célèbres.

IL paroîtroit manquer à cet ouvrage une partie essentielle, si nous négligions d'y faire l'histoire & de donner une idée de diverses machines célèbres, tant parmi les anciens que parmi les modernes. Nous allons, dans cette vue, jeter un coup d'œil rapide sur ce que le génie mécanique a enfanté en divers siècles de plus rare & de plus singulier.

§. I. *Des Machines ou Automates d'Architas, d'Archimède, de Héron & Ctesibius.*

L'histoire ancienne nous parle avec admiration de quelques machines de ce genre. Tels furent les trépieds automates de Vulcain ; la colombe d'Architas, qui, dit-on, voloît comme un véritable animal. Nous ne doutons cependant pas que la crédulité & l'éloignement des siècles n'aient beaucoup grossi le merveilleux de ces machines, si tant est qu'elles aient eu quelque réalité. Il y en a davantage dans la sphère mouvante d'Archimède. Tout le monde sçait que ce mathématicien célèbre y avoit représenté les mouvements célestes, tels qu'on les concevoit alors ; ce qui étoit assurément un chef-d'œuvre de mécanique pour ce temps éloigné. Les fameux vers de Claudien sur cette machine, sont connus de tout le monde.

Héron & Ctésibius d'Alexandrie, exécuterent aussi diverses machines singulieres. On peut voir quelques-unes de celles inventées par Héron, dans son livre intitulé *Spiritualia*. Il y en a qui sont très-ingénieuses, & qui font honneur à ce mécanicien.

§. II. *Des Machines attribuées à Albert le Grand, à Régiomontanus, &c.*

L'ignorance qui couvrit de ses ténèbres toute l'Europe, depuis le sixieme ou septieme siecle jusqu'au quinzieme, n'éteuffa pas entièrement le génie mécanique. On raconte que les ambassadeurs envoyés à Charlemagne par le roi de Perse, lui apportèrent en présent une machine dont la description feroit encore quelque honneur à nos mécaniciens modernes; car c'étoit une horloge à sonnerie, dont les figures exécutoient divers mouvements. Il est vrai que tandis que l'Europe étoit plongée dans l'ignorance, les arts & les sciences jetoient quelque éclat parmi les peuples Orientaux. Quant aux Occidentaux, si l'on peut croire ce que l'on rapporte d'Albert le Grand, qui vivoit dans le treizieme siecle, ce mathématicien avoit fabriqué un automate de figure humaine, qui, lorsqu'on frappoit à la porte de sa cellule, alloit l'ouvrir, & pouffoit quelques sons, comme pour parler à celui qui entroit. Dans un temps postérieur de quelques siecles, Régiomontanus, ou Jean Muller de Königsberg, astronome célèbre, avoit fait un automate de la figure d'une mouche, qui se promenoit autour d'une table. Mais ce sont probablement des récits fort défigurés par l'ignorance & la crédulité. Voici des traits d'habileté en mécanique, qui sont plus réels.

G iv

§. III. *De diverses Horloges célèbres.*

Dans le quatorzieme siecle, Jacques de Dondis fabriqua pour la ville de Padoue, une horloge qui fut long-temps réputée la merveille de son siecle. Elle marquoit, outre les heures, les mouvements du soleil, de la lune & des planetes, ainsi que les fêtes de l'année. Il en retint le surnom d'*Horologio*, qui devint celui de sa postérité. Peu de temps après, Guillaume Zelandin en fit une encore plus composée pour la ville de Pavie, qui fut rétablie dans le seizieme siecle par Janellus Turrianus, mécanicien de Charles-Quint. Mais les plus célèbres ouvrages dans ce genre, ce sont les horloges des cathédrales de Strasbourg & de Lyon.

L'horloge de Strasbourg eut pour auteur Conrad Dasypodius, mathématicien de cette ville, qui vivoit sur la fin du seizieme siecle, & qui l'acheva vers l'an 1573. On la répute la premiere de l'Europe. Il n'y a du moins que celle de Lyon qui puisse lui disputer la prééminence, ou lui être comparée par la multitude de ses effets.

La face du soubassement de l'horloge de Strasbourg présente trois tableaux; l'un rond, & formé de plusieurs cercles concentriques, dont les deux extérieurs font ou faisoient leurs révolutions en un an, & servoient à marquer les jours de l'année, les fêtes, & les autres circonstances du calendrier: les deux tableaux latéraux sont quarrés, & servoient à indiquer les éclipses, tant de soleil que de lune.

Au dessus du tableau du milieu, & dans l'espace d'attique de ce soubassement, les jours de la semaine sont marqués par les différentes divinités qui sont censées présider aux planetes dont ils

tirent leur dénomination vulgaire. La divinité du jour courant y paroît portée dans un char roulant sur des nuages , & à minuit fait place à celle qui doit la suivre.

Au devant du soubassement , on voit encore un globe porté sur les ailes d'un pélican , autour duquel rouloient autrefois un soleil & une lune , qui par-là marquoient les mouvements de ces planetes ; mais cette partie de la machine , ainsi que plusieurs autres , ne marche plus depuis long-temps.

La tour décorée qui est au dessus de ce soubassement , présente principalement un grand cadran en astrolabe , qui montre le mouvement annuel du soleil & de la lune sur l'écliptique , les heures de la journée , &c. On voit aussi au dessus les phases de la lune marquées par un cadran particulier.

Cet ouvrage est encore remarquable par un jeu considérable de sonnerie , & de figures qui exécutent divers mouvements. On voit , par exemple , au dessus du cadran dont on vient de parler , les quatre âges de l'homme , représentés par des figures symboliques ; à chaque quart d'heure , en passe une qui marque le quart en frappant sur de petites cloches : elles sont suivies de la Mort , chassée par un Christ ressuscité , qui lui permet néanmoins de sonner l'heure , comme pour avertir l'homme que le temps s'écoule. Deux petits anges exécutent aussi des mouvements , l'un frappant un timbre avec un sceptre , l'autre tournant un sablier à l'expiration de l'heure.

Cet ouvrage enfin étoit décoré de divers animaux , qui rendoient des sons analogues à leurs voix naturelles ; mais il n'y a plus aujourd'hui que le coq , dont le chant devance la sonnerie de l'heure ; il allonge le cou & bat des ailes avant

que de chanter. Au reste, sa voix est devenue si enrourée, que celui de Lyon, quoiqu'il le soit aussi beaucoup, a presque une voix harmonieuse en comparaison de celui-ci. Il est fâcheux qu'une grande partie de cette machine soit entièrement dérangée. Il seroit, ce semble, de la dignité de l'illustre chapitre métropolitain de Strasbourg, de la faire rétablir. J'ai à la vérité oui dire qu'on l'a tenté, mais que personne n'a pu en venir à bout.

L'horloge de la cathédrale de Lyon n'est pas d'un volume aussi considérable que celle de Strasbourg, mais elle ne lui cede guere par la variété de ses mouvements, & elle a de plus l'avantage d'être encore en bon état. Elle est l'ouvrage de Lippins de Basse, & elle fut fort bien raccommodée dans le siècle dernier, par un habile horloger de Lyon, nommé *Nourisson*. On y voit, comme dans celle de Strasbourg, sur différents cadrans, la marche annuelle & diurne du soleil & de la lune, les jours de l'année, leur longueur, & tout le calendrier tant civil qu'ecclésiastique. Les jours de la semaine y sont marqués par des symboles plus analogues au lieu où l'horloge est placée; l'heure y est annoncée par le chant d'un coq, répété trois fois, après un battement d'ailes & divers mouvements; ce chant fini, paroissent des anges qui exécutent, en frappant sur divers timbres, l'air de l'hymne *Ut queant laxis*; l'Annonciation de la Vierge y est aussi représentée par des figures mouvantes, & par la descente d'une colombe à travers des nuages. Après tout ce jeu mécanique, l'heure sonne. On remarque sur un des côtés de l'horloge un cadran ovale, servant à montrer les heures & les minutes. Celles-ci sont indiquées par une aiguille qui s'allonge ou

se contracte , selon la longueur du demi-diametre de l'ovale qu'elle couvre.

On peut au reste , sans aller ni à Lyon ni à Strasbourg , se former une idée de ces horloges , par celle qu'on voit au château de Versailles dans les appartemens du Roi. Celle-ci fut l'ouvrage de Martinot , horloger célèbre du siècle dernier. Avant que l'heure sonne , deux coqs , portés sur les encoignures d'un petit corps d'architecture , chantent alternativement en battant des ailes ; peu après s'ouvrent deux portes latérales de cet édifice , auxquelles se présentent deux figures portant des cymbales , sur lesquelles frappent des espèces de gardes armés de massues. Ces figures étant retirées , la porte du milieu s'ouvre , & laisse sortir un piédestal surmonté de la figure équestre de Louis XIV ; & en même temps , un groupe de nuages (qui pourroient être mieux figurés) s'entrouvre , & donne passage à une Renommée qui plane sur la figure. Alors commence une petite sonnerie qui joue un air , après lequel les deux figures rentrent , & les deux gardes relevent leurs massues , qu'ils avoient baissées comme par respect en présence du Roi. L'heure sonne enfin. Au reste , tout cela n'est presque plus aujourd'hui qu'un jeu pour nos horlogers habiles. Nous ne laisserons cependant pas de parler encore dans son lieu , c'est-à-dire en traitant de l'astronomie , de quelques machines purement astronomiques , qui font honneur au génie inventif de leurs auteurs.

§. IV. *Machines automates du pere Truchet , de M. Camus , & de M. de Vaucanson.*

Vers la fin du siècle dernier , le pere Truchet , de l'académie royale des sciences , fit , pour l'a-

108 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

musément de Louis XIV, des tableaux mouvants, qui furent regardés comme des chefs-d'œuvre très-singuliers de mécanique. L'un de ces tableaux, que ce monarque appelloit son petit opéra, représentoit en effet un opéra en cinq actes, & changeoit de décoration au commencement de chacun. Les acteurs exécutoient leurs rôles en pantomimes. La piece pouvoit être représentée quatre fois de suite, sans remonter la machine. On pouvoit l'arrêter où l'on vouloit : une détente lâchée pour cela, produisoit cet effet, & une autre faisoit recommencer la piece au point où elle avoit été interrompue. Ce tableau mouvant avoit seize pouces & demi de largeur, treize pouces quatre lignes de hauteur, sur un pouce trois lignes d'épaisseur pour le jeu de la machine. On lit ces détails dans l'Eloge du pere Truchet, Mémoires de l'Académie, année 1729.

Une autre machine très-ingénieuse, & à mon gré bien plus difficile à concevoir, est celle que décrit M. Camus, gentilhomme Lorrain, qui dit l'avoir exécutée pour l'amusement du feu Roi, encore enfant. C'étoit un petit carrosse attelé de ses deux chevaux, avec son cocher sur le siege, une dame dans la voiture, son laquais derrière, & un petit page couché sur la foupente. Si nous en croyons ce qu'on lit dans l'ouvrage de M. Camus, on plaçoit ce carrosse à l'extrémité d'une table de grandeur déterminée ; il partoît, le cocher donnant un coup de fouet à ses chevaux, dont les jambes faisoient tous les mouvements de celles des chevaux marchants. Arrivé au bord de la table, il tournoit à angle droit, en côtoyant ce bord. Lorsqu'il étoit arrivé devant la place du Roi, il s'arrêtoit ; le page descendoit, ouvroit la portiere, &

la dame sortoit de la voiture un placet à la main , qu'elle présentoit après une révérence. Après avoir attendu quelque temps , elle faisoit une seconde révérence , rentroit dans la voiture , le page se remplaçoit , le cocher donnoit un coup de fouet à ses chevaux , qui se remettoient en mouvement ; & le laquais, courant après la voiture , sautoit à sa place.

J'avoue qu'il seroit à souhaiter que M. Camus , au lieu de se borner à une légère indication du mécanisme qu'il avoit employé pour ces effets , fût entré dans une explication plus détaillée ; car , s'ils sont vrais , il a fallu un artifice singulier pour le produire ; & l'application de ces moyens à des machines plus utiles , peut trouver sa place.

Nous avons vu , il y a vingt ou vingt-cinq ans , les trois machines de M. de Vaucanson , son flûteur automate , son joueur de flûtet & de tambourin , & son canard artificiel. Le flûteur jouoit plusieurs airs de flûte , avec une précision que le joueur animé le plus habile n'atteint peut-être pas. Il donnoit les coups de langue qui servent à distinguer les notes. C'est , au rapport de M. de Vaucanson , ce qui lui coûta le plus à trouver. Les tons enfin étoient réellement produits dans la flûte par la position des doigts qu'ils exigent.

Le joueur de flûtet & de tambourin exécutoit aussi sur ce premier instrument plusieurs airs , en frappant continuellement sur le dernier.

Enfin le canard artificiel est ce qui , selon mes foibles lumières , devoit le plus étonner par ses mouvements ; car on le voyoit étendre & allonger le cou , lever ses ailes , & les nettoyer avec son bec : il prenoit dans un auge du grain qu'il avaloit , il buvoit à une autre ; & enfin , après divers autres mouvements , il rendoit une matiere ressemblante

à des excréments. Dans le temps où j'ai vu ces machines pour la première fois, je démêlai aussitôt quelques-uns des artifices qu'on avoit pu employer pour les deux premières ; mais j'avoue que ma pénétration a toujours resté en défaut à l'égard de la dernière.

§. V. *De la Machine de Marly.*

Les machines dont on vient de donner une idée, sont, il faut en convenir, plus curieuses en général qu'utiles. Il en est deux autres dont la célébrité, jointe à l'utilité, exige ici une place. Ce sont la machine de Marly, & celle qu'on appelle *la Machine à feu*. Commençons par la première. Voici une idée sommaire de sa composition & de ses effets.

La machine de Marly est composée de quatorze roues, d'environ 36 pieds de diamètre chacune, qui reçoivent leur mouvement de l'eau de la rivière, retenue par une estacade, & reçue dans autant de coursiers séparés. Chaque roue porte aux extrémités de son essieu deux manivelles ; ce qui fait vingt-huit puissances, dont la distribution est celle-ci.

Il faut noter auparavant, que l'eau est portée en trois reprises au lieu où elle doit être élevée, sçavoir, d'abord, de la rivière à un réservoir élevé de 150 pieds au dessus du niveau de la Seine ; de là, à un second réservoir élevé de 325 pieds au dessus de ce niveau ; enfin, de ce dernier, au sommet d'une tour plus haute de 500 & quelques pieds que la rivière.

Des vingt-huit manivelles dont on a parlé ci-dessus, il y en a huit qui sont employées à faire agir soixante-quatre corps de pompe. Cela se fait

au moyen de balanciers qui portent à chaque extrémité de leurs bras quatre pistons ; ce qui fait huit à chaque balancier , qui aspirent & refoulent alternativement. Ces soixante - quatre corps de pompe sont employés à aspirer l'eau , & à la refouler jusqu'au premier réservoir , qui fournit l'eau au premier puisard dont on va parler , & sur lequel est établi le second jeu de pompe.

Onze autres manivelles sont employées à faire monter l'eau de ce premier puisard jusqu'au second réservoir. Cela se fait au moyen de longs bras adaptés à ces manivelles , qui font mouvoir des équerres horizontales , à un des bras desquelles sont attachées des chaînes formées de barres de fer , qui s'étendent du bas de la montagne jusqu'au premier puisard. Ces chaînes, qu'on nomme chevalets , sont formées de barres de fer parallèles , dont les extrémités sont liées par des boulons , & qui sont portées de distance en distance par des pièces de bois transversales , mobiles dans leur milieu sur un effieu ; ensorte que lorsqu'on tire , par exemple , la barre de fer supérieure par le bout d'en bas ; toutes ces pièces de bois s'inclinent dans un sens , & la barre inférieure rétrograde , & pousse en sens contraire de la supérieure. Ces barres ou chaînes servent à mettre en mouvement les balanciers ou équerres qui font mouvoir les pistons de quatre - vingts pompes aspirantes & refoulantes , qui portent l'eau du premier puisard au second réservoir.

Enfin neuf autres manivelles servent , par un mécanisme semblable , à mettre en mouvement les chaînes appellées grands chevalets , qui font mouvoir les pompes du second puisard , & élèvent l'eau de ce second puisard au sommet de la tour. Ces pompes sont au nombre de soixante - douze.

Tel est en peu de mots le mécanisme de la machine de Marly. Son produit moyen est, à ce que j'ai ouï dire, de 150 ou 200 pouces d'eau continu; ce qui fait 450 à 600 muids d'eau par heure. Nous disons le produit moyen, car il y a des temps où elle élève jusqu'à près de 300 pouces, mais ce n'est que dans des circonstances très-favorables. Il y a les temps de très-grosses eaux, ceux des glaces, ceux des très-basses eaux, celui des réparations, pendant lesquels elle chomme en tout ou en partie. J'ai lu encore qu'en 1685 elle élevoit jusqu'à 1000 muids par heure; mais j'ai grande peine à le croire, si on entend par-là son produit moyen, car ce seroit 333 pouces continus.

Quoi qu'il en soit, voici un calcul qui est fondé sur des détails dont j'ai eu communication. Les dépenses annuelles de la machine, compris les appointements & gages des employés & ouvriers de toute espece, réparations aux bâtimens & à la machine, fournitures diverses, &c. peuvent monter à environ 80000 liv.; ce sont 220 liv. par jour; ce qui fait environ 5 deniers le muid. Mais si l'on fait entrer dans cette dépense l'intérêt de 8 millions (a) qu'elle a, dit-on, coûtés, on trouvera que ce muid revient aujourd'hui au Roi à 30 deniers, ou les 9 pintes & demie à un denier. Cela est fort éloigné du prix que le roi de Danemarck croyoit pouvoir mettre à cette eau; car ce prince, dans la visite qu'il fit à la machine en 1769, étonné apparemment de sa masse, de la multitude de ses mouvements, & des ou-

(a) On dit 8 millions, & non 80 millions, comme on le lit dans Desaguliers; car cela seroit absurde.

vriers qui y sont employés, dit que cette eau revenoit peut-être au même prix que le vin. On voit, par le calcul ci-dessus, combien il s'en faut.

C'est une grande question si la machine de Marly pourroit être simplifiée. Nous allons dire sur cela ce que quelques expériences, & l'examen fait en détail de diverses parties de cette machine, nous paroissent présenter de plus probable.

On est d'abord, en général, surpris de ce que l'auteur de la machine a fait en quelque sorte faire deux repos à l'eau pour l'amener au sommet de la tour. Quelqu'un a dit en plaisantant, que sans doute il avoit pensé que l'eau eût été trop fatiguée de monter 500 pieds & plus de hauteur perpendiculaire tout d'une haleine. Il est plus probable qu'il a cru que sa force motrice ne seroit pas suffisante pour élever l'eau à cette hauteur; ce qui n'est pas conforme à la théorie, car, calcul fait, on trouve que la force d'une manivelle est plus que suffisante pour élever un cylindre d'eau de cette hauteur, & de 8 pouces ou même plus de diametre. D'habiles mécaniciens sont néanmoins persuadés que quoique cela ne soit pas impossible, il pourroit y avoir de grands inconvénients à l'exécuter. Il seroit trop long de les détailler.

Mais il paroît aujourd'hui constant qu'on pourroit au moins élever l'eau d'un seul jet au second puisard. Cela résulte de deux expériences faites l'une en 1738, l'autre en 1775. Dans la première, M. Camus, de l'Académie Royale des Sciences, tentoit de faire monter l'eau d'un seul jet à la tour: il n'y parvint pas, mais il la fit monter jusqu'au pied, ce qui est considérablement plus haut que le second réservoir: d'où il résulte que, s'il s'étoit borné à faire monter l'eau d'un seul jet à

114 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

ce second réservoir , il y eût réussi. On dit au reste que , dans cette épreuve , la machine fatiguoit prodigieusement ; qu'il fallut même en raffermir quelques parties avec des chaînes ; enfin , qu'il fallut près de vingt-quatre heures pour faire monter l'eau à cette hauteur , qui est d'environ 450 pieds , & qu'on ne put lui faire dépasser. Dans la seconde épreuve , faite en 1775 , on n'avoit pour objet que d'amener l'eau au second puisard. Or elle y monta à diverses reprises , & avec abondance. Il est vrai que les tuyaux fatiguoient extrêmement dans le bas , que plusieurs creverent , & qu'il fallut à plusieurs reprises suspendre & recommencer l'expérience ; mais il est évident que cela ne venoit que de la vieillesse & du manque de force des tuyaux ; qui n'avoient pas l'épaisseur convenable ; & rien ne seroit plus facile que d'y remédier. Ainsi voilà déjà un pas fait vers la perfection de la machine ; & il résulte de cette épreuve , que l'on peut supprimer les chaînes qui vont de la rivière au premier puisard , & ce premier puisard lui-même.

Il resteroit à sçavoir s'il seroit possible de faire monter d'un seul jet l'eau au sommet de la tour. Ce seroit une expérience vraiment curieuse ; mais probablement elle seroit difficile , & coûteuse , parcequ'il faudroit faire des changements considérables à diverses parties de la machine ; & dans le cas même où l'on y parviendroit , peut-être l'eau seroit-elle si peu abondante , qu'il vaudroit mieux conserver le mécanisme actuel.

Il est au surplus probable qu'il y auroit dans les détails de la machine , plusieurs choses à perfectionner. Il y a plusieurs positions où les puissances n'agissent qu'obliquement ; ce qui fait perdre beau-

coup de force , & doit tendre au détriment de la machine. Peut-être la forme des pistons , des soupapes , des tuyaux d'aspiration , seroit-elle à changer. Mais ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans ces détails. Passons à la machine à feu , dont nous avons promis de donner une idée.

§. VI. *De la Machine à Feu.*

La machine à feu est peut-être celle dans laquelle le génie de la mécanique s'est le plus manifesté ; car quelle idée heureuse que celle d'employer pour moteurs , alternativement la force expansive de la vapeur de l'eau & le poids de l'atmosphère ! Tel est en effet le principe de cette machine ingénieuse , qui est aujourd'hui employée avec le plus grand succès à des épuisements de mines , & sur-tout à fournir d'eau une partie de la ville de Londres.

Imaginez une grande chaudière , au couvercle de laquelle est adapté un corps de pompe ou cylindre creux , de 2 , 3 ou 4 pieds de diamètre. La communication de ce cylindre avec la chaudière , est formée par une ouverture susceptible d'être alternativement libre ou interceptée. Dans ce cylindre enfin joue un piston , dont la tige est attachée à l'extrémité d'un des bras d'un balancier , dont l'autre bras porte à son extrémité le poids à enlever ; qui est communément le piston de quelque pompe aspirante , destinée à élever l'eau d'une grande profondeur. Tout cela doit être combiné de telle manière que ; quand l'air aborde librement dans le cylindre qui communique à la chaudière , le poids seul des équipages attachés au bras opposé soit susceptible d'enlever ce piston.

116 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Supposons à présent la chaudiere remplie d'eau jusqu'à une certaine hauteur; qu'un grand feu soit allumé au dessous, & fasse bouillir cette eau vivement; une partie s'élèvera continuellement en vapeur. Ainsi, lorsque la communication entre la chaudiere & le cylindre sera ouverte, cette vapeur, qui est élastique, s'y introduira, & le poids opposé enlèvera le piston; car cette vapeur est équivalente à de l'air. Supposons encore que, par quelque mécanisme aisé à imaginer, ce piston étant parvenu à une certaine hauteur, fasse mouvoir une piece de la machine qui intercepte la communication entre la chaudiere & le cylindre; enfin que, par la même cause, un jet d'eau fraîche soit lancé dans ce cylindre contre le fond du piston, d'où il retombera en forme de pluie à travers la vapeur: il arrivera dans ce moment que cette vapeur sera condensée en eau; il se formera un vuide dans la capacité du cylindre; & par conséquent le piston se trouvera à l'instant chargé du poids de l'atmosphère; ou d'un poids équivalent à un cylindre d'eau de même base, & de 32 pieds de hauteur. Si, par exemple, le piston a 52 pouces de diametre, comme dans une des machines à feu de Montrelais près d'Ingrande, ce poids équivaldra à 33024 livres; ce piston sera conséquemment obligé de descendre avec une force égale à plus de 30 milliers, & l'autre bras du balancier, s'il est égal au premier, agira avec une force égale pour surmonter la résistance qui lui est opposée. Ce premier coup de piston donné, la communication entre la chaudiere & le cylindre se rétablit; la vapeur de l'eau bouillante y entre de nouveau; enfin, l'équilibre entre l'air de l'atmosphère & le fluide de l'intérieur du cylindre

étant rétabli, le poids des équipages attachés à l'autre bout du balancier, enleve le piston; le même jeu que dessus se renouvelle, le piston retombe, & la machine produit de nouveau son effet.

On sent aisément que nous devons nous borner à cette esquisse de la machine, car il faudroit un long discours & beaucoup de figures pour décrire les pieces différentes & nombreuses qui sont nécessaires pour son jeu; telles sont la piece qui alternativement ouvre & ferme la communication de la chaudiere avec le cylindre, celle qui produit le jet d'eau dans l'intérieur du cylindre, celles qui servent à évacuer l'air & l'eau qui se forment dans cet intérieur, le régulateur nécessaire pour empêcher que la vapeur, devenant trop forte, ne fasse éclater la machine en morceaux, &c. On doit recourir aux auteurs qui ont traité *ex professo* de cette machine, comme M. Bélidor, dans son *Architecture Hydraulique*, Tome II, premiere Partie; M. Desaguliers, dans son *Cours de Physique Expérimentale*, Tome II; & divers autres.

La machine que nous venons de décrire est, au surplus, très-différente de celle dont Muschenbroeck parle dans son *Cours de Physique Expérimentale*. Dans celle-ci, la vapeur agit par sa compression sur un cylindre d'eau qu'elle fait monter; ce qui exige une vapeur très-élastique & très-échauffée. Mais il en résulte un très-grand danger que la machine n'éclate en morceaux. Dans la nouvelle machine, celle que nous avons décrite, il suffit que la vapeur ait l'élasticité de l'air, & il ne faut pas pour cela que l'eau bouillonne bien vivement; ce qui fait que le danger de voir tout sauter en pieces n'est pas, à beaucoup près, si grand: on ne dit même pas que cela soit arrivé

à aucune des grandes machines à feu établies depuis assez long-temps.

La plus grande machine à feu que je connoisse , est celle qui est établie à Montrelais près d'Ingrande , & sert à épuiser des mines de charbon. Son cylindre a 52 pouces $\frac{1}{2}$ de diametre. Elle élève à 612 pieds de hauteur , & par huit reprises , la quantité de 1193 pieds cubes d'eau par heure , ou 150 muids ; & comme on estime que , toute déduction faite du temps perdu pour commencer à la mettre en jeu , pour les réparations accidentelles qui surviennent de temps à autre , &c. elle travaille 22 heures des 24 de la journée , son effet journalier est d'élever à 612 pieds & de vider en 24 heures , environ 3300 muids d'eau. Elle consomme dans le même temps environ 220 pieds cubes de charbon de terre. Je desirerois sçavoir le détail , ou au moins la totalité des autres dépenses annuelles , qu'occasionne son entretien. Je crois qu'elles doivent être assez considérables , attendu les huit reprises ou relais par lesquels l'eau est amenée à cette hauteur de 612 pieds.

Il y a dans le même lieu une seconde machine , qui paroît à quelques égards mieux entendue. Son cylindre n'est que de 34 pouces de diametre ; & elle élève en 24 heures , à la même hauteur & d'une seule portée , 19880 pieds cubes , ou 2485 muids , ce qui est à peu près les deux tiers du produit de la première , tandis que sa force motrice , qui est proportionnée au quarré du diametre du piston , n'est que les $\frac{2}{7}$ environ de celle de la première.

On a tenté , il y a quelques années , d'appliquer la machine à feu pour faire mouvoir des voitures : on en fit même l'épreuve à l'arsenal de Paris. La

machine marcha en effet ; mais je regarderai toujours cette idée comme plus ingénieuse que susceptible d'être mise en usage. Ce n'en seroit pas une fort agréable pour des voyageurs , que de sentir derriere soi une machine capable de les foudroyer à chaque instant , & je doute que les places de fond fussent fort recherchées.

On a vu aussi pendant assez long-temps , au milieu de la Seine , vis-à-vis Passy , un bateau qu'on prétendoit faire remonter au moyen de la machine à feu. On n'espéroit pas moins de cette invention , que d'amener en deux ou trois jours , de Rouen à Paris , un bateau chargé de marchandises ; mais à peine la machine fut-elle en mouvement , que les roues , dont les aubes devoient servir de rames , sautèrent en morceaux , par un effet de l'impression trop violente & trop subite qu'elles recevoient , & le bateau alla à la dérive. Tel fut le succès de cette tentative , prévu au reste par la plupart des mécaniciens qui en avoient vu les préparatifs.

Nous nous bornons à ce que nous venons de dire concernant diverses machines qui ont eu ou qui ont de la célébrité. Il nous suffira d'ajouter encore ici une indication de quelques livres , que les amateurs des machines & ceux qui cherchent à s'instruire par des exemples , peuvent consulter dans cette vue. Tel est le *Théâtre mécanique* de Leupolds , en allemand , & en plusieurs volumes in-folio , dont le dernier parut en 1725. C'est un ouvrage curieux , mais dont l'auteur n'a pas toujours une théorie sûre , car on le voit n'être pas bien persuadé de l'impossibilité du mouvement perpétuel. Il y a aussi le *Théâtre des Machines* , en italien & en françois , de Jacques Besson ; celui

H iv

de Boeckler , en latin ; l'ouvrage de Ramelli , en italien & en françois , sur le même sujet , qui est rare & fort recherché. *Le Cabinet des Machines* de M. de Servieres (in-4°. Paris , 1733) est un des plus curieux ouvrages de ce genre , par la multitude des machines qu'on y voit décrites , & qui sont de l'invention de l'auteur. Il y en a qui sont fort ingénieuses , & dont l'artifice eût mérité d'être développé davantage ; mais en général elles sont plus curieuses qu'utiles.

La Description de la maniere dont le cavalier Carlo Fontana éleva à Rome le fameux obélisque qu'on voit aujourd'hui au devant de Saint-Pierre , est encore un ouvrage digne de trouver place dans le cabinet des amateurs de la mécanique.

M. Lorient , dans le cabinet duquel on peut voir un grand nombre de machines très-ingénieusement inventées , promet d'en donner un jour la description. Je crois que ce seroit un ouvrage aussi utile que curieux ; car la plupart de ses machines sont marquées au coin du génie. Nous avons vu de lui une machine à battre les pieux , qui agit par un mouvement toujours dans le même sens , sans être jamais obligé de s'arrêter ni rétrograder pour reprendre le poids. Il n'est , à mon gré , rien de si ingénieux que le moyen par lequel , après la chute du poids ou mouton , le crochet servant à le remonter vient le reprendre , & par lequel le cable s'allonge sans cesse pour l'atteindre de plus en plus bas , à mesure que le pieu est plus enfoncé. Si l'on compare cette manœuvre à la meilleure de celles qui ont été employées jusqu'ici , on ne pourra pas se refuser à lui donner la préférence.



TABLE

*DES PESANTEURS SPÉCIFIQUES
de divers corps, celle de l'Eau de pluie ou distillée
étant supposée l'unité, & exprimée en parties
décimales, comme 1.000 ou 1.0000 (a).*

M É T A U X.

	Pesanteur spécifique.	Pesanteur du Pied cube. liv.
Or de 24 karats,	19.640	1373.749
Or des guinées,	18.888	1321.114
Or de ducats,	18.261	1277.275
Or des louis,	18.166	1270.640
Mercure sublimé 511 fois,	14.110	986.940
Mercure très-purifié,	13.996	978.964
Mercure ordinaire du commerce,	13.500	944.275
Plomb,	11.325	792.140
Argent de 12 den. de fin,	11.091	775.773
Argent monnoyé de Hollande,	10.535	736.873
Bismuth,	9.700	678.478
Cuivre du Japon,	9.000	629.515
Cuivre de Suede,	8.785	614.477
Cuivre jaune ou laiton,	8.000	559.569
Acier,	7.850	549.077
Régule d'antimoine,	7.707	539.075
Fer,	7.645	534.738
Zinc,	7.500	524.596
Etain d'Angleterre,	7.471	522.568
Etain pur,	7.320	511.006

(a) Dans la plus grande partie de cette Table, on s'est borné à des millièmes; mais lorsqu'il a été question des fluides, comme certaines eaux, dont la différence de poids avec l'eau douce & pure étoit de moins d'un millième, on a poussé le calcul à des dix-millièmes & même plus loin, comme pour l'air.

122 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

PIERRES PRÉCIEUSES.

	Pesanteur spécifique.	Pesanteur du Pied cube.
Saphir oriental,	3.562.....	On a jugé
Diamant,	3.396.....	superflu de
Opale,	2.888.....	mettre ici
Emeraude,	2.777.....	le poids du
Topase orientale,	2.712.....	pied cube
Cristal de roche,	2.650.....	de ces ma-
Agate onix,	2.510.....	tières ; car
Péridot,	3.052.....	il est sûr
Jade,	2.683.....	qu'on n'au-
Hyacinthe,	2.630.....	ra jamais à
Améthyste,	2.215.....	les mesurer
Sardoine,	2.180.....	ainsi.

LIQUEURS.

		liv.
Acide vitriol. extrêmement concentré, 2.125.....	148.635	
Huile de vitriol ordinaire,	1.650.....	115.411
Esprit de vitriol,	1.250.....	87.432
Esprit de nître très-concentré,	1.510.....	105.618
Esprit de sel marin,	1.115.....	77.990
Sang humain,	1.040.....	72.744
Lait de vache,	1.032.....	72.185
Lait de chevre,	1.009.....	70.575
Urine,	1.030.....	72.044
Vinaigre ordinaire rouge,	1.019.....	71.275
Vinaigre distillé,	1.008.....	70.505
Eau de mer (a),	{ 1.0294.....	72.0000
	{ 1.0275.....	71.8755
Eau de puits,	{ 1.0030.....	70.1550
	{ 1.0010.....	70.0161
Eau de Bristol,	1.0009.....	70.0091
Eau de Ville-d'Avray,	1.0006.....	69.9881
Eau de Sainte-Reine,	1.0005.....	69.9881
Eau d'Arcueil,	1.0004 $\frac{1}{2}$	69.9775

(a) L'eau de mer pèse différemment, suivant les climats: elle est plus pesante dans la zone torride & loin des côtes, que dans les mers septentrionales & près des terres.

	Pesanteur spécifique.	Pesanteur du Pied cube. liv.
Eau de l'Yvette,	1.0004	69.9741
Eau de la Seine,	1.0003	69.9671
Eau de la Loire,	1.0002 $\frac{1}{2}$	69.9635
Eau de pluie, --- } (a)	1.0000	69.9462
Eau distillée, --- }		
Bierre douce de Paris,	1.040	72.744
Vin des Canaries,	1.033	69.254
Vin de Pacaret,	0.992	69.385
Vin de Champ. blanc mouffeux (b),	1.000	69.948
Vins ordinaires, blancs & rouges,	0.992	69.385
Vin de Tavel,	0.988	69.105
Vins de Mâconnois, Torrens, &c.	0.986	68.965
Vin de Bordeaux rouge,	0.984	68.827
Vin de Bourgogne, seconde qualité, ..	0.983	68.755
Vins de Bourgogne, prem. qualité, ..	0.982	68.685
Huile de lin,	0.932	65.190
Huile de noix,	0.934	65.330
Huile de navette,	0.919	64.280
Huile d'olive,	0.913	63.860
Huile éthérée de térébenthine,	0.874	61.132
Huile grasse de sassafras, gérosie, ..	1.030	72.044
canelle,	1.040	72.744
Eau de vie simple (c),	0.9343	65.3707
Eau de vie double,	0.9030	63.1613
Esprit de vin commun,	0.8400	58.7548
Esprit de vin très-déphlegmé,	0.8325	58.1960
Ether vitriolique, ou liqueur éthérée } de Frobénius,	0.7325	51.2555
Air,	0.00125	00.0086

(a) Il est faux que l'eau de pluie & l'eau distillée diffèrent, comme on le lit dans les Tables de MM. Cotes & Muschenbroeck : la différence est absolument insensible, n'allant à peine qu'à un grain ou un demi-grain par livre. Il est également faux que les eaux de rivière & de source aient avec l'eau de pluie une aussi grande différence qu'il est marqué dans ces mêmes Tables.

(b) On ne s'attendroit pas à cela. La cause est probablement la grande quantité d'air combiné.

(c) L'appelle *eau de vie simple*, celle qui contient parties égales d'esprit & de phlegme ; *double*, celle où il y a deux parties d'esprit avec une de phlegme.

BOIS (a).

	<i>Pesanteur spécifique.</i>	<i>Pesanteur du Pied cube liv.</i>
Bois de gayac,	1.337.....	93.518
Ebene,	1.177.....	82.325
Buis,	1.014.....	70.885
Chêne,	0.920.....	64.314
Orme,	0.600.....	41.943
Sapin,	0.550.....	38.448
Liege,	0.240.....	16.777

DIVERSES SUBSTANCES.

Cire jaune,	0.995.....	69.596
Ivoire,	1.825.....	127.650
Marbre statuaire,	2.700.....	189.000
Autres marbres,	{ 2.700.....	189.000
	{ 3.600.....	252.000
Lapis-lazuli,	3.050.....	213.336
Jaspe,	2.610.....	282.559
Soufre,	{ 2.000.....	139.892
	{ 2.080.....	145.488
Corail,	2.590.....	181.160
Corne de cerf,	1.875.....	131.130
Ambre jaune ou succin,	1.065.....	74.490
Ambre gris,	1.040.....	72.744
Borax,	1.720.....	120.305

*MATÉRIAUX EMPLOYÉS A PARIS EN
ARCHITECTURE.*

Pierre tendre ou de Saint-Leu,	Cette co-	115
Pierre dure,	lonne nous	140
Pierre de liais,	a paru su-	165
Grès,	perflue, les	185
Brique,	poids indi-	{ 115
	qués dans	
Plâtre en pierre,	la seconde	{ 140
	n'étant que	
		86

(a) On suppose ces bois fort secs; car on doit observer que, lorsqu'ils sont verts, ils sont beaucoup plus pesants, & qu'étant imbibés d'eau, ils vont au fond.

	Pesanteur du Pied cube. liv.
Plâtre gâché pour être employé, des appro-	108
Sable terreux, ximations	120
Sable fort, médiocre-	124
Sable de rivière, ment exac-	132
Terre ordinaire végétale, tes.	95
Terre grasse, 113	
Terre argileuse, 135	
Ardoise, 156	
Tuile, 127	

REMARQUE GÉNÉRALE.

NOUS avons tiré une grande partie de cette table, des *Leçons de Physique* de M. Cotes, ou de *l'Essai de Physique* de Muschenbroeck ; mais nous devons observer ,

1^o Que nous avons supprimé plusieurs corps , soit pour nous restreindre à ce qui pouvoit être le plus utile , soit parceque plusieurs des déterminations données dans ces tables , m'ont paru fort suspectes ou évidemment erronnées. En effet ; quelle confiance peut-on avoir dans une table comme celle qu'on voit dans le livre de M. Muschenbroeck , (trad. de Massuet , édit. de Leyde , 1739) , page 414 , Tome I , où dans trois lignes il y a trois fautes évidentes ? Car 1^o il est faux que , entre les pesanteurs spécifiques de l'eau de pluie & de l'eau distillée , il y ait le rapport de 1000 à 993 : il n'y a presque aucune différence. 2^o Il est également faux que l'eau de puits soit plus légère que l'eau de pluie : le contraire est notoire. 3^o Il est encore faux qu'aucune eau de rivière soit en pesanteur spécifique à l'eau de pluie , comme 1099 à 1000 Il faudroit pour cela une eau qui tint près de 10 onces de sels par pied cube en dissolution.

126 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

La plus crüe de toutes les eaux de puits n'est pas aussi pesante. La table de M. Cotes, moins vicieuse, adopte cependant aussi une partie de ces erreurs.

2° Nous avons ajouté les pesanteurs spécifiques de quantité d'autres corps, que nous avons trouvées dans des livres dignes de confiance, ou que nous avons déduites en combinant diverses expériences; telles sont les pesanteurs spécifiques de plusieurs eaux, dont quelques-unes ont de la célébrité & n'en sont pas meilleures; celles de diverses especes de vins.

3° Lorsqu'on trouve deux nombres accolés à côté d'une même substance, cela signifie que ce sont à peu près les termes entre lesquels la pesanteur varie.

Malgré ces soins, je ne regarde encore cette table que comme un ouvrage bien éloigné de ce qu'il pourroit & devoit être; car il y a une multitude de circonstances auxquelles M. Cotes ni M. Muschenbroeck ne paroissent pas avoir fait attention. Il faudroit, pour avoir une bonne table de cette espece, que toutes les pesanteurs fussent réduites à une même température; ce qui n'a pas été fait par ces auteurs. Il y a des substances, telles que les huiles, qui certainement different en pesanteur, suivant qu'elles sont plus anciennes ou plus récentes. On ne doit donc regarder tout ce qu'on lit ici, que comme une sorte d'approximation qui n'est pas beaucoup éloignée de la vérité. Nous projetons, au reste, de faire de nouvelles expériences beaucoup plus étendues & beaucoup plus exactes, qui nous mettront à portée de donner une table telle que celle dont on devoit être déjà en possession.

T A B L E

Des poids tant anciens que modernes , comparés à la livre de Paris , qui contient 16 onces ou 9216 grains.

DE même que nous avons donné à la suite de la partie de la géométrie , une table comparative des principales mesures longitudinales , tant anciennes que modernes , nous croyons devoir donner ici une pareille table pour les poids des différents pays de l'univers , & principalement d'Europe , en les comparant à la livre de Paris.

Il faut donc sçavoir d'abord que la livre de Paris se divise en 16 onces , chacune desquelles se partage en 8 gros , chaque gros en 3 deniers , & le denier en 24 grains , en sorte que le gros contient 72 grains , l'once 576 , & la livre 9216. On passe assez ordinairement la sous-division des gros en drachmes ou deniers , & en mettant les grains immédiatement après les gros , en cette sorte , par exemple , 1 livre 5 onces 5 gros 61 grains , au lieu de 1 livre 5 onces 5 gros 2 deniers 13 grains.

Le poids monétal est le marc , qui est composé de 8 onces , dont les 16 font la livre ; les subdivisions sont d'ailleurs les mêmes que ci-dessus.

Après cette petite instruction préliminaire , nous allons entrer en matière , en commençant par les poids anciens. Ce que nous dirons ici est au reste emprunté du livre de M. Christiani , intitulé *delle*

128 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Misure dogni genere , antiche à moderne , &c.
imprimé à Venise en 1760, in-4°; livre dans lequel cet auteur semble avoir entrepris d'épuiser la matière. On ne conviendra peut-être pas généralement de l'évaluation qu'il donne à quelques poids anciens, mais la matière est obscure, & il n'est pas surprenant qu'il y regne encore quelque indécision.

POIDS ANCIENS.

Poids des Hébreux.

	Grains.	Rapp. à la liv. de Par.			
		liv.	onc.	gr.	grain.
L'obole , appelé <i>gerach</i> ,	13	0	0	0	13
Demi-sicle, (<i>beka</i>)	126				
Sicle, (<i>seckel</i>)	252	0	0		
Mine, (<i>maneh</i>)	15180	1	10	2	60
Talent, (<i>cicar</i>)	759000	82	5		

Poids grecs attiques (a).

Le calcho,	1	0	0	0	1
L'obole ,	10	0	0	0	10
La dragme ,	63 $\frac{1}{4}$	0	0	0	63 $\frac{1}{4}$
La didragme ,	126	0	0	1	54
La tetradrage ,	253	0	0	3	37
La petite mine de 75 dragmes ,	4743 $\frac{1}{4}$	0	8	1	63 $\frac{1}{4}$
La grande mine de 100 drag.,	6325	0	10	7	61
Le petit talent de 60 petites mines (b),	284625	30	14	1	9
Le grand talent de 60 grandes mines ,	379500	41	2	6	60

(a) Il faut remarquer que ces poids étoient en même temps monnoie; ce qui étoit bien mieux entendu que ce qui se passe chez nous.

(b) Je m'écarte ici de M. Christiani , qui me paroît se tromper dans son évaluation de ces deux talents, s'il est vrai, comme il le dit ailleurs , que l'un fût de soixante petites mines, & l'autre de soixante grandes.

La

Poids Romains.

Grains. Rapp. à la liv. de Par.
liv. onc. gr. g.

Le denier ,	63 $\frac{1}{4}$	0	0	0	63 $\frac{1}{4}$
L'once égale à 8 deniers ,	506	0	0	7	2
L'as ou la livre , de 12 onces ,	6072	0	10	4	24
Autre livre de 10 onces ,	5060	0	8	6	20
Le petit talent ,	30	14	1	9	
Le grand talent ,	41	2	6	69	

POIDS MODERNES

Des principaux pays & lieux de l'univers, & particulièrement de l'Europe.

Alep, la liv. appelée <i>rotolo</i> ,	37768	4	1	4	40
Alexandrie en Egypte ,	7507	0	13	0	19
Alicante ,	8421	0	14	4	69
Amsterdam ,	9094	0	15	6	22
Anvers & Pays-Bas ,	8635	0	14	7	57
Avignon ,	7578	0	13	1	18
Bayonne ,	9094	0	15	6	22
Bâle ,	9280	1	0	0	64
Bergame ,	{ 5685	0	9	6	69
	{ 14212	1	7	5	28
Berghen ,	9548	1	0	4	44
Berne ,	8193	0	14	1	57
Bilbao ,	9094	0	15	6	22
Bois-le-Duc ,	8661	0	15	0	21
Bordeaux, voyez Bayonne.					
Bourg ,	8744	0	15	1	22
Brescia ,	5481	0	9	4	9
Bruges, comme à Anvers.					
Bruxelles, <i>idem</i> .					
Cadix ,	8579	0	14	7	11
Chine, (le kin) ,	11242	1	3	4	10
Cologne ,	8801	0	15	2	17
Constantinople ,	9237	1	0	0	21
Copenhague ,	8460	0	14	5	36
Damas, (le rotolo) ,	31220	3	6	1	44

Tome II,

I

130 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Grains. Rapp. à la liv. de Par.
liv. onc. gr. g.

Dantzik ,	8013	0	13	7	21
Dublin ,	9476	1	0	3	16
Florence & Toscane ,	6444	0	11	1	36
Gand , voyez Anvers.					
Genes , { <i>peso sottile</i> ,	5395	9	2	67	
Genes , { <i>peso commune</i> ,	8091	14	0	27	
Geneve ,	10248	1	1	6	24
Hambourg ,	8916	0	15	3	60
Konigsberg ,	7275	0	12	5	3
Leyde ,	8579	8	14	7	11
Liege ,	8641	0	15	0	1
Lille ,	7977	0	13	6	57
Lisbone ,	8539	0	14	6	43
Livourne ,	6272	0	10	7	8
Londres , { <i>poids de troy</i> ,	7021	0	12	1	37
Londres , { <i>avardupois</i> ,	8544	0	14	6	48
Louvain , voyez Anvers.					
Lucques ,	6427	0	11	1	19
Lyon , { <i>poids de soie</i> ,	8467	0	14	5	43
Lyon , { <i>poids de ville</i> ,	7840	0	13	4	64
Madrid ,	7977	0	13	6	57
Malines , voyez Anvers.					
Saint-Malo , voyez Bayonne.					
Marseille ,	7364	0	12	6	20
Messine ,	5905	0	10	2	1
Mélan ,	5413	0	9	3	13
Montpellier ,	7579	0	13	1	19
Namur ,	8745	0	15	1	33
Nantes , voyez Bayonne.					
Nancy ,	8579	0	14	7	11
Naples ,	6036	0	10	3	60
Nuremberg ,	9594	1	0	5	18
Pise , voyez Florence.					
Revel ,	8013	0	13	7	21
Riga ,	7495	0	12	7	69
Rouen ,	9473	1	0	3	41
Rome ,	6408	0	11	1	0
Sarragosse ,	5738	0	9	7	50
Séville ,	8579	0	14	7	11
Smyrne ,	7977	0	13	6	57

131

liv. onc. gr. g.

Stettin ,	8267	0	14	2	59
Stockolm ,	11228	1	3	3	68
Strasbourg ,	8870	0	15	3	14
Toulouse & haut Languedoc ,	7707	0	13	3	3
Turin & Piémont en général ,	6021	0	10	3	45
Tunis & Tripoli de Barbarie ,	8703	0	15	0	60
Venise ,	5138	0	8	7	26
{ <i>petit poids</i> ,	5138	0	8	7	26
{ <i>gros poids</i> ,	8321	0	14	2	13
Vérone ,	6551	0	9	6	35
Vicence ,	5700	0	9	9	12
{ <i>petit poids</i> ,	5700	0	9	9	12
{ <i>gros poids</i> ,	8385	0	14	4	33

R E M A R Q U E.

JE suis cependant loin d'affurer l'exactitude parfaite de tous ces rapports, car je ne puis dissimuler que je trouve des contradictions entre ceux donnés par M. Christiani, & un tarif mercantile des poids d'Italie entr'eux. J'ai pourtant plus de confiance en M. Christiani, qui paroît avoir fait des recherches plus exactes que l'auteur de ce tarif, qui m'a paru peu instruit, puisque, à l'égard de Paris, il dit que la livre s'y divise en 12 onces, qu'à l'égard de Londres, il ne soupçonne même pas les deux poids différents appelés de *troy* & *averdupois*.

Au reste, à l'aspect des poids différens qu'on voit employer dans des endroits très-voisins, & quelquefois dans la même ville, (car à Genes, par exemple, il n'y en a que cinq différens), on ne peut se refuser à une réflexion, sçavoir, qu'il seroit bien à desirer que les Puissances travaillassent à établir plus d'uniformité. Demander qu'il n'y ait en Europe qu'un même poids, un même pied, c'est faire un souhait chimérique; mais il semble qu'il coûteroit peu d'introduire

I ij

132 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

dans chaque Etat une seule mesure. Alors on diroit simplement la mesure de France, la mesure d'Angleterre, la mesure de Hollande, &c. & tous les calculs & réductions seroient extrêmement simplifiés. Que de choses restent à faire pour débrouiller le chaos de nos institutions barbares ! Tous les pays de l'Europe sont presque encore dans cet état informe qui pourroit leur faire appliquer ces vers d'Ovide :

. *rudis indigestaque moles,*
Nec benè junctarum discordia semina rerum.





RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

QUATRIÈME PARTIE, *CONTENANT divers Problèmes curieux d'Optique.*

LES propriétés de la lumière, & les phénomènes de la vision, forment l'objet de cette partie des mathématiques mixtes, appelée l'*optique*. Elle se divise communément en quatre branches, sçavoir, l'optique directe, la catoptrique, la dioptrique, & la perspective.

En effet, la lumière peut arriver à nos yeux, ou directement, ou après avoir été réfléchie, ou après avoir été rompue. Considérée sous le premier aspect, elle donne naissance à la première branche de l'optique, appelée l'*optique directe*. On

134 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

y explique tout ce qui a trait à la propagation directe de la lumière, à la manière dont on aperçoit les objets, &c.

La catoptrique s'occupe des effets de la lumière réfléchie, & des phénomènes auxquels donne lieu la réflexion de la lumière sur des surfaces de différentes formes, planes, convexes, concaves, &c.

Lorsque la lumière, en passant à travers divers corps transparents, est détournée de sa route directe, ce qu'on nomme réfraction, elle est l'objet de la dioptrique. C'est elle qui rend compte des effets des télescopes & microscopes par réfraction.

La perspective ne devrait former qu'une branche de l'optique directe; car ce n'est que la solution des différents cas de ce problème : *Sur une surface donnée, tracer l'image d'un objet de telle manière qu'elle fasse sur un œil, placé dans le lieu convenable, la même sensation que l'objet lui-même*; problème purement géométrique, & dans lequel il n'est question que de déterminer sur un plan donné de position, les points où il est coupé par les lignes droites, tirées à l'œil de chaque point de l'objet. On n'emprunte conséquemment ici de l'optique, que le principe de la rectitude des rayons de lumière, tant qu'ils se meuvent dans le même milieu; le reste est de la géométrie pure.

Nous allons, sans nous astreindre à d'autre ordre qu'à celui de la méthode, passer en revue les problèmes & les objets les plus curieux de cette partie intéressante des mathématiques.

Sur la nature de la lumière.

Avant d'entrer dans des détails sur l'optique,

nous ne pouvons nous dispenser de dire quelque chose sur la nature & les propriétés de la lumière en général.

Les philosophes sont encore partagés, & le seront probablement long-temps sur la nature de la lumière. Quelques-uns la regardent comme l'ébranlement d'un fluide extrêmement délié & élastique, ébranlement communiqué à ce fluide par les vibrations du corps lumineux, & qui se propage circulairement à des distances immenses & avec une rapidité inconcevable. La lumière est, suivant eux, tout-à-fait analogue au son, qu'on sçait consister dans un semblable ébranlement de l'air, qui en est le véhicule. Plusieurs raisons fort spécieuses donnent à cette opinion une grande vraisemblance, malgré quelques difficultés physiques qu'il n'est pas aisé de résoudre.

Suivant Newton, au contraire, la lumière consiste dans l'émission même des particules du corps lumineux, extrêmement raréfiées, & lancées avec une vitesse prodigieuse. Les difficultés physiques qui militent contre l'opinion précédente, semblent servir de preuves à celle-ci; car il n'y a que ces deux manières de concevoir la nature & la propagation de la lumière.

Mais ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans une semblable discussion. Quelle que soit la nature de la lumière, il est démontré aujourd'hui qu'elle se meut avec une vitesse qui effraye l'imagination; car on sçait qu'elle ne met que sept à huit minutes à venir du soleil à la terre. Et comme la distance du soleil à la terre est, suivant les observations les plus récentes, de 22000 demi-diamètres terrestres, ou 33 millions de lieues, la lumière en parcourt plus de 73000 dans une seconde : elle iroit &

136 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

reviendrait en moins de trois secondes , de la terre à la lune & de la lune à la terre.

Les propriétés principales de la lumière , celles sur lesquelles est fondée toute l'optique , sont les suivantes.

1. *La lumière se meut en ligne droite , tant qu'elle parcourt le même milieu transparent.*

Cette propriété est une suite nécessaire de la nature de la lumière ; car , quelle qu'elle soit , elle est un corps en mouvement. Mais un corps se meut toujours en ligne droite , tant que rien ne tend à l'en détourner : or , dans un même milieu , tout est égal dans tous les sens : ainsi la lumière doit s'y mouvoir en ligne droite.

On démontre d'ailleurs ce principe d'optique , ainsi que le suivant , par l'expérience.

2. *La lumière , à la rencontre d'un plan poli , se réfléchit en faisant l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence , & la réflexion se fait toujours dans un plan perpendiculaire à la surface réfléchissante au point de réflexion.*

Pl. 1, C'est-à-dire que si AB est un rayon incident
fig. 1. sur une surface plane , B le point de réflexion , pour trouver la direction du rayon réfléchi BC , il faut d'abord concevoir par la ligne AB un plan perpendiculaire à cette surface , & la coupant dans la ligne DE , puis faisant l'angle CBE égal à ABD , la ligne CB sera le rayon réfléchi.

Si la surface réfléchissante est courbe , comme de , il faut concevoir par le point B de réflexion , un plan tangent à cette surface ; la réflexion se fera tout comme si c'étoit le point B de cette surface qui opérât la réflexion ; car il est évident que

la surface courbe & le plan tangent au point B, coïncident dans cette partie infiniment petite, qui peut être considérée comme un plan commun à la surface courbe & au plan tangent : donc le rayon de lumière doit se réfléchir de dessus la surface courbe, tout comme du point B du plan qui la touche.

3. *La lumière, en passant obliquement d'un milieu dans un autre de différente densité, se détourne de la ligne droite, & s'incline vers la perpendiculaire, si elle passe d'un milieu rare dans un plus dense, comme de l'air dans le verre, ou dans l'eau ; & au contraire.*

Deux expériences, qui sont des espèces de jeux d'optique, vont nous prouver cette vérité.

PREMIERE EXPERIENCE.

Exposez au soleil, ou à une lumière quelconque, Pl. 1,
un vase ABCD dont les parois soient opaques, & fig. 2.
examinez à quel point du fond se termine l'ombre. Que ce soit, par exemple, en E. Versez-y de l'eau, de l'huile, jusqu'au bord ; vous remarquerez que l'ombre, au lieu de se terminer à ce point E, ne l'atteindra plus, & se terminera comme en F. Cela ne peut venir que de l'inflexion du rayon de lumière SA, qui touche le bord du vase. Ce rayon, quand le vase étoit vuide, continuant sa route en ligne droite SAE, alloit terminer l'ombre au point E ; mais il se replie en AF lorsque ce vase est plein d'un fluide plus dense que l'air. C'est cette inflexion du rayon de lumière, en passant obliquement d'un milieu dans un autre, qu'on nomme *réfraction*.

SECONDE EXPÉRIENCE.

Pl. 1, Placez au fond d'un vase dont les parois sont fig. 3. opaques , en C, par exemple , une piece de monnoie , ou un objet quelconque , & éloignez-vous du vase jusqu'à ce que le bord vous cache cet objet ; faites y verser de l'eau ; vous le verrez aussitôt paroître , ainsi que partie du fond qui étoit cachée à votre vue. En voici la raison.

Lorsque le vase est vuide , l'œil O ne peut apercevoir le point C que par le rayon direct CAO, qui est intercepté par le bord A du vase ; mais lorsque le vase est plein d'eau , il y a un rayon comme CD , qui , au lieu de continuer sa route directement en E, est rompu en DO , en s'éloignant de la perpendiculaire DP. Ce rayon porte à l'œil l'apparence du point C , & l'œil le voit dans la prolongation de OD en ligne directe , comme en c : aussi le fond paroît-il dans ce cas élevé. C'est par une semblable raison qu'un bâton bien droit, étant plongé dans l'eau , paroît plié au point où il rencontre la surface , à moins qu'il ne soit plongé perpendiculairement.

Les physiciens géometres ont examiné soigneusement la loi suivant laquelle se fait cette inflexion de la lumiere , & ils ont trouvé que , lorsqu'un Fig. 4. rayon , comme EF, passe de l'air dans le verre , il est rompu en FI , de maniere qu'il regne entre le sinus de l'angle CFE & celui de l'angle DFI , une raison constante. Ainsi , que le rayon EF soit rompu en FI , & le rayon e F en Fi , il y aura même raison du sinus de l'angle CFE au sinus de l'angle DFI , que du sinus de l'angle CFe au sinus de l'angle DF \hat{i} . Ce rapport , lorsque le passage se fait de l'air dans le verre ordinaire , est constam-

ment de 3 à 2 ; c'est-à-dire que le sinus de l'angle fait par le rayon rompu avec la perpendiculaire à la surface réfringente, est constamment les deux tiers de celui de l'angle que fait le rayon incident avec la même perpendiculaire.

On doit observer que lorsque ce dernier angle, c'est-à-dire l'écart du rayon incident d'avec la perpendiculaire, ce qu'on nomme l'*angle d'inclinaison*, est fort petit, on peut regarder l'angle rompu comme en étant les deux tiers ; cela s'entend lorsque le rayon passe de l'air dans le verre ; car on sçait, & il est aisé de le vérifier par les table des sinus, que lorsque deux angles sont fort petits, c'est-à-dire qu'ils ne surpassent pas 5 à 6 degrés, par exemple, ils sont sensiblement dans la même raison que leurs sinus : ainsi, dans le cas ci-dessus, l'angle rompu IFD sera les deux tiers de l'angle d'inclinaison GFE ; & l'angle de réfraction, ou l'écart du rayon rompu d'avec l'incident prolongé en ligne droite, en sera conséquemment le tiers.

Lorsque le passage se fait de l'air dans l'eau, le rapport des sinus des angles d'inclinaison & rompu, est de 4 à 3 ; c'est-à-dire que le sinus de l'angle DFI est constamment les $\frac{3}{4}$ de celui de l'angle d'inclinaison GFE, du rayon incident dans l'air ; & conséquemment, lorsque ces angles seront fort petits, on pourra les regarder comme étant dans le même rapport, & l'angle de réfraction sera le $\frac{3}{4}$ de l'angle d'inclinaison (a).

(a) Il est d'usage aujourd'hui d'appeler l'angle du rayon incident avec la perpendiculaire, comme CFE, l'*angle d'incidence*, & de donner le nom d'*angle de réfraction* à celui du rayon rompu avec la même perpendiculaire pro-

Cette proportion est la base de tous les calculs de la dioptrique, & il faut, par cette raison, se la graver profondément dans la mémoire. On en doit la découverte au célèbre Descartes, quoiqu'il paroisse certain, par le témoignage d'Huygens, que Willebrod Snellius, mathématicien Hollandois, avoit découvert avant lui une loi de la réfraction également constante, & qui au fond est la même que celle de Descartes. Mais Voffius a eu tort de prétendre, comme il fait dans son livre *de Naturâ Lucis*, que l'expression de Snellius étoit plus commode. Ce sçavant ne sçavoit guere ce qu'il disoit quand il se méloit de parler physique.

P R O B L È M E I.

Représenter dans une chambre fermée les objets extérieurs, avec leurs couleurs & leurs proportions naturelles.

FERMEZ la porte & les fenêtres de la chambre, en sorte qu'il n'y entre aucune lumière que par un trou fort petit & bien tranché, que vous aurez réservé à une fenêtre en face d'une place fréquentée ou d'un paysage; tendez contre le mur opposé, s'il n'est pas bien dressé, un drap bien blanc. Si les objets extérieurs sont fortement éclairés & la chambre bien noire, ils se peindront sur ce mur ou sur le drap, avec leurs couleurs & dans une situation renversée.

L'expérience faite de cette manière fort simple,

longée, comme IFD. Il est à propos d'être prévenu de cette différence de langage, pour ne pas trouver les opticiens modernes en contradiction avec ceux du dernier siècle.

réussit assez bien pour surprendre ceux qui la voient pour la première fois ; mais on la rend bien plus frappante au moyen d'un verre lenticulaire.

Adaptez au trou du volet , qui doit alors avoir quelques pouces de diamètre , un tuyau portant à son extrémité intérieure un verre lenticulaire convexe , de 4 , 5 ou 6 pieds de foyer (*a*) ; tendez à cette distance du verre , & perpendiculairement à l'axe du tuyau , le drap ou le carton ci-dessus : vous verrez les objets extérieurs peints avec une vivacité & une distinction bien supérieures à celles de l'expérience précédente ; elles seront telles , que vous pourrez distinguer les traits des personnes que vous verrez. On ne sçautoit dire enfin combien ce petit spectacle est amusant , sur-tout quand on considère de cette manière une place publique & fort passagère , une promenade remplie de monde , &c.

Cette peinture est à la vérité renversée , ce qui nuit d'abord un peu à l'agrément ; mais on peut la redresser de plusieurs manières : il est seulement fâcheux que cela ne se fasse point sans nuire à la distinction ou à l'étendue du champ du tableau. Si néanmoins on veut se procurer la commodité de voir les objets droits , voici un moyen pour cela.

Vers la moitié de la distance du foyer du verre lenticulaire , placez à angles de 45° un miroir

(*a*) On expliquera plus loin ce que c'est qu'un *verre lenticulaire* ou une *lentille de verre* , ainsi que son foyer , & quels en sont les effets & les propriétés : il suffit qu'on sçache ici qu'un de ces effets consiste à produire derrière le verre convexe , à une distance déterminée , une image des objets parfaitement semblable aux objets eux-mêmes.

Pl. 1, plan, en sorte qu'il réfléchisse vers le bas les rayons
 fig. 5. venants de la lentille ; placez horizontalement au-
 dessous, le tableau ou le carton blanc à la hauteur
 convenable : vous aurez l'image des objets exté-
 rieurs peints sur ce carton, dans la situation droite
 à l'égard de ceux qui auront le dos tourné à la
 croisée. La fig. 5 représente le mécanisme de cette
 inversion, qu'on ne concevra au reste clairement,
 qu'autant qu'on aura déjà quelque idée de catop-
 trique.

Ce tableau pourra être placé sur une table ; il
 ne sera question que de disposer le verre & le
 miroir à la hauteur convenable pour que l'objet
 s'y peigne distinctement : on aura, par ce moyen,
 la commodité de dessiner exactement un paysage,
 un édifice, &c.

PROBLÈME II.

*Construire une chambre obscure qu'on puisse trans-
 porter.*

Fig. 6. FAITES une caisse de bois ABCD, à laquelle
 vous donnerez environ un pied de hauteur &
 autant de largeur, & deux ou trois de longueur
 environ, suivant la distance du foyer des len-
 tilles que vous emploierez ; ajoutez à l'un des côtés
 un tuyau EF, formé de deux qui, s'emboîtant l'un
 dans l'autre, puissent s'allonger ou se raccourcir,
 selon le besoin ; à l'ouverture antérieure du pre-
 mier tuyau, vous adapterez deux lentilles conve-
 xes des deux côtés, de sept pouces environ de
 diamètre, de manière qu'elles se touchent presque,
 & au trou intérieur vous en placerez une autre de
 cinq pouces environ de foyer ; vous disposerez
 perpendiculairement vers le milieu de la longueur

de cette boîte , un papier huilé GH , attaché sur un châssis ; enfin , vous ménagerez au côté opposé au tuyau une ouverture en I , assez grande pour recevoir les deux yeux.

Quand vous voudrez voir quelques objets , vous tournerez le tuyau garni de ses lentilles vers ces objets , & vous les ajusterez de manière que l'image soit peinte distinctement sur le papier huilé ; ce à quoi vous parviendrez , en retirant ou allongeant le tuyau mobile.

Voici la description d'une autre chambre obscure , inventée par M. s'Gravesande , qui l'a donnée à la suite de son *Essai de Perspective*.

Cette machine a la forme à peu près d'une Pl. 2, chaise à porteur ; le dessus en est arrondi vers le fig. 7. derrière ; & par le devant elle est bombée , & faillante dans le milieu de la hauteur. Voyez la figure qui représente cette machine dont le côté opposé à la porte est enlevé , afin qu'on puisse voir l'intérieur.

1. Au dedans , la planche A sert de table ; elle tourne sur deux chevilles de fer portées dans le devant de la machine , & est soutenue par deux chaînettes , pour pouvoir être levée , & faciliter l'entrée dans la machine.

2. Au derrière de la machine , en dehors , sont attachés quatre petits fers , C , C , C , C , dans lesquels glissent deux règles de bois DE , DE , de la largeur de trois pouces , aux travers desquels passent deux lattes , servant à tenir attachée une petite planche F , laquelle , par leur moyen , peut avancer ou reculer.

3. Au dessus de la machine est une échancrure PMOQ , longue de neuf ou dix pouces , & large de quatre , aux côtés de laquelle sont attachées

deux regles en forme de queue d'aronde, entre lesquelles on fait glisser une planche de même longueur, percée dans son milieu d'un trou rond d'environ trois pouces de diametre, & garni d'un écrou qui sert à élever & abaisser un cylindre garni de la vis correspondante, & d'environ quatre pouces de hauteur. C'est ce cylindre qui doit porter le verre convexe.

4. La planche mobile, ci-dessus décrite, porte encore avec elle une boîte quarrée X, large d'environ sept à huit pouces, & haute de dix, dont le devant peut s'ouvrir par une petite porte; & le derriere de la boîte a vers le bas une ouverture quarrée N, d'environ quatre pouces, qui peut, quand on le veut, se fermer par une petite planche mobile.

5. Au dessus de cette ouverture quarrée, est une fente parallele à l'horizon, & qui tient toute la largeur de la boîte. Elle sert à faire entrer dans la boîte un miroir plan qui glisse entre deux regles, enforte que l'angle qu'il fait avec l'horizon du côté de la porte B, soit de $112^{\circ} \frac{1}{2}$, ou de cinq quarts de droit.

6. Ce même miroir peut, quand on le veut, se placer perpendiculairement à l'horizon, comme on voit en H, au moyen d'une platine de fer adaptée sur un de ses côtés, & garnie d'une vis de fer, qu'on fait entrer dans une fente pratiquée au toit de la machine, & qu'on serre avec un écrou.

7. Au dedans de la boîte est un autre petit miroir LL, qui peut tourner sur deux pivots sis un peu au dessus de la fente du n^o 5, & qui étant tiré ou poussé par la petite verge S, peut prendre toutes les inclinaisons qu'on voudra à l'horizon.

8. Pour avoir de l'air dans cette machine, on
adaptera

adaptera à un des côtés le tuyau de fer-blanc re- Pl. 2,
 courbé vers les deux bouts, *fig. 8*, qui donnera ac- fig. 8.
 cès à l'air sans le donner à la lumière. Si cela ne
 paroïssoit pas suffisant, on pourroit mettre sous le
 siege un petit soufflet, qu'on feroit agir avec le
 pied. De cette maniere on pourra renouveler l'air
 continuellement. Voici présentement les divers
 usages de la machine.

I. Représenter les objets dans leur situation naturelle.

Quand on voudra représenter les objets dans
 cette machine, on étendra un papier sur la table;
 ou, ce qui est mieux, on en aura un bien tendu,
 & attaché sur une planchette ou un carton fort,
 qu'on mettra sur cette table, & qu'on y fixera so-
 lidement & invariablement.

On garnira le cylindre C d'un verre convexe, Fig. 7.]
 dont le foyer soit à peu près à une distance égale
 à la hauteur de la machine au dessus de la table;
 on ouvrira le derriere de la boîte X, & l'on sup-
 primera le miroir H, ainsi que la planche F & les
 regles DE; enfin l'on inclinera le miroir mobile LL,
 enforte qu'il fasse avec l'horizon un angle à peu près
 de 45° , s'il s'agit de représenter des objets fort
 éloignés & formant le tableau perpendiculaire:
 alors tous les objets qui enverront des rayons sur le
 miroir LL, qui peuvent être réfléchis sur le verre
 convexe, se peindront sur le papier; & l'on cher-
 chera le point de la plus grande distinction, en
 élevant ou abaissant, par le moyen de la vis, le
 cylindre qui porte le verre convexe.

On pourra, par ce moyen, représenter avec la
 plus grande vérité un paysage, une vue de ville,
 &c.

II. *Représenter les objets , en faisant paroître à droite ce qui est à gauche , & au contraire.*

La boîte X étant dans la situation représentée dans la figure , il faut ouvrir la porte B , mettre le miroir H dans la fente & la situation indiquée plus haut , n° 5 , élever le miroir LL de manière qu'il fasse avec l'horizon un angle de $22^{\circ} \frac{1}{2}$: alors , en tournant le devant de la machine du côté des objets à représenter , que nous supposons fort éloignés , on les verra peints sur le papier , & seulement renversés de droite à gauche.

Il fera quelquefois utile de former un dessin dans ce sens ; par exemple , si on se proposoit de le faire graver ; car la planche renversant le dessin de droite à gauche seulement , elle remettrait les objets dans leur position naturelle.

III. *Représenter tour-à-tour tous les objets qui sont aux environs & autour de la machine.*

Il faut placer le miroir H verticalement , comme on le voit dans la figure , & le miroir L sous un angle de 45° : alors , en faisant tourner le premier verticalement , on verra successivement se peindre sur le papier les objets latéraux.

C'est une précaution nécessaire que de couvrir le miroir H d'une boîte de carton , ouverte du côté des objets , comme aussi du côté de l'ouverture N de la boîte X ; car , si on laissoit le miroir entièrement exposé , il réfléchiroit sur le miroir L beaucoup de rayons latéraux qui affoibliront considérablement la représentation.

IV. Représenter des peintures ou des tailles-douces.

Il faudra les attacher contre la planche F, du côté qui regarde le miroir L, & en sorte qu'elles soient éclairées par le soleil. Mais, comme alors l'objet sera extrêmement proche, il faudra garnir le cylindre d'un verre d'un foyer dont la longueur soit à peu près la moitié de la hauteur de la machine au dessus du papier; & alors, si la distance du tableau jusqu'au verre est égale à celle du verre jusqu'au papier, les objets du tableau seront peints sur ce papier précisément de la même grandeur.

On saisira le point de distinction, en avançant ou reculant la planchette F, jusqu'à ce que la représentation soit bien distincte.

Il y a quelques attentions à avoir relativement à l'ouverture du verre convexe.

La première est qu'on peut ordinairement donner au verre la même ouverture qu'à une lunette de même longueur.

La seconde, qu'il faut diminuer cette ouverture lorsque les objets sont fort éclairés, & au contraire.

La troisième, que les traits, paroissant plus distincts lorsque l'ouverture est petite que quand elle est plus grande, lorsqu'on voudra dessiner, il faudra donner au verre la plus petite ouverture possible, avec cette précaution de ne pas trop éténuer la lumière; c'est pourquoi il faudra avoir, pour ces différentes ouvertures, différents cercles de cuivre ou de carton noircis, qu'on emploiera suivant les circonstances.

PROBLÈME III.

Expliquer la manière dont se fait la vision , & ses principaux phénomènes.

POUR expliquer comment l'on apperçoit les objets , il est nécessaire de commencer par une description de l'organe merveilleux qui sert à cet usage.

L'œil est un globe creux , formé par trois membranes qui enveloppent des humeurs de différentes densités , & qui fait à l'égard des objets extérieurs l'effet d'une chambre obscure. La plus extérieure de ces membranes est appelée la *sclérotique* , & n'est qu'un prolongement de celle qui tapisse l'intérieur des paupières. La seconde , qu'on nomme la *choroïde* , est une prolongation de la membrane qui couvre le nerf optique , ainsi que tous les autres nerfs. La troisième enfin , qui tapisse l'intérieur de l'œil , est une expansion du nerf optique : c'est cette membrane toute nerveuse qui est l'organe de la vision ; car , quelques expériences qu'on ait alléguées pour attribuer cette fonction à la choroïde , on ne sçauroit chercher le sentiment ailleurs que dans les nerfs & dans les parties nerveuses.

Au devant de l'œil , la sclérotique change de nature , & prend une forme plus convexe que le globe de l'œil ; c'est ce qu'on appelle la *cornée transparente*. La choroïde , en se prolongeant au dessous de la cornée , doit conséquemment laisser un petit vuide : c'est ce vuide qui forme la chambre antérieure de l'humeur aqueuse. Ce prolongement de la choroïde vient se terminer à une ouverture circulaire , connue de tout le monde sous le nom de la *prunelle*. La partie colorée qui envi-

ronne cette ouverture, est ce qu'on nomme l'*iris* ou l'*uvée* : elle est susceptible d'extension & de resserrement, enforte que, lorsqu'on est exposé à une grande lumière, l'ouverture de la prunelle se resserre ; & au contraire elle se dilate, quand on est dans un endroit obscur.

Cette ouverture de la prunelle est proprement l'ouverture de la chambre obscure. Derrière elle est suspendu, par un ligament circulaire, un corps transparent, & d'une certaine consistance, fait en forme de lentille ; c'est ce qu'on nomme le *crystallin*, lequel fait dans cette chambre obscure naturelle, la fonction du verre que nous avons employé dans l'artificielle.

D'après cette description, on voit qu'il reste entre la cornée & le *crystallin* une sorte de chambre, partagée à peu près en deux également par l'*uvée*, & une autre entre le *crystallin* & la rétine. La première est remplie d'une humeur transparente, & semblable à de l'eau, d'où lui est venu le nom d'*humeur aqueuse*. La seconde chambre est remplie d'une humeur dont la consistance approche de celle du blanc d'œuf ; on lui donne le nom de *vitree*. La fig. 9 met ces différentes parties sous pl. 3. les yeux. *a* est la sclérotique, *b* la cornée, *c* la fig. 9. choroïde, *d* la rétine, *e* l'ouverture de la prunelle, *ff* l'*uvée*, *h* le *crystallin*, *ii* l'*humeur aqueuse*, *kk* l'*humeur vitree*, *l* le nerf optique.

L'œil n'étant évidemment, selon la description précédente, qu'une chambre obscure, mais seulement plus composée que celle que nous avons déjà décrite, il est aisé de reconnoître que les objets extérieurs se peignent renversés dans le fond de l'œil sur la rétine ; ce sont ces images qui, affectant cette membrane nerveuse, excitent dans

l'ame la perception de la lumière, des couleurs & de la figure des objets. L'image est-elle distincte & vive, l'ame reçoit une perception vive & distincte; est-elle confuse, obscure, la perception que reçoit l'ame est de la même nature : c'est ce que l'expérience prouve suffisamment. On s'assure aisément de l'existence de ces images, au moyen d'un œil d'animal, de mouton, par exemple; car si on en dépouille la partie postérieure, en ne laissant que la rétine, & qu'on présente sa cornée au trou d'une chambre obscure, on verra les images des objets extérieurs qui se peindront au fond.

Mais comment, demandera-t-on peut-être, les images des objets étant renversées, ne laisse-t-on pas de les voir droits? Cette question n'en est une que pour ceux qui n'ont aucune idée métaphysique. En effet, les idées que nous avons de la situation droite ou renversée des objets à notre égard, ainsi que de leur distance, ne sont que le résultat des deux sens de la vue & du tact, combinés. Du moment qu'on commence à faire usage de la vue, on éprouve, au moyen du tact, que les objets qui affectent les parties supérieures de la rétine, sont du côté de nos pieds relativement à ceux qui affectent les parties inférieures, que le tact apprend en être plus éloignées. De-là s'est établie la liaison constante de la sensation d'un objet qui affecte les parties supérieures de l'œil, avec l'idée de l'infériorité de cet objet.

Qu'est-ce enfin qu'être en bas? C'est être plus voisin de la partie inférieure de notre corps. Or, dans la représentation d'un objet quelconque, la partie inférieure de cet objet peint son image plus près de celle de nos pieds que la partie supérieure; dans quelqu'endroit que se peigne l'image de nos

pieds dans la rétine, cette image est donc nécessairement liée avec l'idée d'infériorité; conséquemment ce qui l'avoisine le plus produit nécessairement dans l'esprit la même idée. Les deux bâtons de l'aveugle de Descartes ne servent de rien ici; & certainement Descartes auroit dit les mêmes choses, s'il n'avoit pas adopté les idées innées, que la métaphysique moderne a prosrites.

PROBLÈME IV.

Construction d'un œil artificiel, propre à rendre sensible la raison de tous les phénomènes de la vision.

AD est une boule creuse de bois, de cinq à six Pl. 3.
pouces de diamètre, & formée de deux hémis- fig. 10.
spheres qui se joignent ensemble en LM, & de manière qu'ils puissent s'approcher & s'éloigner l'un de l'autre d'environ un demi-pouce. Le segment AB de l'hémisphère antérieur est un verre d'égale épaisseur, comme un verre de montre, au dessous duquel est un diaphragme percé au milieu d'un trou rond, d'environ six lignes de diamètre. F est une lentille convexe des deux côtés, soutenue par un diaphragme, & ayant son foyer à la distance FE, lorsque les deux hémisphères sont à leur distance moyenne. Enfin la partie DCE est formée par un verre d'égale épaisseur, & concentrique à la sphere, dont la surface intérieure, au lieu d'être polie, est simplement doucie, de manière à n'être qu'à moitié transparente. Voilà un œil artificiel, auquel il ne manque presque que les humeurs aqueuse & vitrée. On pourroit même, suivant la matière dont il seroit formé, y représenter ces humeurs, en mettant dans la première chambre

K iv

152 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

de l'eau commune , & dans la postérieure une eau chargée d'une forte solution de sel. Mais cela est absolument inutile pour les expériences que nous avons en vue.

On peut, au reste , beaucoup simplifier cette petite machine , & la réduire à deux tuyaux d'un pouce & demi ou deux pouces de diamètre , rentrants l'un dans l'autre. Le premier ou l'antérieur sera garni à son ouverture d'un verre lenticulaire de trois pouces environ de foyer , dont on aura soin de ne laisser découvert que la partie la plus voisine de l'axe , au moyen d'un cercle de carton , percé d'un trou d'un demi-pouce environ de largeur , dont on le couvrira. Le fond du second tuyau sera couvert d'un papier huilé , qui fera la fonction de la rétine. Le tout enfin sera arrangé de manière que la distance du verre au papier huilé puisse varier d'environ deux pouces à quatre , en enfonçant ou retirant les tuyaux. Il n'est personne qui ne puisse facilement & à peu de frais se procurer une pareille machine.

PREMIERE EXPÉRIENCE.

Le verre ou le papier huilé étant précisément au foyer du verre lenticulaire , si vous tournez la machine vers des objets fort éloignés , vous les verrez peints avec beaucoup de distinction sur ce fond. Raccourcissez ou allongez la machine , de sorte que le fond ne soit plus au foyer du verre , vous ne verrez plus ces objets peints distinctement ; mais confusément.

SECONDE EXPÉRIENCE.

Présentez un flambeau , ou autre objet éclairé , à la machine , à une distance médiocre , comme

de trois ou quatre pieds , & faites enſorte qu'il ſoit peint diſtinctement , en rapprochant ou éloignant du verre le fond de la machine. Alors , ſi vous approchez davantage l'objet , il ceſſera d'être peint diſtinctement ; mais vous aurez une image diſtincte en allongeant la machine. Au contraire , ſi vous éloignez l'objet à une diſtance conſidérable , il ceſſera d'être peint diſtinctement , & vous ne recouvrirez l'image diſtincte qu'en raccourciſſant la machine.

TROISIEME EXPERIENCE.

Vous-pourrez néanmoins , ſans toucher à la machine , vous procurer l'image diſtincte d'une autre maniere. En effet , dans le premier cas , préſentez à l'œil un verre concave , à une diſtance que vous trouverez en eſſayant ; vous reverrez naître la diſtinction dans la peinture de l'objet. Dans le ſecond cas , préſentez-lui un verre convexe ; vous produirez le même effet.

Ces expériences ſervent à expliquer de la maniere la plus ſenſible tous les phénomènes de la viſion , ainſi que l'origine des défauts auxquels la vue eſt ſujette , & les moyens par leſquels on y remédie.

On ne voit les objets diſtinctement , qu'autant que ces objets ſont peints avec diſtinction ſur la rétine ; mais lorsque la conformation de l'œil eſt telle que les objets médiocrement diſtants ſont peints avec diſtinction , les objets beaucoup plus voiſins ou plus éloignés ne ſçauroient être peints diſtinctement. Dans le premier cas , le point de diſtinction de l'image eſt au-delà de la rétine ; & ſi l'on peut changer la forme de ſon œil , de maniere à éloigner la rétine de ce point ou le cryſ-

tallin de la rétine, on a l'image distincte. Dans le second cas, c'est le contraire; le point de distinction de l'image est en deçà de la rétine, & il faut, pour avoir la sensation distincte, avancer la rétine vers le cristallin, ou le cristallin vers la rétine. Aussi l'expérience apprend-elle que, dans l'un ou l'autre cas, il se passe un changement qui, même souvent, ne se fait pas sans effort. Au reste, en quoi consiste ce changement? Est-ce dans un allongement ou un aplatissement de l'œil? est-ce dans un déplacement du cristallin? C'est ce qui n'est pas encore entièrement éclairci.

Il y a dans les vues deux défauts opposés : l'un consiste à ne voir distinctement que les objets éloignés; & comme c'est ordinairement le défaut des vieillards, on appelle *presbytes* ceux qui en sont atteints : l'autre consiste à ne voir distinctement que les objets fort proches; on les nomme *myopes*.

La cause du premier de ces défauts est une conformation de l'œil, qui fait que les objets voisins ne peignent leur image distincte qu'au-delà de la rétine. Or l'image des objets éloignés est plus proche que celle des objets voisins ou médiocrement distants : l'image de ceux-là pourra donc tomber sur la rétine, & l'on aura la vision distincte des objets éloignés, tandis qu'on verra confusément les objets proches.

Mais si l'on veut rendre distincte la vision des objets proches, il n'y aura qu'à se servir d'un verre convexe, comme on a vu dans la troisième expérience; car un verre convexe, en hâtant la réunion des rayons, rapproche l'image distincte des objets; conséquemment il produira sur la rétine une image distincte, qui sans lui n'eût été peinte qu'au-delà.

Ce fera tout le contraire à l'égard des myopes. Le défaut de leur vue consistant dans une conformation de l'œil qui réunit trop tôt les rayons , & fait que le point de distinction de l'image des objets médiocrement éloignés , est en deçà de la rétine , ils recevront du secours des verres concaves interposés entre leur vue & l'objet ; car ces verres , en faisant diverger les rayons , éloignent l'image distincte suivant la troisième expérience : ainsi l'image distincte des objets , qui se fût peinte en deçà de la rétine , s'y peindra distinctement lorsqu'on se servira d'un verre concave.

Les myopes discerneront en outre mieux les petits objets à portée de leur vue , que les presbytes ou les gens doués d'une vue ordinaire ; car un objet placé à une plus petite distance de l'œil , peint dans son fond une plus grande image , à peu près en raison réciproque de la distance. Ainsi un myope qui voit distinctement un objet placé à six pouces de distance , reçoit dans le fond de l'œil une image trois fois aussi grande que celle qui se peint dans l'œil de celui qui ne voit distinctement qu'à dix-huit pouces ; conséquemment toutes les petites parties de cet objet seront grossies proportionnellement , & seront sensibles au myope , tandis qu'elles échapperont au presbyte. Si un myope l'étoit au point de ne voir distinctement qu'à un demi-pouce de distance , il verroit les objets seize fois plus gros que les vues ordinaires , dont la limite de distinction est de huit pouces environ : son œil seroit un excellent microscope , & il discerneroit des choses dans les objets que les vues communes n'y voient qu'à l'aide de cet instrument.

PROBLÈME V.

Faire qu'un objet, vu de loin ou de près, paroisse toujours de la même grandeur.

L'APPARENCE des objets est, toutes choses d'ailleurs égales, d'autant plus grande, que l'image de l'objet, peinte sur la rétine, occupe un plus grand espace. Or l'espace qu'occupe une image sur la rétine, est à peu près proportionnelle à l'angle que forment les rayons des extrémités de l'objet, comme il est aisé de voir par la seule inspection de la fig. 11; conséquemment c'est, toutes choses d'ailleurs égales, de la grandeur de l'angle formé par les rayons extrêmes de l'objet qui se croisent dans l'œil, que dépend la grandeur apparente de cet objet.

Pl. 3, Cela posé, soit l'objet AB, qu'il est question
fig. 11. de voir de différentes distances, & toujours sous le même angle. Sur AB, comme corde, décrivez un arc de cercle quelconque, comme ACDB; de tous les points de cet arc, comme A, C, D, B, vous verrez l'objet AB sous le même angle, & conséquemment de la même grandeur; car tout le monde sçait que les angles ayant AB pour base, & leur sommet dans le segment ACDB, sont égaux.

Il en sera de même d'un autre arc quelconque, comme A c d B.

PROBLÈME VI.

Deux parties inégales d'une même ligne droite étant données, soit qu'elles soient adjacentes ou non, trouver le point d'où elles paroîtront égales.

Fig. 12. SUR AB & BC, formez du même côté les deux triangles isosceles semblables AFB, BGC; puis

du centre F avec le rayon FB , décrivez un cercle, & du point G avec le rayon GB , décrivez-en un autre qui coupera le premier en D ; ce point D fera le point cherché.

Car les arcs de cercle $AEDB$, $BD \epsilon C$, sont semblables par la construction; d'où il suit que l'angle ADB est égal à BDC , puisque le point D appartient à-la-fois aux deux arcs.

REMARQUES.

1. Il y a une infinité de points comme D , qui satisfont au problème, & on démontre que tous ces points sont dans la circonférence d'un demi-cercle tracé du centre I . Ce centre se trouve en menant par les sommets F & G des triangles semblables AFB , BGC , la ligne FG jusqu'à sa rencontre en I avec AC prolongée.

2. Si les lignes AB , BC , faisoient un angle, la solution du problème seroit toujours la même : les deux arcs de cercle semblables, décrits sur AB , BC , se couperont nécessairement en quelque point D , (à moins qu'ils ne se touchent en B ,) & ce point D donnera également la solution du problème.

3. La solution du problème sera encore la même, Pl. 4, si les lignes inégales AB , bC proposées, ne fig. 13. sont pas contiguës : il y aura seulement cette attention à avoir, sçavoir, que les rayons FB , Gb des deux cercles, soient tels que ces cercles puissent au moins se toucher l'un l'autre. Si l'on nomme $AB = a$, $Bb = c$, $bC = b$, il faudra, pour que les deux cercles se touchent, que FB soit au moins $= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{ac^2 + a^2c + abc}{b}}$, & $Gb = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{bc^2 + b^2c + abc}{a}}$.

158 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Si ces lignes sont moindres, les deux cercles ne se toucheront ni ne se couperont point. Si elles sont plus grandes, les cercles se couperont en deux points, qui donneront chacun une solution du problème. Que a soit, par exemple, $= 3$, $b = 2$, $c = 1$; on trouvera $FB = \frac{1}{2}$ & $G b = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{14}{3}}$.

Pl. 4, 4. Supposons enfin trois lignes inégales & con-
fig. 14. tiguës, comme AB , BC , CD , & qu'on propose de trouver un point duquel elles paroissent toutes trois sous le même angle. Trouvez, par l'article premier de cette remarque, la circonférence BEF , &c. des points de laquelle les lignes AB , BC , paroissent sous le même angle; trouvez pareillement celle CEG , de laquelle BC & CD paroissent sous le même angle: leur intersection donnera le point cherché. Mais pour que ces deux demi-cercles se touchent, il faut, ou que la plus petite des lignes données soit au milieu des deux autres, ou qu'elles se suivent dans cet ordre, la plus grande, la moyenne, & la moindre.

Si les lignes AB , BC , CD , ne sont pas contiguës ou en ligne droite, le problème devient trop difficile pour trouver place ici. Nous l'abandonnerons à la sagacité de ceux de nos lecteurs qui sont le plus avancés.

PROBLÈME VII.

Au devant d'un édifice, dont CD est la face, est un parterre dont la longueur est AB . On demande le point de cet édifice d'où l'on verra le parterre AB le plus grand.

Fig. 15. SOIT faite la hauteur CE , moyenne proportionnelle entre CB & CA , ce sera la hauteur cherchée; car, si l'on décrit par les points A , B , E ,

un cercle, il sera tangent à la ligne CE, par la propriété si connue des tangentes & sécantes. Or il est aisé de voir que l'angle AEB est plus grand qu'aucun autre A ϵ B, dont le sommet est dans la ligne CD; car l'angle A ϵ B est moindre que A gB, qui est égal à AEB.

PROBLÈME VIII.

Un cercle étant donné sur le plan horizontal, trouver la position de l'œil d'où son image sur le plan perspectif sera encore un cercle.

Nous supposons que notre lecteur connoisse le principe fondamental de toute représentation perspective, qui consiste à imaginer entre l'œil & l'objet un plan vertical que l'on nomme *perspectif*. On conçoit de chaque point de l'objet des rayons allant à l'œil: si ces rayons laissent une trace sur le plan vertical ou perspectif, il est évident qu'elle produiroit la même sensation sur cet œil que l'objet même, puisqu'ils peindroient la même image sur la rétine. C'est cette trace qu'on appelle *l'image perspective*.

Soit donc AC le diamètre du cercle dans le plan horizontal, ACP la perpendiculaire au plan perspectif, QR la coupe de ce plan, par un plan vertical élevé sur AP, & PO la perpendiculaire à l'horizon & à la ligne AP, sur laquelle il est question de trouver le point O, que l'œil doit occuper pour que la représentation *ac* du cercle AC soit aussi un cercle. Pl. 4.
fig. 16.

Pour cet effet, faites PO moyenne proportionnelle entre AP & CP, le point O sera le point cherché.

Car si AP : PO comme PO : CP les triangles

160 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

PAO , COP , seront semblables , & les angles PAO , COP , seront égaux : donc les angles PAO & C c Q , ou PAO & R c O , seront aussi égaux : d'où il suit que dans le petit triangle a c O , l'angle en c sera égal à l'angle OAC , & l'angle en O étant commun aux triangles AOC , a O c , les deux autres ACO , c a O seront égaux : donc AO sera à CO comme c O à a O : ainsi le cône oblique ACO sera coupé sub-contrairement par le plan vertical QR , & conséquemment la nouvelle section fera un cercle , comme on le démontre dans les sections coniques.

P R O B L Ê M E IX.

D'où vient l'image du soleil , reçue dans la chambre obscure par un trou quarré ou triangulaire , est-elle toujours un cercle ?

ARISTOTE se propoisoit autrefois ce problème , & le résolvoit fort mal ; car il disoit que cela venoit de ce que les rayons du soleil affectoient une certaine rondeur , qu'ils reprenoient dès qu'ils avoient surmonté la gêne que leur avoit opposée le trou différemment figuré. Cette raison n'a aucun fondement ni solidité.

Pour rendre raison de ce phénomène , il faut faire attention qu'un objet quelconque , lumineux ou éclairé , rayonnant par un très-petit trou dans la chambre obscure , y peint une image semblable à lui-même ; car tous les rayons partants de cet objet , & passants par un même point , forment au-delà une espece de pyramide semblable à la première , & opposée par le sommet , qui étant coupée par un plan parallele à celui de l'objet , doit donner la même figure , mais seulement renversée.

Cela

Cela entendu , on sent aisément que chaque point du trou triangulaire , par exemple , peint sur le carton ou sur le pavé son image solaire ronde , & d'autant plus grande que le carton sera plus éloigné du trou ; car il n'est aucun de ces points qui ne soit le sommet d'un cône dont le disque solaire est la base.

Qu'on décrive donc sur un papier une figure semblable & égale à celle du trou , triangulaire par exemple , si le trou est triangulaire ; que de tous les points de son contour , comme centre , on décrive des cercles égaux : quand ces cercles seront petits , vous n'aurez d'abord qu'une figure triangulaire , à angles émouffés circulairement : mais augmentez ces cercles de plus en plus , en sorte que leur rayon soit beaucoup plus grand qu'aucune des dimensions de la figure ; vous la verrez s'arrondir de plus en plus , & enfin dégénérer sensiblement en un cercle.

Or c'est là ce qui arrive dans la chambre obscure ; car , quand vous présentez le carton assez près du trou triangulaire , vous n'avez encore qu'une image mêlée du triangle & du cercle : mais quand vous vous éloignez beaucoup , alors chaque image circulaire du soleil devenant fort grande , eu égard au diamètre du trou , l'image est sensiblement ronde. Si le disque du soleil étoit quarré & le trou rond , l'image seroit , à une certaine distance & par la même raison , un quarré , ou en général de la même figure que le disque. Aussi l'image de la lune en croissant , est-elle toujours , à une distance suffisante , un croissant semblable , ainsi que le montre l'expérience.

PROBLÈME X.

Faire voir distinctement, sans l'interposition d'aucun verre, un objet trop proche de l'œil pour être aperçu distinctement.

PERCEZ une carte avec une aiguille ; & sans changer de place, ni l'œil, ni l'objet, regardez ce dernier par le trou de cette carte ; vous verrez cet objet très-distinctement, & même considérablement grossi.

La raison de cette apparence est que, lorsqu'on ne voit pas distinctement un objet à cause de sa trop grande proximité, c'est que les rayons partants de chacun de ses points, & tombants sur l'ouverture de la prunelle, ne sont pas réunis en un point, comme lorsque l'objet est à la distance convenable : l'image de chaque point est un petit cercle, & tous les petits cercles produits par les points divers de l'objet, empiétant les uns sur les autres, toute distinction est détruite. Mais lorsqu'on regarde l'objet à travers un très-petit trou, chaque pinceau de rayons qui part de chaque point de l'objet, n'a de diamètre que le diamètre du trou, & par conséquent l'image de ce point est considérablement resserrée dans une étendue qui surpasse à peine la grandeur qu'elle auroit si l'objet étoit à la distance nécessaire : on doit donc le voir distinctement.

PROBLÈME XI.

Pourquoi, en dirigeant ses yeux de manière à voir un objet fort éloigné, voit-on doubles les objets proches ; & au contraire ?

LA raison de cette apparence est celle-ci. Lorsque nous regardons un objet, nous prenons l'habi-

tude de diriger l'axe optique de nos yeux vers le point que nous considérons principalement : les images des objets étant d'ailleurs entièrement semblables , il résulte de-là que se peignant à l'entour de ce point principal de la rétine , auquel aboutit l'axe optique , les parties latérales , par exemple droites , d'un objet , se peignent dans chaque œil à gauche , & les parties gauches se peignent à droite de cet axe. De-là s'est établie une correspondance entre ces parties de l'œil , qui est telle que lorsqu'un objet se peint à-la-fois dans la partie gauche de chaque œil , & à un même éloignement de l'axe optique , nous le jugeons unique & à droite : mais si , par un mouvement forcé des yeux , nous faisons en sorte qu'un objet peigne dans un œil son image à droite de l'axe optique , & dans l'autre à gauche , nous le voyons double. Or c'est ce qui arrive lorsque , dirigeant sa vue sur un objet éloigné , nous donnons néanmoins attention à un objet voisin & situé entre les axes optiques : il est aisé de voir que les deux images qui se forment dans les deux yeux sont placées l'une à droite & l'autre à gauche de l'axe optique , sçavoir , dans l'œil droit à droite , & à gauche dans l'œil gauche : c'est le contraire si l'on dirige l'axe optique à un objet proche , & qu'on donne attention à un objet éloigné & direct. On doit donc , par un effet de l'habitude dont on a parlé ci-dessus , juger cet objet à droite par un œil , & à gauche par l'autre. Les deux yeux enfin sont alors en contradiction , & l'objet paroît double.

Cette explication , qui est d'ailleurs entièrement fondée sur la manière dont nous acquérons des idées par la vue , est encore confirmée par le fait suivant. Cheselden , fameux chirurgien Anglois ,

L ij

164 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

raconte qu'un coup ayant dérangé à un homme l'un de ses yeux , enforte qu'il ne pouvoit plus diriger l'axe optique de tous deux vers un même point , cet homme vit tout-à-coup double : mais cette incommodité ne fut pas perpétuelle ; peu à peu les objets les plus familiers lui parurent simples , & enfin sa vue se rétablit dans son état naturel.

Ce qui se passe ici à l'égard de la vue , on l'imite par le tact ; car lorsque deux parties du corps , qui ne se correspondent pas habituellement pour palper un objet unique , sont employées à toucher un même corps , nous le jugeons double. C'est une expérience vulgaire. On croise un des doigts sur l'autre , & l'on insere entre-deux quelque petit corps , un bouton , par exemple , enforte qu'il soit touché à la fois par le côté gauche de l'un & le droit de l'autre ; on jureroit alors palper un double bouton. L'explication de ce petit jeu tient aux mêmes principes.

PROBLÈME XII.

Faire qu'un objet vu distinctement , & sans l'interposition d'aucun corps opaque ou diaphane , paroisse renversé à l'œil nu.

Pl. 4, **FAITES-VOUS** une petite machine , telle qu'elle fig. 17. est représentée dans la fig. 17. Cette machine est composée de deux petites lames paralleles , AB , CD , réunies par une troisieme AC , d'un demi-pouce de largeur , & d'un pouce & demi de longueur. Cela peut être facilement fait avec une carte. Au milieu de la lame AB , percez un trou rond , E , d'une ligne & demie environ de diametre , au milieu duquel vous fixerez une tête d'é-

pingle ou une pointe d'aiguille, comme on voit dans la figure; vis-à-vis soit percé un trou de grosse épingle: lorsque vous appliquerez l'œil en E, en tournant le trou F du côté de la lumière, ou de la flamme d'une bougie, vous verrez la tête de cette épingle extrêmement grossie, & renversée comme on la voit en G.

La raison de cette inversion est que la tête de l'épingle étant excessivement proche de la prunelle, & les rayons qui partent du point F étant aussi fort divergents à cause de la proximité du trou F, au lieu d'une image distincte & renversée, il ne se peint au fond de l'œil qu'une espèce d'ombre dans sa situation droite. Or les images renversées donnent l'idée d'un objet droit; conséquemment cette espèce d'image étant droite, doit donner l'idée d'un objet renversé.

PROBLÈME XIII.

Faire qu'un objet, sans l'interposition d'aucun autre, disparaisse à l'œil nu tourné de son côté.

CETTE expérience est de M. Mariotte; & quoiqu'on n'ait pas adopté les conséquences qu'il en tiroit, elle n'en est pas moins singulière, & elle semble prouver un fait particulier dans l'économie animale.

Fixez à la hauteur de l'œil, sur un fond obscur, un petit rond de papier blanc pour servir de point fixe; & à deux pieds vers la droite, un peu plus bas, fixez-en un autre de trois pouces environ de diamètre; placez-vous ensuite en face du premier papier, & après avoir fermé l'œil gauche, retirez-vous en arrière, en fixant toujours ce premier objet: lorsque vous serez arrivé à une distance de

166 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

neuf à dix pieds , le second disparaîtra entièrement à votre vue.

On rend raison de cette expérience , en observant que lorsqu'on est parvenu à l'éloignement susdit, l'image du second papier tombe sur l'insertion du nerf optique dans l'œil , & qu'apparemment cet endroit de la rétine n'est pas propre à transmettre l'impression des objets ; car , tandis que dans le reste de la rétine les fibres nerveuses sont frappées directement sur le côté par les rayons venants des objets , ici elles le sont tout-à-fait obliquement , & comme en glissant sur leur longueur ; ce qui anéantit le choc de la particule de lumière.

PROBLÈME XIV.

Faire disparaître un objet aux deux yeux à-la-fois , quoiqu'il puisse être vu de chacun d'eux à part.

ATTACHEZ à une muraille brune un rond de papier blanc , d'un pouce ou deux de diamètre , & à la distance de deux pieds de chaque côté , & un peu plus bas , faites deux marques ; placez-vous ensuite directement en face du papier , & placez le bout de votre doigt vis-à-vis de vos deux yeux , de manière qu'ayant l'œil droit seul ouvert , il cache la marque gauche , & qu'ayant le seul gauche ouvert , il cache la marque droite ; regardez ensuite de vos deux yeux le bout de votre doigt : le papier , qui n'en est point du tout couvert , ni pour l'un ni pour l'autre de vos yeux , disparaîtra néanmoins.

Cette expérience reçoit la même explication que la précédente ; car , par ce moyen , on fait tomber l'image du papier sur l'insertion du nerf

optique de chaque œil : de-là vient la disparition de l'objet pour chacun.

PROBLÈME XV.

Jeu optique , qui prouve qu'avec un seul œil on ne juge pas bien de la distance d'un objet.

ON présente à quelqu'un , ou l'on place un anneau à quelque distance , & de manière que son plan soit tourné du côté de ses yeux ; on lui propose ensuite de l'enfiler avec un bâton recourbé , assez long pour l'atteindre , & en tenant un de ses yeux fermés. Il est rare qu'il en vienne à bout.

On donne facilement la raison de cette difficulté : elle réside en ce que nous sommes habitués à juger des distances des objets au moyen de nos deux yeux ; mais lorsque nous ne faisons usage que d'un , alors nous en jugeons fort imparfaitement.

Un homme borgne n'éprouveroit pas la même difficulté , parceque , accoutumé à ne faire usage que d'un œil , il a acquis l'habitude de juger assez exactement les distances.

PROBLÈME XVI.

Un aveugle de naissance ayant recouvré la vue , on lui présente un globe & un cube , qu'il a appris à discerner par le toucher. On demande si , sans le secours du tact & à la première vue , il pourra dire quel est le cube , quel est le globe.

C'EST là le fameux problème de M. Molineux , problème proposé à Locke , & qui a fort exercé les métaphysiciens.

L'un & l'autre ont pensé avec raison , & c'est

le sentiment général, que l'aveugle devenu clairvoyant, ne sçauroit reconnoître le cube d'avec le globe, du moins sans le secours du raisonnement. En effet, comme le dit M. Molineux, quoique cet aveugle ait appris par l'expérience de quelle manière le cube & le globe affectoient son tact, il ne sçait point encore comment ce qui affecte le tact affectera la vue, ni que l'angle saillant qui presse inégalement la main lorsqu'il palpe le cube, doive paroître à ses yeux tel qu'il paroît à son tact. Il n'y a donc aucun moyen pour lui de discerner le globe du cube.

Tout au plus pourroit-il faire le raisonnement suivant, en examinant avec attention & de côté & d'autre ces deux corps. De quelque côté que je palpe le globe, diroit-il, je le trouve absolument semblable à lui-même; toutes ses faces, relativement à mon tact, sont les mêmes; un de ces corps, entre lesquels je dois reconnoître le globe, présente, de quelque côté que je le regarde, la même figure, la même face: ce doit donc être le globe. Mais ce raisonnement, qui suppose d'ailleurs une sorte d'analogie entre les sens du tact & de la vue, n'est-il pas un peu trop sçavant pour un aveugle né? Ce seroit tout au plus ce que pourroit faire un Saunderson. Ce n'est pas au reste ici le lieu de traiter cette question; elle l'a été par Molineux, Locke, & par la plupart des métaphysiciens modernes.

Ce que l'on observa à la guérison de l'aveugle de Cheselden, a depuis confirmé la justesse de la solution de MM. Locke & Molineux. Le célèbre chirurgien Cheselden ayant rendu la vue à un aveugle de naissance, on observa avec grande attention les impressions qu'éprouva cet aveugle

dans les premiers temps de sa guérison. En voici le précis.

Lorsqu'il commença à jouir de la vue, il crut d'abord que tous les objets touchoient son œil, comme ceux qu'il connoissoit par le tact touchoient sa peau. Il ne connoissoit aucune figure, & il ne pouvoit distinguer un corps d'avec un autre. Il étoit dans l'idée que les corps doux & polis, qui affectoient agréablement son toucher, devoient aussi affecter agréablement ses yeux; & il fut fort surpris de ce que ces deux choses n'avoient aucune liaison. Enfin il s'écoula quelques mois avant qu'il pût rien reconnoître dans un tableau; il ne lui parut long-temps qu'une surface barbouillée de couleurs; aussi fut-il étrangement étonné, lorsqu'enfin il reconnut son pere dans un portrait en miniature: il ne pouvoit comprendre comme on avoit pu mettre un grand visage dans un si petit espace; & cela lui paroissoit aussi impossible, selon l'expression de l'auteur Anglois, que de faire entrer un tonneau de liqueur dans une pinte.

PROBLÈME XVII.

Construction d'une machine au moyen de laquelle on pourra décrire perspectivement tous les objets donnés, sans la moindre teinture de la science de la perspective.

L'ESPRIT de cette machine consiste à faire décrire à la pointe d'un crayon qui s'applique continuellement contre un papier, une ligne parallèle à celle d'un point qu'on promène sur les linéaments des objets, l'œil étant fixe, & regardant par une pinnule immobile.

Les règles SG, SG, sont deux règles perpendi-

Pl. 5,
fig. 18.

Pl. 5, culaires à une forte piece de bois, avec laquelle
 fg. 18. elles forment une espece d'empatement, qui sert à
 soutenir perpendiculairement une planche un peu
 forte T T T T, sur laquelle on attache ou colle
 par les quatre coins la feuille de papier où l'on
 veut tracer son tableau perspectif.

F E est une regle transversale, qui est perpendi-
 culaire aux deux pieces S G, S G, & qui porte à
 son extrémité une autre piece K D, qui peut tour-
 ner sur l'axe en K. A cette piece est implantée
 une barre de bois perpendiculaire, D C, portant
 la pinnule mobile B A, à laquelle on applique
 l'œil.

La piece N P est une piece de bois mobile, &
 portant à son extrémité le poinçon délié terminé
 par un petit bouton. Vers les deux extrémités de
 cette piece sont attachées deux poulies, sous les-
 quelles passent les deux fils ou petits cordons dé-
 liés M, M, qui de-là vont passer au dessus des
 poulies L, L, attachées aux deux coins du bâtis
 T T. Ces deux cordons, après avoir passé sur ces
 deux poulies, vont s'enrouler sur deux autres en
 R, R, qui les renvoient derriere le bâtis, où ils
 s'attachent à un poids Q qui coule dans une rai-
 nure, enforte que le poids Q, s'élevant ou s'abaif-
 sant, la piece mobile N P reste toujours dans une
 • situation parallele à elle-même. Elle doit être à
 peu de chose près en équilibre avec le poids,
 pour qu'en la soulevant ou l'abaissant un peu, elle
 cede facilement à tous ces mouvements. Cette
 piece enfin porte dans son milieu le style ou
 crayon I.

On sent présentement que si l'on applique l'œil
 au trou A, & qu'on amene avec la main la regle
 mobile N P, en la soulevant, l'abaissant, & la

menant de côté, enforte que le bout P parcourt les linéaments d'un objet éloigné, la pointe du crayon I décrira nécessairement une ligne parallèle & égale à celle que décrit le point P, & par conséquent elle tracera sur le papier O O, contre lequel elle appuie, l'image de l'objet dans toute l'exactitude perspective.

Cette machine est du chevalier Wren, mathématicien célèbre, & l'architecte qui a construit Saint-Paul de Londres. Mais si l'on vouloit, sans le secours de cette machine, mettre bien régulièrement en perspective un objet quelconque, nous allons en enseigner le moyen fort simple dans le problème suivant.

PROBLÈME XVIII.

Autre maniere de représenter un objet en perspective, sans aucune connoissance des principes de cet art.

CETTE maniere de représenter un objet perspectivelement, n'exige, non plus que la précédente, aucune connoissance des regles de la perspective; & l'espece de machine qu'on y emploie est incomparablement plus simple: mais elle suppose qu'on sçache bien dessiner, du moins assez pour rendre dans un petit espace ce qu'on apperçoit dans un autre semblable.

Pour la pratiquer, il faut former un cadre de la grandeur suffisante pour que, regardant d'un point déterminé l'objet à représenter, il soit contenu dans son étendue. Vous fixerez ensuite la place de l'œil au devant de ce cadre & à l'égard de son plan, comme vous le jugerez à propos. La position la plus convenable, à moins que vous n'ayiez dessein de faire un tableau un peu bizarre

par la position des objets , doit être sur une ligne perpendiculaire au milieu du plan du cadre , à une distance à peu près égale à sa largeur , & à une hauteur à peu près égale aux deux tiers de la hauteur du même cadre. Cette place doit être marquée par une pinnule , ou un trou d'une ou de deux lignes de diametre , percée au milieu d'un plan vertical , circulaire ou quarré , d'un pouce ou deux de largeur. Enfin vous diviserez le champ de ce cadre en quarrés d'un pouce ou de deux de côté , par des filets tendus entre les côtés , & se coupant perpendiculairement les uns les autres.

Préparez enfin un papier , sur lequel vous tracerez une figure semblable à celle du cadre , & que vous diviserez par des traits foibles , mais néanmoins sensibles , en un même nombre de carreaux que le champ du cadre : tout sera préparé pour votre tableau perspectif.

Vous n'avez en effet qu'à présenter l'œil à la pinnule dont nous avons parlé plus haut , & transporter dans chaque quarré du papier ci-dessus , la partie de l'objet qu'on apperçoit dans le carreau correspondant , vous aurez nécessairement cet objet mis en perspective avec toute l'exactitude possible ; car il est évident qu'il sera représenté tel qu'il paroît à l'œil , & que le tableau que l'on aura dessiné sera parfaitement semblable à celui qui resteroit sur le plan du cadre , si les rayons allant de chaque point de l'objet à l'œil ou à la pinnule , laissoient sur ce plan une trace. On aura donc cet objet , ou ce système d'objets , mis en perspective avec toute la vérité qu'on peut desirer.

R E M A R Q U E.

Ce même moyen peut servir à se démontrer

sensiblement, & sans la moindre connoissance de géométrie, la vérité de la plupart des regles de la perspective ; car si vous placez derriere le cadre une ligne droite perpendiculaire à son plan, vous verrez son image passer par le point de vue, ou celui du plan du cadre qui répond à la perpendiculaire abaissée de l'œil sur ce plan. Si vous placez cette ligne horizontalement, & que vous lui fassiez faire un angle de 45° avec le plan du tableau, vous verrez son image passer par l'un des points qu'on nomme les *points de distance*. Si vous mettez cette ligne dans une situation quelconque, vous verrez son image concourir dans l'un des points accidentaux. Or c'est dans ces trois regles que consiste presque toute la perspective.

PROBLÈME XIX.

De la grandeur apparente des astres à l'horizon.

C'EST un phénomène fort connu, que la lune & le soleil, lorsqu'ils sont voisins de l'horizon, paroissent beaucoup plus grands que lorsqu'ils sont à une hauteur moyenne ou près du zénith. Ce phénomène a beaucoup occupé les physiciens, & quelques-uns d'eux en ont donné de fort mauvaises explications.

En effet, ceux qui raisonnent superficiellement sur ce sujet, croient en avoir trouvé la cause, & une cause fort simple, dans la réfraction ; car, disent-ils, si l'on regarde obliquement un écu plongé dans un vase plein d'eau, on le voit sensiblement plus gros. Or tout le monde sçait que les rayons qui nous viennent des corps célestes, éprouvent une réfraction en entrant dans l'athmosphère de la terre. Le soleil & la lune sont donc

comme l'écu plongé dans l'eau ; & voilà le problème résolu.

Mais ceux qui font ce raisonnement ne font pas attention que si un écu plongé dans un milieu plus dense , paroît grossi à l'œil situé dans un milieu plus rare , ce doit être le contraire d'un écu plongé dans un milieu plus rare pour un œil plongé dans le plus dense. Un poisson verroit cet écu hors de l'eau , plus petit que s'il étoit dans l'eau. Or nous sommes dans la partie la plus dense de l'atmosphère , tandis que la lune & le soleil sont dans le milieu plus rare. Ainsi , loin de paroître plus gros , ils devraient paroître plus petits ; & c'est aussi ce que confirment les instruments qui servent à mesurer le diamètre apparent des astres : ils démontrent que le diamètre perpendiculaire de la lune & du soleil à l'horizon , sont rétrécis d'environ deux minutes ; ce qui leur donne la forme ovale assez apparente qu'ils ont le plus souvent.

Il faut donc rechercher la cause du phénomène dans une pure illusion optique ; & voici , à mon gré , ce qu'il y a de plus probable.

Lorsqu'un objet peint dans notre rétine une image d'une grandeur déterminée , cet objet nous paroît d'autant plus grand que nous le jugeons plus éloigné , & c'est en vertu d'un raisonnement tacite assez juste ; car un objet qui à la distance de cent toises est peint dans l'œil sous un diamètre d'une ligne , doit être bien plus grand que celui qui est peint sous un pareil diamètre , & qui n'est qu'à vingt toises. Or , quand la lune & le soleil sont à l'horizon , une multitude d'objets interposés nous donnent l'idée d'une grande distance , au lieu que lorsqu'ils sont près du zénith , nul objet n'étant

interposé, ils paroissent plus voisins. Ils doivent donc, dans la première situation, exciter un sentiment de grandeur tout autre que dans la seconde.

Nous ne devons cependant pas dissimuler quelques difficultés que présente cette explication ; les voici. 1^o Lorsqu'on regarde la lune horizontale avec un tube, ou en faisant avec ses doigts une espèce de tuyau un peu rétréci, on la voit extrêmement diminuée de grandeur, quoique les doigts ne cachent que fort imparfaitement les objets interposés. 2^o Souvent on voit lever la lune de derrière une colline très-voisine, & on la voit démesurément grosse.

Ces faits, qui paroissent renverser l'explication ci-dessus, (ce que pourtant je ne pense pas), ont engagé d'autres physiciens à en chercher une autre. Voici celle de M. Smith, opticien célèbre.

La voûte céleste ne nous présente pas l'apparence d'une demi-sphère, mais celle d'une surface beaucoup aplatie, & bien moins élevée vers le zénith qu'éloignée à l'horizon. Le soleil & la lune paroissent d'ailleurs sensiblement sous le même angle, soit à l'horizon, soit près du zénith. Or l'intersection d'un angle déterminé est, à une moindre distance du sommet, moindre qu'à une plus grande. Ainsi la projection du soleil & de la lune, ou leur image perspective sur la voûte céleste, est moindre à une grande distance de l'horizon que dans son voisinage. On doit donc les voir moindres loin de l'horizon que près de ce cercle.

Cette explication du phénomène est fort spécieuse. Mais ne peut-on pas demander encore pourquoi ces deux images, vues sous le même angle, paroissent néanmoins l'une plus grande que l'autre ? Ne sera-t-on pas encore obligé de recou-

176 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

rir ici à la première explication ? C'est ce que , pour abréger , je laisse à juger au lecteur.

Il suffit qu'il soit bien démontré que ce grossissement apparent n'est point produit par une plus grande image peinte dans la rétine. Elle est même pour la lune un peu moindre , puisque cet astre étant à l'horizon , est plus près de nous d'environ un demi-diamètre de la terre , ou d'un soixantième , que lorsqu'il est fort élevé sur l'horizon. Ce phénomène enfin n'est qu'une illusion optique , quelle qu'en soit la cause qui est assez obscure , mais que je crois toujours être principalement le jugement d'une grande distance , occasionné par les objets interposés.

PROBLÈME XX.

Sur le rétrécissement des allées parallèles.

C'EST un phénomène bien connu que celui dont nous parlons ici. Il n'est personne qui n'ait remarqué , étant à l'extrémité d'une allée d'arbres extrêmement longue , que ses côtés , loin de paroître parallèles comme ils le sont réellement , paroissent converger dans l'éloignement : il en est de même du plafond d'une longue galerie. Et effectivement , s'il falloit mettre ces objets en perspective , les côtés de cette allée ou de ce plafond devroient être représentés par des lignes convergentes ; car elles le sont réellement dans l'image ou le petit tableau qui se peint au fond de l'œil.

L'explication complete du phénomène exige toutefois d'autres considérations ; car , comme la grandeur apparente des objets ne se mesure point par la grandeur réelle des images peintes dans l'œil , mais qu'elle est toujours le résultat d'un jugement

gement que l'ame porte de la distance , combiné avec la grandeur de l'image présente dans l'œil , il s'en faut bien que les côtés d'une allée paroissent converger aussi rapidement que le font les lignes qui font leurs images dans le plan perspectif ou dans l'œil. M. Bouguer est le premier qui ait parfaitement démêlé ce qui se passe dans cette occasion ; le voici.

Tout comme , pour un œil placé à l'extrémité d'une longue galerie , le plafond paroît s'abaisser , de même , pour un œil placé à l'extrémité d'une longue allée de niveau & de côtés parallèles , le plan de cette allée , au lieu de paroître horizontal , semble s'élever. C'est-là la raison pour laquelle , étant au bord de la mer , nous la voyons comme un plan incliné qui menace la terre d'une inondation. Quelques personnes , plus dévotes qu'éclairées en physique , ont été jusqu'à regarder cette inclinaison comme réelle , & la suspension apparente des eaux de la mer comme un miracle subsistant & continu. Ainsi , placé au milieu d'une vaste plaine , on la voit s'élever autour de soi , comme si l'on étoit au fond d'un entonnoir extrêmement évasé. M. Bouguer enseigne un moyen fort ingénieux de déterminer cette inclinaison apparente ; il nous suffira de dire que , pour le plus grand nombre des hommes , elle est de 2 à 3 degrés.

Imaginons donc deux lignes horizontales & parallèles , & un plan incliné de 2 à 3 degrés passant par nos pieds ; il est évident que ces deux lignes horizontales paroîtront à notre œil comme si elles se projettoient sur ce plan incliné. Or leurs projections sur ce plan seroient des lignes concourantes en un point , sçavoir , celui où l'horizontale

178 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

menée de l'œil le rencontreroit : on doit donc voir ces lignes comme convergentes.

Il suit de-là que si, par quelque illusion particulière de la vue, le plan où sont situées ces lignes parallèles, au lieu de paroître au dessus, paroït incliné en dessous, l'allée paroîtroit divergente. C'est ce que M. Smith, dans son *Traité d'Optique*, dit arriver à l'avenue du château de M. North, dans le comté de Norfolk. Mais il seroit à souhaiter que M. Smith eût décrit avec plus de détail la position des lieux.

Quoi qu'il en soit, nous allons, d'après ces données, résoudre un problème assez curieux, & assez célèbre parmi les opticiens.

PROBLÈME XXI.

Comment faudroit-il s'y prendre pour tracer une allée qui, vue de l'une de ses extrémités, parût avoir ses côtés parfaitement parallèles ?

IMAGINEZ un plan incliné de 2 degrés & demi, & que sur ce plan soient tracées deux lignes parallèles. Que de l'œil soient menés deux plans par ces deux lignes, lesquelles étant prolongées, couperoient le plan horizontal en deux autres lignes : ces deux lignes feront divergentes, & concourroient ; étant prolongées en arriere, derriere le spectateur.

Il n'est donc question que de trouver ce point de concours. Or cela est facile : avec un peu de géométrie, on doit voir que c'est celui où une ligne menée par l'œil parallèlement au plan incliné ci-dessus, & dans la direction du milieu de l'allée, iroit rencontrer le plan horizontal. Soit donc menée par l'œil du spectateur, & dans le

plan vertical passant par le milieu de l'allée, une ligne inclinée à l'horizon de 2 à 3 degrés; le point où elle rencontrera le plan horizontal, sera celui où les deux côtés de l'allée doivent concourir. Ainsi, menant de ce point par les deux extrémités de la largeur initiale de l'allée, deux lignes droites, ce sera la trace dans laquelle doivent être plantés tous les arbres pour paroître former des côtés parallèles.

En supposant la hauteur de l'œil égale à 5 pieds, & le commencement de l'allée large de 6 toises ou 36 pieds, on trouve par le calcul, que le point de concours ci-dessus seroit à 102 pieds en arrière, & que l'angle formé par les côtés de l'allée devroit être d'environ 18 degrés.

J'ai cependant peine à croire que des lignes faisant un angle si sensible, puissent jamais paroître parallèles à un œil sis au dedans, en quelque endroit qu'on le plaçât.

PROBLÈME XXII.

Faire un tableau qui, suivant les côtés d'où on le considérera, présentera deux peintures différentes.

PRÉPAREZ un nombre suffisant de petits prismes équilatéraux, de quelques lignes seulement de largeur, & d'une longueur égale à la hauteur du tableau que vous voulez faire.

Placez ensuite tous ces prismes les uns à côté des autres, sur le fond que devoit occuper votre tableau.

Coupez ce tableau en bandes égales en largeur à chacune des faces des prismes ci-dessus, & collez-les par ordre sur les faces d'un même côté.

Prenez enfin un autre tableau tout différent du

M ij

premier, & l'ayant pareillement divisé en bandes, collez-les sur les faces du côté opposé.

Il est évident que quand on sera d'un côté, on ne pourra voir que les faces de ce prisme tournées de ce côté : on verra donc l'une des peintures ; & en considérant le tableau du côté opposé, on perdra de vue la première, & l'on n'apercevra que la seconde.

On peut même faire un tableau qui, vu de face & des deux côtés, présentera trois sujets différents. Il faut, pour cela, couper en bandes le tableau du fond, & les coller sur ce fond, de manière qu'il reste entr'elles l'espace d'un carton extrêmement fin. Sur ces intervalles vous élevez perpendiculairement au fond, des bandes de ce carton, à peu près égales en hauteur à leur intervalle, & sur les faces droites de ces cartons vous collerez les parties d'un second tableau découpé en bandes. Enfin sur les faces gauches vous collerez les parties d'un troisième tableau découpé de la même manière. Il est évident que quand vous verrez le tableau en face & d'un certain éloignement, vous ne verrez que le fond ; mais éloignez-vous de côté, & de manière que la hauteur des bandes de carton vous cache le fond, vous verrez uniquement le tableau collé en parties détachées sur les faces tournées de ce côté ; enfin, en passant de l'autre côté, vous verrez un troisième tableau.

P R O B L Ê M E XXIII.

Décrire sur un plan une figure difforme, qui paroisse dans ses proportions étant vue d'un point déterminé.

ON peut déguiser, c'est-à-dire rendre difforme une figure, par exemple, une tête, en sorte qu'elle

n'aura aucune proportion étant regardée de front sur le plan où on l'aura tracée; mais étant vue d'un certain point, elle paroîtra belle, c'est-à-dire dans ses justes proportions. Cela se pratiquera de la sorte.

Ayant dessiné sur du papier avec ses justes mesures la figure que vous voulez déguiser, décrivez Pl. 5.
un carré autour de cette figure, comme ABCD, fig. 19.
& réduisez-le en plusieurs autres petits carrés, divisant les côtés en plusieurs parties égales, par exemple en sept, & tirant des lignes droites en long & en travers par les points opposés des divisions, comme font les peintres quand ils veulent contre-tirer un tableau & le réduire au petit pied, c'est-à-dire de grand en petit.

Cette préparation étant faite, décrivez à discrétion sur le plan proposé le carré long EFG, & divisez l'un des deux plus petits côtés EG, BF, comme EG, en autant de parties égales qu'en contient DC, l'un des côtés du carré ABCD, comme ici en sept. Divisez l'autre côté BF en deux également au point H, duquel vous tirerez par les points de division du côté opposé EG, autant de lignes droites, dont les deux dernières seront EH, GH.

Après cela, ayant pris à discrétion sur le côté BF le point I, au dessus du point H, pour la hauteur de l'œil au dessus du plan du tableau, tirez de ce point I au point E, la ligne droite EI, qui coupe ici celles qui partent du point H, aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Par ces points d'intersection vous tirerez des lignes droites parallèles entr'elles, & à la base EG du triangle EGH, qui se trouvera ainsi divisé en autant de trapezes qu'il y a de carrés dans le carré ABCD. C'est pourquoi, si l'on

rapporte dans ce triangle EGH, la figure qui est dans le quarré ABCD, en faisant passer chaque trait par les mêmes trapezes ou quarrés perspectifs, qui sont représentés par les quarrés naturels du grand ABCD, la figure difforme se trouvera décrite. On la verra conforme à son prototype, c'est-à-dire comme dans le quarré ABCD, en la regardant par un trou qui doit être petit du côté de l'œil, & bien évasé du côté de la figure, comme K, que je suppose perpendiculairement élevé sur le point H, en sorte que sa hauteur LK soit égale à la hauteur HI, qui ne doit pas être bien grande, afin que la figure soit plus difforme dans le tableau.

Il y a aux Minimes de la Place Royale une déformation semblable d'une Magdeleine en prières, qui a quelque célébrité. Elle est l'ouvrage du pere Nicéron, religieux de cet ordre, qui s'est extrêmement exercé sur ce genre d'amusement optique.

On peut encore faire plusieurs autres déformations semblables, peindre, par exemple, sur une surface courbe, cylindrique, conique, sphérique, une figure qui, vue d'un point déterminé, paroisse régulière; mais, outre que cela ne réussit pas dans la pratique tout-à-fait aussi bien que dans la théorie, nous ne croyons pas devoir imiter M. Ozanam, en nous appesantissant sur ce sujet, tandis qu'il y en a tant d'autres beaucoup plus curieux. Ceux qui estiment plus que de raison ces gentillesse optiques, peuvent consulter la *Perspective curieuse* du pere Nicéron, où ils trouveront sur cela les plus grands détails.

PROBLÈME XXIV.

Etant donné un quadrilatere quelconque , trouver les divers parallélogrammes ou rectangles dont il peut être la représentation perspective ; ou bien, Etant donné un parallélogramme quelconque , rectangle ou non , trouver sa position & celle de l'œil , qui feront que sa représentation perspective sera un quadrilatere donné.

S O I T le quadrilatere trapézoïde donné ABCD , Pl 6, que nous supposerons le plus irrégulier qu'il se puisse , & n'ayant aucuns côtés paralleles. Pro-
longez les côtés AB , CD , jusqu'à leur concours en F , & les côtés AD , BC , jusqu'à leur rencontre en E ; tirez EF , & par le point A sa parallele GH. fig. 20.

Je dis premièrement que , quelle que soit la position de l'œil , pourvu que ce qu'on appelle le point de vue soit dans la ligne EF , & non seulement dans la ligne EF , mais dans sa prolongation de part ou d'autre , l'objet dont le quadrilatere ABCD est la représentation perspective , sera un parallélogramme.

Car tous ceux qui connoissent les regles de la perspective , sçavent que les lignes paralleles entre elles sur le plan horizontal , ont des apparences qui concourent dans un même point de la parallele à l'horizon tirée par le point de vue. Ainsi toutes les lignes perpendiculaires à la ligne de terre , ont des apparences qui concourent dans le point de vue même ; toutes celles qui font avec cette ligne des angles de 45 degrés , ont leurs images concourantes dans ce qu'on appelle les points de distance ; celles enfin qui font des angles plus

M iv

grands ou moindres, ont des images qui concourent dans d'autres points, qu'on détermine toujours en tirant de l'œil jusqu'au tableau une ligne parallèle à celles dont on cherche la représentation perspective : donc toutes les lignes qui dans le tableau concourent dans des points situés dans la ligne du point de vue, sont des images de lignes horizontales & parallèles. Ainsi les lignes sur le plan horizontal, qui ont pour représentation dans le tableau les lignes BC , AD , sont parallèles : il en est de même de celles qui donnent les images linéaires AB , DC . Or deux paires de lignes parallèles forment nécessairement par leurs intersections un parallélogramme : donc l'objet dont le quadrilatère $ABCD$ est l'image pour un œil situé à la hauteur de la ligne FE , dans quelque endroit que soit le point de vue, est un parallélogramme.

Cela démontré, nous supposons d'abord qu'on veuille avoir pour objet un rectangle. Pour trouver dans ce cas la place de l'œil, divisez la distance FE en deux également en I , & supposez l'œil situé en sorte que la perpendiculaire tirée de sa place au tableau tombe sur le point I , & que la distance soit égale à IE ou IF : les points F , I , seront donc ce qu'on nomme, dans le langage de la perspective, les points de distances. Prolongez les lignes CB , CD , jusqu'à la ligne de terre en G & H ; les lignes HCF , ABF , seront les images de lignes faisant avec la ligne de terre des angles de 45 degrés. Il en sera de même de celles dont GCE , ADE , sont les images. Donc, tirant d'un côté Hdc , Ab , indéfinies, & inclinées à la ligne de terre d'un angle de 45 degrés, & de l'autre côté & dans un sens contraire les lignes Gbc & Ad , inclinées aussi d'un angle demi-droit ; ces

lignes se rencontreront nécessairement à angle droit, & formeront le rectangle $Abcd$.

Si l'on supposoit le point de vue dans un autre point, par exemple au point E , c'est-à-dire que l'œil fût directement au devant du point E , & à un éloignement égal à EK , il faudroit, après avoir tiré les perpendiculaires EL , FM , à la ligne de terre dans le plan du tableau, mener à la même ligne de terre dans le plan horizontal, la perpendiculaire LN égale à EK , puis la ligne NM , faisant avec la ligne de terre l'angle LMN . Menez ensuite aux points G & A les perpendiculaires indéfinies AD , GK , & par les points A & H les lignes indéfinies HK AB , faisant avec la ligne de terre des angles égaux à LMN & en sens contraires; ces deux paires de lignes se rencontreront en BKD , & donneront évidemment un parallélogramme oblique qui seroit l'objet dont $BCDA$ est la représentation pour un œil situé vis-à-vis E , & à une distance du tableau égale à EK .

Si les côtés Ab , cd , dans le rectangle $Abcd$, étoient divisés en parties égales par des parallèles aux autres côtés, il est clair que prolongeant ces parallèles, elles couperoient en autant de parties égales la ligne AG . Il en est de même des parallèles à Ab , cd , qui couperoient en portions égales les côtés Ad , bc ; la ligne AH en seroit divisée aussi en parties égales. Ceci donne le moyen de diviser, si l'on veut, le trapeze $ABCD$ en carreaux, qui seroient la représentation de ceux dans lesquels $Abcd$ seroit divisé.

Nous donnerons dans la suite la solution d'un problème assez curieux, & relatif à la décoration des jardins, qui est une suite de celui que nous venons de résoudre.

Des Miroirs plans (a).

On appelle *miroirs plans*, ceux dont la surface réfléchissante est plane; tels sont les miroirs ordinaires de glasse (b) dont on décore les appartements. On pourroit aussi faire des miroirs plans de métal; tels étoient ceux des anciens: mais, depuis l'invention des glasses, on n'en fait plus guere, sinon en petit, pour quelques instruments d'optique, où il est nécessaire de prévenir la double réflexion qui se fait sur ceux de glasse, l'une sur la surface antérieure, l'autre sur la postérieure. C'est cette dernière qui donne l'image la plus vive; car ôtez l'étamage d'une glasse, vous verrez aussi-tôt cette image vive presque disparaître, & celle qu'on aura à sa place égalera à peine celle que donne la première surface.

On suppose, au reste, ordinairement dans la catoptrique, les deux surfaces d'un miroir si peu éloignées l'une de l'autre, qu'elles n'en font qu'une; sans quoi il y auroit beaucoup de modifications à faire à ses déterminations.

PROBLÈME XXV.

Un point de l'objet B & le lieu de l'œil A étant donnés, trouver le point de réflexion sur la surface d'un miroir plan.

Pl. 6, **P**AR le point B donné de l'objet, & A le lieu de fig. 21. l'œil, soit conçu un plan perpendiculaire au miroir,

(a) M. Ozanam les appelle *plats*, mais cette expression me paroît plate.

(b) On nous permettra, malgré l'usage, d'écrire ainsi ce mot; car il vient du mot anglois ou saxon *glass*, qui signifie verre.

& le coupant dans la ligne CD ; du point B soit menée à CD la perpendiculaire BD, que vous prolongerez jusqu'en F, de sorte que DF, DB, soient égales ; par les points F & A, tirez la ligne AF qui coupera CD en E : ce point E sera le point de réflexion, le rayon incident sera BE, le rayon réfléchi EA ; & les angles d'incidence BED, & de réflexion AEC, seront égaux.

Car il est évident, par cette construction, que les angles BED, DEF, sont égaux. Or les angles DEF, AEC le sont aussi, comme étant opposés au sommet : donc, &c.

PROBLÈME XXVI.

Même supposition faite que ci-dessus, trouver le lieu de l'image du point B.

LE lieu de l'image du point B n'est autre chose que le point F ; mais nous n'en donnerons pas pour raison celle qui est vulgairement alléguée dans les livres de catoptrique, sçavoir que, dans toute espece de miroirs, le lieu de l'image est dans la prolongation du rayon de réflexion, jusqu'à la perpendiculaire tirée du point de l'objet sur la surface réfléchissante ; car quelle énergie peut avoir cette perpendiculaire, qui n'est qu'un être imaginaire, pour fixer ainsi cette image dans son concours avec le rayon réfléchi prolongé, plutôt qu'en tout autre point ? Ce principe est donc ridicule, & dénué de fondement.

Il est cependant vrai que, dans les miroirs plans, le lieu où l'on apperçoit l'objet est dans le concours de cette perpendiculaire avec le rayon réfléchi prolongé ; mais c'est accidentellement, & en voici la raison,

188 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Tous les rayons émanés du point de l'objet B ; & réfléchis par le miroir , concourent étant prolongés au point F ; donc leur arrangement à l'égard de l'œil est le même que s'ils venoient du point F. Ils doivent donc faire sur les yeux la même sensation que si l'objet étoit en F ; car l'œil n'en seroit pas autrement affecté , s'ils venoient réellement de ce point.

D'où il est aisé de conclure que , dans un miroir plan , l'objet paroît aussi enfoncé qu'il est éloigné du miroir.

Il s'ensuit aussi que la distance AF de l'image F à l'œil , est égale à la somme des rayons d'incidence BE & de réflexion AE , puisque BE & EF sont égales.

Il s'ensuit encore que , quand le miroir plan est parallèle à l'horizon comme CD , une grandeur perpendiculaire comme BD doit paroître renversée.

Enfin que , quand on se regarde dans un miroir plan , la gauche paroît à droite , & la droite à gauche de l'image.

PROBLÈME XXVII.

Etant donnés plusieurs miroirs plans , & les places de l'œil & de l'objet , trouver le chemin du rayon venant de l'objet à l'œil , après deux , trois , quatre réflexions.

Pl. 6, **S**OIENT les miroirs AB , CD ; que OFE soit
fig. 22. la perpendiculaire tirée de l'objet O sur le miroir AB , & prolongée au dessous , en sorte que FE soit égale à OF ; que SHI soit pareillement la perpendiculaire tirée de l'œil sur le miroir CD , & prolongée en sorte que HI soit égale à HS ; joignez

les points I, E, par la ligne EI, qui coupera les miroirs en G & K; tirez les lignes OG, GK, KS: ce fera le chemin du rayon allant du point O à l'œil par deux réflexions.

Ou bien, la première partie de la construction subsistant, du point E abaissez sur le miroir CD la perpendiculaire ELM prolongée au dessous, de sorte que LM soit égale à LE; tirez la ligne SM, qui coupera CD en K, & du point K la ligne KE, qui coupera AB en G, enfin KO: les lignes OG, GK, KS, seront encore le chemin du rayon partant du point O, & allant à l'œil après deux réflexions.

Dans ce cas, le point M fera l'image du point O, & la distance SM fera égale à la somme des rayons SK, KG, GO.

Supposons à présent trois miroirs & trois réflexions; on trouvera de même le chemin que doit tenir un rayon incident pour parvenir à l'œil après ces trois réflexions. Soit, pour cela, OI la perpendiculaire de l'objet sur le miroir AB, & HI égale à HO. Du point I soit IK perpendiculaire sur CB prolongée s'il le faut, & que KM soit égale à MI; enfin du point K soit abaissée sur DC prolongée la perpendiculaire KN, qui soit prolongée en L, en sorte que LN soit égale à KN: tirez SL, qui coupera CD en G; puis du point G la ligne GK, qui coupera CB en F; ensuite de F la ligne FI, qui coupe AB en E; enfin soit tirée EO: cette ligne EO est celle suivant laquelle le rayon incident doit tomber sur le premier miroir, pour arriver à l'œil S après trois réflexions en E, F, G. Pl. 7, fig. 23.

Et dans ce cas, le point L fera le lieu de l'image de l'objet pour l'œil placé en S; & la distance SL fera égale à SG, GF, FE, EO prises ensemble.

On montre d'ordinaire l'application de ce problème au jeu de billard. Mais comme nous avons déjà traité ce sujet dans la mécanique, nous y renvoyons.

PROBLÈME XXVIII.

Propriétés diverses des Miroirs plans.

I. DANS les miroirs plans, l'image de l'objet est toujours égale & semblable à l'objet; car il est aisé de démontrer que chaque point de l'objet paroissant autant enfoncé dans le miroir qu'il en est éloigné, chaque point de l'image est semblablement placé, & à égale distance à l'égard de tous les autres, que dans l'objet; d'où doit nécessairement suivre l'égalité & la similitude de l'objet & de l'image.

II. Dans un miroir plan, ce qui est à droite paroît à gauche de l'image, & *vicissim*. C'est ce qui est aisé à éprouver. Ainsi, lorsqu'à un miroir on présente une écriture ordinaire, c'est-à-dire de gauche à droite, on ne sçauroit la lire, car ce mot **AIMANT**, par exemple, se présente sous cette forme, **TNAMIA**; mais, au contraire, si l'on présente ce dernier mot au miroir, on verra **AIMANT**. On a par-là un moyen de faire une sorte d'écriture secrete; car, si l'on écrit de droite à gauche, on ne pourra lire cette écriture; mais celui qui en sera prévenu, en la présentant à un miroir, la verra comme une écriture ordinaire. Il ne faut pas au reste employer ce moyen pour cacher de grands secrets, car il est peu de personnes qui ne le connoisse.

III. Lorsque, dans un miroir plan, vous pouvez vous voir tout entier, à quelque distance que vous vous en éloigniez, vous vous verrez toujours tout

entier; & la hauteur du miroir, occupée par votre image, fera toujours la moitié de votre hauteur.

IV. Si vous recevez un rayon du soleil sur un miroir plan, & que vous donniez à ce miroir un mouvement angulaire, vous verrez le rayon se mouvoir d'un mouvement angulaire double; en sorte que quand le miroir aura parcouru 90° , le rayon en aura parcouru 180 .

V. Si vous inclinez à une surface horizontale un miroir plan à angle de 45° , son image sera verticale.

VI. Si deux miroirs plans sont disposés parallèlement, & qu'on place entre deux un objet, par exemple une bougie allumée, on verra dans l'un & l'autre une longue suite de bougies, qui s'étendrait à l'infini si chaque image ne s'affoiblissoit pas à mesure que les réflexions qui la produisent sont plus multipliées.

VII. Lorsque deux miroirs sont disposés de manière qu'ils forment un angle au moins de 120° , on verra plusieurs images, suivant la position de l'œil. Si l'on diminue l'angle des miroirs sans que l'œil change de place, on verra ces images se multiplier comme si elles sortoient de derrière un corps opaque.

Il faut remarquer que toutes ces images sont dans la circonférence d'un cercle tracé du point de concours des miroirs par le lieu de l'objet.

Le pere Zacharie Traber, Jésuite, dans son *Nervus opticus*, & le pere Tacquet dans son *Optique*, ont beaucoup examiné tous les cas résultants des différents angles de ces miroirs, ainsi que des différentes positions de l'œil & de l'objet. Nous croyons devoir y renvoyer.

VIII. Lorsqu'on considère obliquement un objet lumineux, comme la flamme d'une bougie, dans un miroir plan de verre, ayant quelque épaisseur, on aperçoit plusieurs images de cet objet : la première ou la plus voisine de la surface de la glace, est moins brillante que la seconde ; celle-ci est la plus brillante de toutes ; après elle on en aperçoit une suite de moins en moins éclatantes, quelquefois jusqu'à cinq ou six.

La première de ces images est produite par la surface antérieure de la glace, & la seconde par la surface postérieure, qui étant enduite de la feuille d'étain, & devenue opaque par-là, doit donner une réflexion plus vive : aussi est-elle la plus brillante de toutes. Les autres sont produites par des rayons de l'objet, qui, après plusieurs réflexions contre les surfaces tant antérieure que postérieure du miroir, parviennent à l'œil. Nous allons développer ceci.

Pl. 7, Soit VX l'épaisseur de la glace en question ;
 fig. 24. que A soit l'objet, & O le lieu de l'œil, que nous supposons également éloignés du miroir. Parmi tous les petits faisceaux des rayons incidents, il y en a un AB , qui étant réfléchi par la surface antérieure en B , atteint l'œil par la ligne BO . Il forme en A' la première image de l'objet.

Un autre, comme AC , pénètre la glace en se rompant suivant CD ; il se réfléchit en DE & dans sa totalité, à cause de l'opacité de la surface postérieure du miroir ; & au point E se rompant de nouveau, il parvient en O , & forme en A'' l'image la plus vive du point A .

Un autre petit faisceau AF pénètre aussi dans la glace, se rompt en FG , se réfléchit en GB , d'où une partie fort, mais ne sauroit parvenir à l'œil ;

l'œil ; l'autre partie se réfléchit suivant BH, puis suivant HI, d'où une petite partie se réfléchit encore ; mais le surplus sort de la glace, & se rompt suivant la ligne IO, par laquelle il arrive à l'œil : il donne conséquemment la troisième image en A''' plus foible que les deux autres.

La quatrième image est formée par un faisceau de rayons incident, qui éprouve deux réfractions comme les autres, & cinq réflexions, sçavoir, trois contre la surface postérieure de la glace, & deux contre l'antérieure. Il faut, pour la cinquième, deux réfractions & sept réflexions, sçavoir, trois contre la surface antérieure, & quatre contre la postérieure ; & ainsi de suite. Il est aisé de sentir par-là combien ces images doivent diminuer de vivacité : aussi est-il bien rare d'en voir plus de quatre ou cinq.

PROBLÈME XXIX.

Disposer plusieurs miroirs de manière qu'on puisse se voir dans chacun en même temps.

IL est aisé de sentir qu'il n'y a qu'à disposer ces miroirs sur la circonférence d'un cercle, de manière qu'ils conviennent avec les cordes de ce cercle : alors, en se plaçant au centre, on se verra dans tous les miroirs à-la-fois.

REMARQUE.

SI ces miroirs sont disposés suivant les côtés d'un polygone régulier & de côtés en nombre pair, (l'exagone ou l'octogone paroissent le plus convenables) ; si d'ailleurs tous ces miroirs sont bien verticaux & bien plans, vous aurez un cabinet qui vous paroîtra d'une étendue immense,

194 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

dans lequel, quelque part que vous vous placiez ; vous vous verrez répété un nombre prodigieux de fois.

Ce cabinet étant éclairé intérieurement par un lustre placé dans son centre, vous jouirez d'un spectacle extrêmement agréable, en voyant ces longues files de lumière qui se présenteront à vous de quelque côté que vous jetiez la vue.

PROBLÈME XXX.

Mesurer une hauteur verticale, & dont le pied est même inaccessible, au moyen de la réflexion.

Pl. 7, **O**N suppose que la hauteur verticale AB est fig. 25. telle d'une tour, d'un clocher, &c. dont on cherche la mesure. Pour cet effet, placez en C un miroir bien horizontalement, ou, parceque cela est assez difficile, & que la moindre aberration causeroit une grande erreur sur la hauteur à mesurer, placez en C un vase contenant de l'eau, & réfléchissant la lumière comme un miroir. L'œil qui reçoit le rayon de réflexion étant en O , mesurez avec soin la hauteur OD sur le plan horizontal du miroir placé en C , mesurez aussi DC , ainsi que CB si cette dernière est accessible ; faites enfin comme CD est à DO , ainsi CB est à BA : ce sera la hauteur cherchée.

Mais supposons à présent que le pied de la tour ne soit pas accessible ; comment s'y prendra-t-on pour mesurer la hauteur AB ? Le voici.

Après avoir exécuté l'opération précédente, à l'exception de la mesure de CB , qui par la supposition est impossible, prenez une autre station, comme c , où vous placerez un miroir ; puis vous plaçant en d , d'où votre œil appercevra le

point A par le rayon réfléchi co , mesurez encore cd & do ; après quoi, vous ferez cette proportion: comme la différence de CD & cd est à CD , ainsi la distance Cc des deux points de réflexion est à une quatrième proportionnelle, qui sera la distance BC , qui nous étoit inconnue.

Cette quantité BC connue, il n'y a plus qu'à faire la règle de proportion indiquée ci-dessus, & l'on aura la hauteur AB .

Nous ne donnons assurément pas cette opération comme susceptible d'une grande exactitude dans la pratique. Les moyens purement géométriques, en y employant de bons instruments, seront toujours préférables. Mais nous avons cru qu'on trouveroit ici à redire l'omission de cette spéculation géométrico-catoptrique, quoique peut-être elle n'ait jamais été mise en pratique.

PROBLÈME XXXI.

Mesurer une hauteur verticale, inaccessible même par le pied, au moyen de son ombre.

ELEVEZ perpendiculairement sur un plan bien horizontal, un bâton dont vous mesurerez avec soin la hauteur au dessus de ce plan; nous la supposerons de 6 pieds exactement.

Prenez ensuite, lorsque le soleil commence à Pl. 8,
baïsser après midi, sur le terrain qui vous est ac- fig. 26.
cessible, un point d'ombre C du sommet de la tour à mesurer, & en même temps un point d'ombre c du sommet du bâton implanté perpendiculairement sur le même plan; attendez une couple d'heures, plus ou moins, & prenez avec promptitude les deux points d'ombre D & d , du sommet de la tour & du sommet du bâton; vous

N ij

196 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

tirez ensuite une ligne droite, qui joindra les deux points d'ombre du sommet de la tour, & vous la mesurerez; vous mesurerez de même la ligne qui joint les deux points d'ombre c & d , appartenants au bâton. Il ne restera plus qu'à faire une règle de proportion, sçavoir: comme la longueur de la ligne qui joint les deux points d'ombre du bâton, à la hauteur de ce bâton, ainsi la longueur de la ligne qui joint les deux points d'ombre de la tour, à la hauteur de cette tour.

Il ne faut qu'avoir la connoissance des premiers éléments de la géométrie, pour reconnoître à la première inspection de la *fig. 26*, que les pyramides $BADC$ & $badc$ sont semblables, & conséquemment que cd est à ab comme CD à AB qui est la hauteur cherchée.

PROBLÈME XXXII.

De quelques tours ou especes de subtilités qu'on peut exécuter avec des miroirs plans.

ON peut, avec différentes combinaisons de miroirs plans, exécuter divers tours curieux, & qui pourroient embarrasser & surprendre des gens n'ayant aucune idée de la catoptrique. Nous allons en faire connoître quelques-uns.

1. *Tirer par dessus l'épaule un coup de pistolet aussi sûrement que si l'on couchoit en joue.*

PL 8, Pour exécuter cette espece de tour, placez de-
fig. 27. vant vous un miroir plan, dans lequel vous aperceviez l'objet que vous devez frapper; ensuite mettez le canon du fusil ou du pistolet sur l'épaule, & dirigez-le, en regardant dans le miroir,

comme si l'image étoit l'arme elle-même, c'est-à-dire de sorte que l'image de l'objet à frapper soit cachée à l'œil par le canon, ou dans l'alignement de la mire : il est évident que si vous lâchez alors le coup, le but doit être frappé.

2. *Faire une boîte dans laquelle on verra des corps pesants, comme une balle de plomb, monter contre leur inclination naturelle.*

Soit une boîte quadrangulaire ABCD, qui est Pl. 8. représentée par la fig. 28, où l'on suppose un des fig. 28. côtés enlevé pour faire voir l'intérieur. Le plan HGDC est un plan légèrement incliné, sur la surface duquel est tracée une rainure demi-circulaire & en zigzag, le long de laquelle une balle de plomb puisse rouler & descendre. HGFI est un miroir incliné. M enfin est une ouverture à la face opposée, qui doit être tellement arrangée, qu'en y mettant l'œil on ne puisse point voir le plan incliné HD, mais seulement le miroir. On sent aisément que l'image de ce plan, sçavoir HLKG, sera en apparence un plan presque vertical, & qu'un corps qui roulera de G en zigzag jusqu'en C, paroîtra au contraire monter en zigzag de G en L ; c'est pourquoi, si le miroir est bien net, en sorte qu'on ne puisse point le voir lui-même, ce à quoi pourra contribuer le jour foible qu'on laissera pour éclairer la boîte intérieurement, l'illusion sera assez grande, & ce ne sera pas sans quelque raisonnement qu'on la démêlera, si l'on n'est pas déjà au fait de l'artifice.

3. *Construction d'une boîte où l'on voit des objets tout différents de ceux qu'on auroit vus par une*

N iij

198 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

autre ouverture, quoique les uns & les autres paroissent occuper toute la boîte.

Il faut faire faire une boîte quarrée ; car c'est celle qui , à cause des angles droits , est la plus propre à ce jeu optique. Vous la diviserez en quatre par quatre cloisons perpendiculaires au fond , qui se croiseront au centre , & contre lesquelles vous appliquerez des miroirs plans. Vous percerez ensuite chaque face de la boîte d'un trou propre à regarder au dedans , & qui soit tellement ménagé , que l'on ne puisse voir que les miroirs appliqués contre les cloisons ; & non la base. Dans chaque petit triangle rectangle enfin , qui est formé par deux cloisons , vous disposerez un objet qui se répétant dans les glaces latérales , puisse former un dessin régulier , comme un dessin de parterre , un plan de fortification , une place de ville , un pavé de compartiments. Pour éclairer l'intérieur , vous ne couvrirez la boîte que d'un parchemin transparent.

Il est évident que si l'on place l'œil à chacune des petites ouvertures pratiquées aux côtés de cette boîte , on appercevra autant d'objets différents , qui paroîtront néanmoins remplir toute la boîte. L'un sera un parterre très-régulier , l'autre un plan de fortification , le troisieme un pavé de compartiments , le quatrieme une place décorée.

Si plusieurs personnes ont regardé à-la-fois par ces différentes ouvertures , & qu'elles se questionnent ensuite sur ce qu'elles ont vu , il en pourra résulter entr'elles une contestation assez plaisante pour celui qui sera au fait du tour , l'une affirmant qu'elle a vu un objet , l'autre un autre , & chacune étant également persuadée qu'elle a raison.

REMARQUE.

POUR rendre plus transparent le parchemin dont on se sert dans les machines optiques telles que la précédente, il faut le laver plusieurs fois dans une lessive claire qu'on changera à chaque fois, & à la dernière, dans de l'eau de fontaine; on le mettra ensuite sécher à l'air, en le tenant bien étendu.

Si l'on veut lui donner de la couleur, on se servira, pour le verd, de verd-de-gris délayé dans du vinaigre avec un peu de verd foncé; pour le rouge, de l'infusion de bois de Brésil; pour le jaune, de l'infusion de baies de nerprun, cueillies au mois d'Août: l'on passera l'enfin de temps en temps un vernis sur ce parchemin.

4. *Voir d'un premier étage ceux qui se présentent à la porte de la maison, sans se mettre à la fenêtre & sans être apperçu.*

Placez sous la clef du bandeau de la fenêtre, Pl. 8, un miroir regardant en bas, & un peu incliné fig. 29. du côté de l'appartement, en sorte qu'il réfléchisse à quelques pieds de l'appui de la croisée, ou sur cet appui même, les objets placés au devant & près de l'ouverture de la porte. En vous plaçant près de cet appui, & regardant dans le miroir, vous pourrez voir ce qui se présente à l'entrée de la maison. Mais comme vous verrez, par ce moyen, l'objet renversé, & qu'on ne reconnoît que difficilement un objet lorsqu'on le voit de cette manière; que d'ailleurs il est fatigant & incommode de regarder en haut, il faut placer à l'endroit où le premier miroir renvoie l'image des objets, un second miroir plan qui soit

N iv

horizontal , & dans lequel vous regarderez : ce second miroir redressant l'objet , vous le reconnoîtrez beaucoup mieux , & vous le verrez seulement à une distance plus grande , & comme placé perpendiculairement sur un plan un peu incliné , & à peu de chose près comme si vous le regardiez de haut en bas , en vous mettant à la fenêtre ; ce qui suffira ordinairement pour discerner les personnes de sa connoissance.

La fig. 29 représente cet arrangement de miroirs , & l'artifice en question.

M. Ozanam , & les autres précédents auteurs des *Récréations Mathématiques* , proposent en forme de problème , de faire voir à un mari jaloux ce que fait sa femme dans une autre chambre. Il faut convenir qu'il est bien spirituel & bien fin de percer vers le plancher le mur qui sépare deux chambres , de mettre dans cet endroit un miroir horizontal , moitié dans une chambre , moitié dans l'autre , pour réfléchir , au moyen d'un miroir placé en face du lieu de la scène , l'image de ce qui s'y passe dans l'autre chambre. Sans doute M. Ozanam ni ses prédécesseurs n'étoient pas des maris jaloux , ou comptoient étrangement sur la passion & la sottise de deux amants.

PROBLÈME XXXIII.

Avec des miroirs plans , produire le feu & l'incendie à une distance considérable.

DISPOSEZ un grand nombre de miroirs plans , & d'une certaine largeur , comme de 6 ou 8 pouces en quarré , de manière que la lumière solaire qu'ils réfléchiront se porte toute sur un même endroit ; il est évident , & l'expérience le démontre ,

que si le nombre de ces miroirs est suffisant, comme de 100, de 150, il s'excitera à ce foyer commun une chaleur capable d'enflammer des matieres combustibles, & même à une très-grande distance.

Cette invention est sans doute celle dont se servit Archimede, s'il brûla la flotte de Marcellus, comme on le raconte, au moyen de miroirs ardents; car le pere Kircher, étant à Syracuse, a remarqué que les vaisseaux romains ne pouvoient être moins éloignés des murs de cette ville que de 23 pas. Or l'on sçait qu'un miroir concave sphérique a son foyer à la distance de la moitié du rayon : conséquemment le miroir dont Archimede se servit eût dû être portion d'une sphere au moins de 46 pas de rayon; ce qui, dans l'exécution, présente des difficultés insurmontables. D'ailleurs, peut-on croire que les Romains, à une distance aussi peu considérable de sa machine, lui en eussent laissé tranquillement faire usage? Ne l'auroient-ils pas au contraire détruite en un moment par une grêle de traits?

L'architecte & ingénieur Anthémius de Tralles, qui vivoit sous Justinien, est le premier qui se soit avisé, au rapport de Vitellion, d'employer des miroirs plans pour brûler (a); mais on ignore s'il réduisit jamais ce moyen en pratique. C'est à M. de Buffon qu'on doit la démonstration de la possibilité de ce fait par l'exécution: il fit fabriquer en 1747, une machine composée de 360 miroirs plans de 8 pouces de largeur en quarré, tous mobiles sur des pivots & genoux, de manière à prendre la situation qu'on voudroit leur donner; & il

(a) Histoire des Mathématiques, T. I, page 338.

parvint , par leur moyen , à allumer du bois à 200 pieds de distance. On peut voir dans les *Mém. de l'Acad.* , année 1748 , le *Mémoire curieux* de M. de Buffon sur ce sujet.

Des Miroirs sphériques , soit convexes , soit concaves.

Un miroir sphérique n'est autre chose qu'une portion de sphere , dont la surface est polie de manière à réfléchir régulièrement la lumière. Si c'est la surface convexe qui est ainsi polie , ce sera un miroir sphérique convexe ; si c'est la surface concave , ce sera un miroir concave.

Il faut d'abord remarquer ici que , lorsqu'un rayon de lumière tombe sur une surface courbe quelconque , il n'y a qu'à mener un plan tangent au point de cette surface où tombe ce rayon , & qu'il se réfléchit tout comme il feroit s'il n'y avoit que ce plan. Ainsi , dans un miroir sphérique , il n'y a qu'à tirer au point de réflexion une tangente à la surface , dans le plan du rayon incident & du centre ; le rayon se réfléchira en faisant avec cette tangente un angle de réflexion égal à l'angle d'incidence.

PROBLÈME XXXIV.

Le lieu de l'objet & celui de l'œil étant donnés , déterminer le point de réflexion & le lieu de l'image sur un miroir sphérique.

Ces deux problèmes ne sont pas aussi aisés à résoudre sur les miroirs sphériques que sur les miroirs plans ; car , lorsque l'œil & l'objet sont à des distances inégales du miroir , la détermination du

point de réflexion dépend nécessairement d'une géométrie supérieure à la géométrie élémentaire, & ce point ne peut être assigné sur la circonférence du cercle, qu'en faisant usage d'une des sections coniques. Nous omettrons pour cette raison cette construction, & nous nous bornerons à dire qu'il y en a une extrêmement simple, où l'on emploie deux hyperboles entre les asymptotes, dont l'une détermine le point de réflexion sur la surface convexe, & la seconde le point de réflexion sur la surface concave.

Il nous suffira d'observer ici une propriété de Pl. 9, ce point. Que l'objet soit B, A le lieu de l'œil, fig. 30. E le point de réflexion sur la surface convexe, par exemple du miroir sphérique DEL, dont le centre est C; FG la tangente au point E, dans le plan des lignes BC, AC, qu'elle rencontre en I & i; que le rayon réfléchi AE étant prolongé, coupe en H la ligne BC: les points H & I seront tellement situés, que vous aurez cette proportion: comme BC est à CH, ainsi BI est à HI.

De même, prolongeant BE jusqu'à la rencontre de AC en h, vous aurez comme, AC: Ch, ainsi A*i*: i*h*; proportions qui sont également vraies lors de la réflexion sur une surface concave.

Quant au lieu de l'image, les opticiens ont pendant long-temps pris pour principe que ce lieu étoit le point H où le rayon réfléchi rencontre la perpendiculaire tirée de l'objet sur le miroir; mais cela n'est fondé que sur ce que cette supposition sert à montrer assez bien comment les images des objets sont moindres dans les miroirs convexes, & plus grandes dans les miroirs concaves que dans les miroirs plans. Ce principe n'a du

reste aucun fondement physique, & est regardé aujourd'hui comme absolument faux.

Un principe plus physique, que Barrow a mis en avant, c'est que l'œil apperçoit l'image de l'objet dans le concours des rayons formant le petit faisceau divergent qui entre dans la prunelle de l'œil. Il est en effet naturel de penser que cette divergence étant plus grande quand l'objet est voisin, moindre quand il est plus éloigné, elle doit servir à l'œil pour juger de la distance.

Ce principe sert aussi à rendre une raison assez plausible de la diminution des objets dans les miroirs convexes, & de leur augmentation dans les miroirs concaves; car la convexité des premiers rend les rayons composants chaque faisceau qui entre dans l'œil, plus divergents que s'ils étoient tombés sur un miroir plan; conséquemment le point où ils concourroient sur le rayon central prolongé, est plus près; on démontre même que, dans les miroirs convexes, il est plus près, & dans les miroirs concaves plus loin que le point H, pris par les anciens & la plupart des modernes pour le lieu de l'image. On en conclut enfin que, dans les miroirs convexes, cette image sera encore plus resserrée, & dans les miroirs concaves plus étendue que dans la supposition des anciens; ce qui rend raison de l'augmentation de l'apparence des objets dans ceux-ci, & de sa diminution dans les premiers.

Nous ne disconviendrons cependant pas que ce principe est lui-même sujet à des difficultés que le docteur Barrow, son auteur, ne s'est point dissimulées, & auxquelles il convient de voir aucune réponse satisfaisante. Cela a engagé M. Smith à en proposer un autre dans son *Traité d'Optique*.

Mais il est aisé de sentir que ce n'est pas ici le lieu d'entrer sur cet objet dans une discussion qui deviendrait trop aride & trop profonde.

PROBLÈME XXXV.

Propriétés principales des miroirs sphériques convexes & concaves.

1. LA première & la principale propriété des miroirs convexes, est de représenter les objets moindres que si on les voyoit dans un miroir plan, à la même distance. Cela se peut démontrer indépendamment du lieu de l'image ; car on peut faire voir que les rayons extrêmes d'un objet posé d'une manière quelconque, qui entrent dans l'œil après avoir été réfléchis par un miroir convexe, forment un angle moindre, & peignent conséquemment une moindre image sur la rétine, que s'ils avoient été renvoyés par un miroir plan qui ne change en aucune manière cet angle. Or, en général, le jugement que porte l'œil sur la grandeur des objets, dépend de la grandeur de cet angle & de cette image, à moins que quelque raison particulière ne le modifie.

Au contraire, dans les miroirs concaves, il est facile de démontrer que les rayons extrêmes d'un objet quelconque situé comme on voudra, arrivent à l'œil en faisant un angle plus grand que s'ils eussent été réfléchis dans un miroir plan ; & conséquemment, par la même raison que ci-dessus, l'apparence de cet objet doit être plus grande.

2. Dans un miroir convexe, quelque grande que soit la distance de l'objet, son image n'est jamais plus éloignée de la surface que la moitié

du rayon, en sorte qu'une ligne droite perpendiculaire au miroir, fût-elle infinie, ne paroîtroit pas plus enfoncée dans le miroir que le quart du diamètre.

Dans un miroir concave, au contraire, l'image d'une ligne perpendiculaire au miroir est toujours plus longue que l'objet ; & si cette ligne égale la moitié du rayon, son image paroîtra infiniment allongée.

3. Dans les miroirs convexes, l'apparence d'une ligne courbe & concentrique au miroir, est une ligne circulaire également concentrique au miroir ; mais l'apparence d'une ligne droite ou d'une surface plane présentée au miroir, est toujours convexe vers le dehors ou vers l'œil.

C'est tout le contraire dans le miroir concave : l'image d'un objet rectiligne ou plan, paroît concave vers l'œil.

4. Un miroir convexe disperse les rayons, c'est-à-dire que s'ils tombent parallèles sur sa surface, il les renvoie divergents ; s'il tombent divergents, il les renvoie plus divergents encore.

Il arrive tout le contraire aux miroirs concaves : ils font converger les rayons qu'ils reçoivent parallèles ; & ceux qui sont divergents, ils les renvoient ou parallèles ou moins divergents, suivant les circonstances,

C'est sur cette propriété des miroirs sphériques concaves, qu'est fondé l'usage qu'on en fait pour réunir les rayons du soleil dans un petit espace où leur chaleur, multipliée en raison de leur condensation, produit des effets surprenants. Ceci mérite d'être traité à part.

PROBLÈME XXXVI.

Des Miroirs ardents.

LES propriétés des miroirs ardents se déduisent de la proposition suivante :

Si un rayon de lumière tombe fort près de l'axe d'une surface sphérique concave & parallèlement à cet axe, il se réfléchira de manière qu'il le rencontrera à une distance du miroir à bien peu de chose près égale à la moitié du rayon.

Car soit ABC la surface concave d'un miroir Pl. 9, sphérique bien poli, dont le centre soit D, & DB fig. 31. le demi-diamètre dans la direction de l'axe ; que EF soit un rayon de lumière parallèle à BD : il se réfléchira par le rayon FG, qui coupera le demi-diamètre BD en un point G. Or ce point G sera toujours plus près de la surface que du centre. En effet, menant le rayon DF, on aura les angles DFE, DFG égaux ; & conséquemment les angles DFG, GDF, aussi égaux, puisque le dernier est, à cause des parallèles, égal à DFE : donc le triangle DGF est isocèle, & GD égal à GF : mais GF surpasse toujours GB ; d'où il suit que DG surpasse aussi GB : ainsi le point G est plus près du miroir que du centre.

Mais lorsque l'axe BF est extrêmement petit, on sait que GF ne diffère qu'insensiblement de GB ; par conséquent, dans ce cas, le point G est à peu de chose près au milieu du rayon.

Ceci se confirme par la trigonométrie ; car on trouve que si l'arc BF est seulement de 5 degrés, en supposant le demi-diamètre DB de 100000 parties, la ligne BG est de 49809 ; ce qui ne diffère

208 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

de la moitié du rayon que de $\frac{191}{100000}$, ou de moins que $\frac{1}{523}$ (a). On trouve même que tant que l'arc BF ne surpasse pas 15 degrés, la distance du point G à la moitié du demi-diamètre en est à peine une 56^e; par où l'on voit que tous les rayons qui tombent sur un miroir concave parallèlement à son axe, & à une distance de son sommet qui ne surpasse pas 15 degrés, se réunissent, à peu de chose près, à une distance du miroir égale à la moitié du demi-diamètre. Ainsi les rayons solaires, qui sont sensiblement parallèles, tombant sur cette surface concave, y seront condensés, sinon dans un point, du moins dans un très-petit espace, & y produiront une chaleur véhémente & d'autant plus grande, que la largeur du miroir sera plus grande. C'est cette raison qui a fait donner à ce point le nom de *foyer*.

Le foyer d'un miroir concave n'est donc pas un point; il a même une largeur assez sensible. Dans un miroir, par exemple, portion de sphere de 6 pieds de rayon & de 30 degrés d'arc, ce qui donne un peu plus de 3 pieds de largeur, le foyer doit avoir une 56^e environ de cette largeur, c'est-à-dire 7 à huit lignes. Les rayons tombants sur un cercle de 3 pieds de diamètre, seront donc pour la plupart rassemblés dans un cercle d'un diamètre cinquante-six fois plus petit, & conséquemment qui n'est que la 3136^e partie. Il est aisé de sentir

(a) Le calcul est aisé: car, l'arc BF étant donné, on a l'angle BDF ainsi que l'angle GFD, son égal; & par conséquent l'angle DGF, qui est le complément de leur somme, à deux droits. On connoît donc dans le triangle DGF les trois angles & un côté, sçavoir DF qui est le rayon; d'où il suit qu'on aura, par une simple analogie trigonométrique, le côté DG ou GF qui lui est égal.

quel

quel degré de chaleur ils doivent produire , puisqu'il est que la chaleur de l'eau bouillante n'est guere que triple de la chaleur des rayons directs du soleil , un beau jour d'été.

On a néanmoins tenté de faire des miroirs qui réunissent tous les rayons du soleil dans un même point. Il faudroit pour cela donner à une surface polie la courbure d'une parabole. Car soit CBD Pl. 9, une parabole dont l'axe soit AB . Nous supposons fig. 32. ici que notre lecteur a quelque teinture des sections coniques. On sçait qu'il y a sur cet axe un certain point F , qui est tel que , quelque rayon parallele à l'axe qui vienne rencontrer cette parabole , il se réfléchira dans ce point précisément. Aussi les géometres lui ont-ils donné le nom de *foyer*. Si donc on donne une surface bien polie à la concavité d'un sphéroïde parabolique , tous les rayons solaires paralleles entr'eux & à son axe se réuniront dans un seul point , & y produiront une chaleur beaucoup plus forte que si la surface eût été sphérique.

REMARQUES.

I. Le foyer d'un miroir sphérique étant éloigné d'un quart du diametre , il est aisé de voir l'impossibilité dont il est qu'Archimede ait pu , avec un semblable miroir , brûler les vaisseaux romains , quand leur distance n'auroit été que de 30 pas , comme Kircher dit l'avoir observé étant à Syracuse ; car il eût fallu que la sphere dont ce miroir étoit portion , eût été de 60 pas de rayon ; ce qui seroit d'une exécution impossible. Il y auroit semblable inconvénient dans un miroir parabolique. Il eût fallu enfin que les Romains eussent été d'une condescendance merveilleuse , pour se laisser brû-

Tome II.

Q

ler d'aussi près sans déranger la machine. Si donc le mathématicien de Syracuse a brûlé les vaisseaux romains au moyen des rayons solaires ; si Proclus a traité, comme on le raconte, de la même manière les vaisseaux de Vitalien qui assiégeoit Byfance , ils ont employé des miroirs d'une autre espece ; & ils n'ont pu y réussir que par une invention semblable à celle que M. de Buffon a refuscitée , & dont il a démontré la possibilité. Voyez le Probl. XXXIII ci-dessus.

II. Nous ne pouvons nous dispenser de parler ici de quelques miroirs célèbres par leur grandeur & par les effets qu'ils produisoient. L'un étoit l'ouvrage de Settala , chanoine de Milan : il étoit parabolique ; & , au rapport du pere Schott, il mettoit le feu au bois à 15 ou 16 pas de distance.

Villette , artificier & opticien Lyonnois , en fit trois vers l'an 1670 , dont l'un fut acheté par Tavernier , & offert en présent au roi de Perse ; le second fut acheté par le roi de Danemarck , & le troisieme par le roi de France. Ce dernier avoit 30 pouces de largeur , & environ 3 pieds de foyer. Les rayons y étoient réunis dans un espace d'un demi-louis de diametre. Il mettoit le feu sur le champ au bois le plus verd ; il fondoit en peu de secondes l'argent & le cuivre , & vitrifioit en une minute , plus ou moins , la brique , la pierre à fusil , & les autres matieres vitrifiables.

Ces miroirs le cedent néanmoins à celui que M. le baron de Tchirnhausen exécuta vers l'an 1687 , & dont il donna la description dans les Actes de Leipfik de cette année. Ce miroir étoit fait d'une lame de métal , d'une épaisseur double de celle d'un couteau ordinaire ; il avoit de largeur environ 3 aunes de Leipfik , ou 5 pieds 3

pouces; son foyer étoit éloigné de 2 de ces aunes, ou 3 pieds 6 pouces : il produisoit les effets suivants.

Le bois présenté au foyer s'enflammoit sur le champ, & le vent le plus violent ne pouvoit l'éteindre.

L'eau contenue dans un vase de terre bouilloit à l'instant, en sorte que des œufs y étoient cuits dans le moment, & bientôt après toute l'eau étoit évaporée.

Le cuivre & l'argent y entroient en peu de minutes en fusion. L'ardoise s'y transformoit en un verre noir qui, pris avec une pince, se tiroit en filaments.

Les briques y couloient en un verre jaune; la pierre-ponce, des morceaux de creusets qui avoient résisté au feu le plus violent des fourneaux, s'y vitrifioient pareillement; &c.

Tels étoient les effets du fameux miroir de M. de Tchirnhausen, qui a depuis passé au pouvoir de S. M. T. C., & qu'on voit aujourd'hui au Jardin du Roi, assez maltraité par les injures de l'air, qui lui ont ôté une grande partie de son poli.

Ce n'est pas seulement de métal qu'on a fait des miroirs ardents; si nous en croyons M. Wolf, un ouvrier de Dresde, nommé *Gærtner*, en fit, à l'imitation de celui de M. Tchirnhausen, qui n'étoient que de bois, & dont les effets ne cédoient guère à ceux de ce premier. Mais cet auteur ne nous apprend point comment *Gærtner* étoit parvenu à donner à cette matière un poli suffisant.

Le pere Zacharie Traber y a, ce semble, suppléé, en nous apprenant comment, avec du bois & de l'or en feuilles, on peut se faire un miroir ardent. Car il n'est question que de faire tourner

O ij

dans un morceau de bois bien sec & bien solide , un segment concave de sphere , l'enduire bien uniformément de poix mélangée de cire , & y appliquer des morceaux de feuilles d'or de 3 ou 4 doigts de largeur. On pourra , dit-il , au lieu de morceaux de feuilles d'or , adapter dans cette concavité de petits morceaux de miroirs plans ; & l'on verra avec étonnement que l'effet d'un tel miroir approche beaucoup de celui d'un miroir continu.

Le pere Zahn rapporte quelque chose de plus singulier que ce que Wolf raconte de l'ouvrier de Dresde dont on a parlé ci-dessus ; car il dit qu'un ingénieur de Vienne (en Autriche) fit en 1699, un miroir de carton , & intérieurement recouvert de paille collée, qui fondoit tous les métaux. J'avoue que je voudrois en avoir été témoin.

On peut aujourd'hui , à beaucoup moins de frais , se procurer des miroirs concaves d'un diamètre considérable , & qui produisent les mêmes effets que les précédents. On en a l'obligation à M. de Bernieres , un des contrôleurs généraux des ponts & chaussées, auteur de l'invention de courber les glaces de miroirs, invention qui, indépendamment de ses usages optiques, a des applications nombreuses dans la société. Les miroirs concaves qu'il exécute, ne sont autre chose que des glaces rondes, courbées en figure sphérique concave d'un côté & convexe de l'autre, & éramées du côté convexe. M. de Bernieres en a exécuté un pour le Roi, qui a 3 pieds 6 pouces de diamètre , & qui fut présenté à S. M. en 1757. On le voit dans le cabinet de physique de la Meute, où il est aujourd'hui déposé. Le fer battu, exposé à son foyer, s'y fond en deux secondes de temps : l'argent y coule de maniere qu'en

tombant dans l'eau, il s'étend en forme de toile d'araignée : les cailloux s'y vitrifient, &c.

Ces miroirs ont des avantages considérables sur ceux de métal. Leur réflexion contre la surface postérieure, malgré la perte de rayons qu'occasionne leur passage à travers la première surface, est encore plus vive que celle de la surface métallique la mieux polie ; de plus, ils ne sont pas sujets comme les premiers à perdre leur poli par le contact de l'air, toujours chargé de vapeurs qui corrodent le métal, mais qui ne peuvent rien sur le verre : il suffit enfin de les préserver de l'humidité, qui détruit l'étamage.

PROBLÈME XXXVII.

Quelques propriétés des miroirs concaves, relativement à la vision, ou à la formation des images.

I. SI un objet est placé entre un miroir concave & son foyer, on l'apperçoit au dedans du miroir, & d'autant plus grossi qu'il s'approche davantage de ce foyer ; en sorte que lorsqu'il est au foyer même, il paroît occuper toute la capacité du miroir, & l'on ne voit rien de distinct.

Si l'objet placé à ce foyer est un corps lumineux, les rayons qui en sortent, après avoir été réfléchis par le miroir, marchent parallèlement, en sorte qu'ils forment comme un cylindre de lumière qui porte sa clarté très-loin, & presque sans diminution. On appercevra aisément dans l'obscurité cette colonne de lumière, lorsqu'on se tiendra sur le côté ; & si, étant à plus de cent pas de distance du miroir, on présente un livre à cette lumière, on y pourra lire.

II. Que l'objet soit maintenant placé entre le

O iii

214 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

foyer & le centre, & que l'œil le soit ou au de-là du centre, ou entre le centre & le foyer, on ne sçauroit en avoir par la vision une perception distincte, car les rayons réfléchis par le miroir sont convergents. Mais si l'objet est fortement éclairé, ou lumineux comme un flambeau, de la réunion de ses rayons il se formera au-delà du centre une image dans une situation renversée, qui se peindra sur un drap ou un carton mis à la distance convenable, ou qui paroîtra en l'air à l'égard d'un œil placé au-delà.

III. Il en sera à peu près de même lorsque l'objet sera à l'égard du miroir au-delà du centre. Il se peindra alors entre le foyer & le centre une image de l'objet dans une situation renversée; & cette image s'approchera du centre à mesure que l'objet lui-même en approchera, ou s'approchera du foyer à mesure que l'objet s'éloignera.

Quant au lieu où l'image se peindra dans l'un & dans l'autre cas, vous le trouverez par la règle suivante.

Pl. 9, Que ACS soit l'axe du miroir indéfiniment
fig. 33. prolongé, F le foyer, C le centre, O le lieu de l'objet entre le centre & le foyer. Prenez F ω troisième proportionnelle à FO & FC: ce sera la distance à laquelle se peindra l'image du point placé en O.

Si l'objet est en ω , son image se trouvera en O, en faisant la même proportion avec les changements convenables, sçavoir FO troisième proportionnelle à F ω , & FC comme en o.

Enfin, si l'objet est entre le foyer & le verre, le lieu où l'on appercevra l'image au dedans du miroir, ou son enfoncement, se trouvera en faisant F ω à FA, comme FA à Fo,

REMARQUES.

1. Cette propriété des miroirs concaves, de former entre le centre & le foyer, ou au-delà du centre, une image des objets qui lui sont présentés, est une de celles dont on tire le plus grand sujet de surprise pour ceux qui ne sont pas versés dans cette théorie. Car, qu'un homme s'avance vers un grand miroir concave en lui présentant une épée; il verra, quand il sera parvenu à la distance convenable, s'élancer hors du miroir une lame d'épée, la pointe tournée vers lui; s'il se retire, l'image de la lame se retirera; s'il s'avance de manière que la pointe soit entre le centre & le foyer, l'image de l'épée la croîsera, comme si les fers étoient engagés.

2. Si, au lieu d'une lame d'épée, vous présentez au miroir le poignet à une certaine distance, vous verrez se former en l'air un poignet dans une situation renversée, qui s'approchera du poignet véritable, lorsque celui-ci approchera du centre, de manière à se rencontrer l'un l'autre.

3. Placez-vous un peu au-delà du centre du miroir; & alors, en regardant directement dedans, vous verrez au-delà du centre l'image de votre visage renversée. Si alors vous continuez d'approcher, cette image phantastique s'approchera de vous, au point que vous pourrez la baiser.

4. Qu'on suspende un bouquet renversé entre le centre & le foyer, un peu au dessous de l'axe, & que, par le moyen d'un carton noir, on le cache à la vue du spectateur, il se formera au dessus de ce carton une image droite de ce bouquet, qui surprendra d'autant plus, qu'on ne verra

Pl. 9,
fig. 34.

216 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

point l'objet qui la produit : on fera tenté par cette raison de le prendre pour un objet réel , & de l'aller toucher & sentir.

5. Si vous placez un miroir concave dans le fond d'une salle , en face d'un paysage fortement éclairé par le soleil , & qu'un peu au-delà du foyer vous lui présentiez un carton blanc vertical , vous verrez se peindre sur ce carton l'image des objets extérieurs , avec leurs couleurs naturelles & dans une situation renversée. C'est-là un des moyens de faire les expériences de la chambre obscure par la simple réflexion.

6. Placez enfin sur une table un grand miroir concave , dans une inclinaison approchante de 45° , & au devant du miroir , sur la table , une estampe ou un tableau , le bas tourné vers le miroir , vous verrez les figures de cette estampe ou de ce tableau extrêmement grossies ; & si les choses sont disposées de manière à favoriser l'illusion , comme si vous regardez dans le miroir par une ouverture qui vous dérobe la vue de l'estampe ou du tableau , vous croirez voir les objets eux-mêmes.

C'est sur ce principe que sont construites ces boîtes aujourd'hui assez communes , qu'on appelle *optiques* , & dont nous allons donner la construction.

PROBLÈME XXXVIII.

Construire une boîte ou chambre optique , où l'on voie les objets plus grands que la boîte.

FAITES une boîte carrée , convenable pour le miroir concave dont vous voulez vous servir , c'est-à-dire telle que sa largeur soit un peu moindre que la distance du foyer de ce miroir , & couvrez le dessus de la boîte d'un parchemin transparent ,

ou d'un taffetas blanc , ou d'une glace simplement adoucie & non polie.

Appliquez votre miroir à un des fonds verticaux de la boîte , & placez contre le fond opposé une estampe enluminée , ou une peinture représentant des fabriques , un paysage , un port de mer , une promenade , &c. Cette estampe doit entrer dans la boîte par une rainure , en sorte qu'on puisse la retirer , & en substituer une autre à volonté.

Au haut du fond opposé au miroir , soit pratiquée une ouverture ronde , ou une simple fente , par laquelle on puisse voir dans la boîte : lorsqu'on y appliquera l'œil , on appercevra les objets peints dans l'estampe énormément grossis ; on croira voir les bâtimens , les promenades qui y sont représentés.

J'ai vu quelques-unes de ces machines qui , par leur construction , la grandeur du miroir & la vérité de l'enluminure , présentoient un spectacle plus amusant qu'on ne pourroit se le figurer.

Des Miroirs 'cylindriques , coniques , &c. & des déformations qu'on exécute par leur moyen.

Il y a d'autres miroirs courbes que ceux dont nous venons de parler ; tels sont , entr'autres , les miroirs cylindriques & coniques , au moyen desquels on produit des effets assez curieux. On décrit , par exemple , sur un plan une figure qui est tellement difforme , qu'il est presque impossible de reconnoître ce que c'est ; mais , en plaçant un miroir cylindrique ou conique , ainsi que l'œil , dans des endroits déterminés , on l'apperceoit dans ses justes proportions. Voici comment cela s'exécute.

PROBLÈME XXXIX.

Décrire sur un plan horizontal une figure difforme, qui paroisse belle étant vue d'un point donné, par réflexion sur la surface convexe d'un miroir cylindrique droit.

Pl. 10, **Q**UE ABC soit la base de la portion de surface fig. 35, cylindrique & polie qui doit servir de miroir, & n° 1 & 2. que AC en soit la corde. Sur le rayon perpendiculaire à AC, & prolongé indéfiniment, soit pris le point O qui répond perpendiculairement au dessous de l'œil. Ce point O doit être à une distance médiocre du miroir, & élevé au dessus du plan de la base de 3 ou 4 fois seulement le diamètre du cylindre. Il est à propos que le point O soit à un tel éloignement du miroir, que les lignes OA, OC, tirées du point O, fassent avec la surface cylindrique un angle médiocrement aigu; car si les lignes OA, OC, étoient tangentes aux points A & C, les parties de l'objet, vues par ces rayons, seroient extrêmement resserrées, & vues peu distinctement.

Le point O étant donc ainsi déterminé, & ayant tiré les lignes OA, OC, tirez aussi AD & CE indéfinies, de telle sorte qu'elles fassent avec la surface cylindrique ou la circonférence de la base, des angles égaux à ceux que font avec elles les lignes OA, OB; en sorte que si l'on considéroit les lignes OA, OC, comme des rayons incidents, AD, CE en fussent les rayons réfléchis.

Divisez ensuite AC en 4 parties égales, & formez au dessus un carré, que vous diviserez en 16 autres petits carrés égaux. Tirez après cela aux points de division 2 & 4, les lignes Q 2, O 4, qui coupent le miroir en F & H, desquels points vous

menez indéfiniment FG, HI, en telle sorte que ces dernières lignes soient les rayons réfléchis qui répondroient aux lignes OF, OH, considérés comme rayons incidents.

Cela fait, sur l'extrémité O d'une ligne indéfinie, élevez ON égale à la hauteur de l'œil au dessus du plan du miroir; faites OQ égale à OA, & élevez sur le point Q la perpendiculaire Q4 égale à AC, que vous diviserez en quatre parties égales; après quoi, par le point N & ces points de division, vous tirerez des lignes droites qui, prolongées, couperont la ligne OQP dans les points I, II, III, IV. Transportez ces divisions dans le même ordre sur les rayons AD & CE, en sorte que AI, AII, AIII, AIV, soient respectivement égales à QI, QII, QIII, QIV. Pl. 10, fig. 35, n° 2.

Procédez de la même manière pour diviser les lignes FG, HI, en parties inégales, comme FI, FII, FIII, FIV, HI, HII, HIII, HIV; enfin divisez de la même manière la ligne BIV: il ne vous restera plus qu'à joindre par des lignes courbes les points semblables de division sur ces 5 lignes; ce que vous ferez facilement, en prenant une règle bien flexible, & l'appuyant sur ces points. Mais on s'écartera peu de la vérité, en joignant ces points trois à trois par des arcs de cercle. Ces arcs de cercle ou de courbe avec les lignes droites AIV, FIV, BIV, HIV, CIV, formeroient des portions de couronnes circulaires, très-irrégulières à la vérité, qui répondront aux 16 quarrés dans lesquels on a divisé celui de AC, en sorte que l'arcole mixtiligne *a* répond au quarré *a*, l'arcole *b* au quarré *b*, *c* à *c*, *d* à *d*, &c.

Si donc on décrit sur le quarré de AC une figure régulière, & qu'on transporte, par exemple,

dans l'arcole a de la base, ce qui se trouve dans le petit carré a , en l'allongeant ou rétrécissant de la manière convenable, & ainsi des autres, on aura une figure extrêmement irrégulière & absolument méconnoissable, qui, vue dans le miroir cylindrique par l'œil placé convenablement au dessus du point O , paroîtra régulière; car on démontre dans la théorie des miroirs cylindriques, que toutes ces arcoles irrégulières doivent paroître former le carré de AC & ses divisions, ou à peu près. Nous disons à peu près, car cette construction n'est pas géométriquement parfaite, & ne le sçauroit être, à cause de l'indécision du lieu de l'image dans les miroirs de cette espèce. Cependant cette construction réussit assez bien pour que des objets, absolument méconnoissables sur la base du miroir, soient passablement réguliers dans leur représentation. Nous observerons au surplus qu'il faut, pour que cela réussisse bien, placer l'œil à une pinnule ou à un trou de quelques lignes seulement, élevé perpendiculairement sur le point O , & à une hauteur égale à ON .

REMARQUE.

ON pourroit, au lieu d'un miroir cylindrique, se servir d'un miroir prismatique droit, qui auroit cela de remarquable, que, pour voir une image régulière & bien proportionnée, il faudroit qu'elle fût transportée dans des parties de la base qui ne seroient point continues ensemble, mais qui seroient des parallélogrammes appuyés sur la base, & disposés à l'entour en forme d'éventail, avec des intervalles triangulaires entre deux: ainsi l'on pourroit peindre dans ces intervalles quelque sujet particulier, en sorte que plaçant le miroir, on y verroit toute autre chose que ce qui est représenté.

Mais nous n'entrons pas dans les détails de cette déformation, parce que nous donnerons celle du miroir pyramidal, qui produit un effet semblable. Voilà au reste un problème sur lequel les commençants peuvent s'exercer, & dont la solution n'est pas bien difficile.

PROBLÈME XL.

Décrire sur un plan horizontal une figure difforme, qui paroisse belle étant vue par réflexion sur la surface d'un miroir conique, d'un point donné dans l'axe de ce cône prolongé.

DÉCRIVEZ autour de la figure que vous voulez Pl. 10, déguiser, le cercle ABCD d'une grandeur prise fig. 36, à volonté, & divisez sa circonférence en tel nombre n° 1 & 2. de parties égales qu'il vous plaira; tirez du centre E par les points de division autant de demi-diamètres, dont l'un, comme AE, ou DE, doit aussi être divisé en un certain nombre de parties égales; décrivez du centre E par les points de division, autant de circonférences de cercle, qui, avec les demi-diamètres précédents, diviseront l'espace terminé par la première & plus grande circonférence ABCD, en plusieurs petits espaces, qui serviront à contenir la figure qui y sera comprise, & à la défigurer sur le plan horizontal autour de la base FGHI du miroir conique, en cette sorte :

Ayant pris le cercle FGHI, dont le centre est Fig. 36, O, pour la base du cône, faites à part le triangle n° 3- rectangle KLM, dont la base KL soit prise égale au demi-diamètre OG de la base du cône, & la hauteur KM égale à la hauteur du même cône; prolongez cette hauteur KM en N, de sorte que la partie MN soit égale à la distance de l'œil à la pointe du cône, ou toute la ligne KN égale à la

122 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

hauteur de l'œil au dessus de la base du cône. Ayant divisé la base KL en autant de parties égales qu'en contient le demi-diamètre AE , ou DE , du prototype, tirez du point N , par les points de division P, Q, R , autant de lignes droites, qui donneront sur l'hypothénuse LM , qui représente le côté du cône, les points S, T, V ; faites au point V l'angle LV_1 égal à l'angle LVR , au point T l'angle LT_2 égal à l'angle LTQ , au point S l'angle LS_3 égal à l'angle LSP , & au point M , qui représente le sommet du cône, l'angle LM_4 égal à l'angle LMK , pour avoir sur la base KL prolongée les points, 1, 2, 3, 4.

Enfin décrivez du centre O de la base $FGHI$ du miroir conique, & des intervalles K_1, K_2, K_3, K_4 , des circonférences de cercles, qui représenteront celles du prototype $ABCD$, & dont la plus grande doit être divisée en autant de parties égales que la circonférence $ABCD$; puis tirez du centre O , par les points de division, des demi-diamètres qui donneront sur le plan horizontal autant de petits espaces difformes que dans le prototype $ABCD$, dans lesquels par conséquent on pourra transporter la figure de ce prototype. Cette image se trouvera extrêmement défigurée sur le plan horizontal, & paroîtra néanmoins par réflexion dans ses justes proportions, sur la surface du miroir conique posé sur le cercle $FGHI$, quand l'œil sera mis perpendiculairement au dessus du centre O , & éloigné de ce centre O d'une distance égale à la ligne KN .

REMARQUE.

Pl. 10, POUR ne vous pas tromper en transportant ce fig. 36, qui est dans le prototype $ABCD$ sur le plan horizontal, on prendra garde que ce qui est le plus

éloigné du centre E, doit être le plus proche de la base FGHI du miroir conique, comme vous voyez par les mêmes lettres, *a, b, c, d, e, f, g, h*, du plan horizontal & du prototype. La déformation sera d'autant plus bizarre, que ce qui, dans l'image régulière, est contenu dans un secteur *a* (n° 1), est renfermé dans la déformation par une portion de couronne circulaire.

PROBLÈME XLI.

Exécuter la même chose par le moyen d'un miroir pyramidal.

ON sçait, & il est aisé de le reconnoître, qu'un Pl. 11, miroir pyramidal quadrangulaire sur la base AB fig. 37, CD, ne réfléchit à l'œil élevé sur l'axe, que les n° 1 & 2. triangles BEC, CFD, DGA, AHB, du plan qui environne la base, & qu'aucun rayon provenant de l'espace intermédiaire n'arrive à l'œil. Il est d'ailleurs aisé de voir que ces quatre triangles occupent toute la surface du miroir, & que l'œil étant élevé au dessus de son sommet, & regardant par un petit trou, ils doivent paroître ensemble remplir le quarré de la base: ainsi il faut, dans ce cas, décrire l'image à déformer dans le quarré ABCD, égal au plan de la base; ensuite tirer par le centre *e*, tant les diagonales que les lignes perpendiculaires aux côtés, lesquelles, avec les petits quarrés concentriques décrits dans celui de la base, la diviseront en petites portions triangulaires & trapézoïdes.

Maintenant la section du miroir par l'axe & par la ligne *eL* étant un triangle rectangle, il sera facile, par une méthode semblable à celle du problème précédent, de trouver sur la ligne *eL* prolongée, son image LE, & les points de division

qui sont l'image de ceux de la première. Que ces points soient L, III, II, E, tirez par ces points des parallèles à la base BC, & faites pareille chose dans chacun des autres triangles HAB, &c : vous aurez l'aire de l'image à peindre divisée en parties correspondantes à celles de la base. Décrivant donc dans chacune, & dans la situation & l'allongement ou le rétrécissement convenables, les parties de la figure contenues dans les parties correspondantes de la base, vous aurez la déformation demandée, qui, étant vue d'un certain point dans l'axe prolongé, paroîtra régulière & occuper la base.

Cette espèce de déformation l'emporte par la singularité sur les précédentes, en ce que les parties de la figure déformée sont séparées les unes des autres, quoique contiguës lorsqu'on les voit dans le miroir ; ce qui permet de peindre dans les espaces intermédiaires, d'autres objets qui jetteront absolument dans l'erreur sur ce qu'on s'attendra à voir, & causeront par-là plus de surprise.

Des Verres lenticulaires ou Lentilles de verre.

On appelle *verre lenticulaire* ou *lentilles de verre*, un morceau de glasse figuré des deux côtés, ou du moins d'un seul, en courbure sphérique. Il y en a qui sont convexes d'un côté & plans de l'autre ; d'autres sont convexes des deux côtés ; il y en a de concaves d'un côté seul ou de tous les deux ; d'autres enfin sont convexes d'un côté & concaves de l'autre. La forme de ceux qui sont convexes des deux côtés, & qui les fait ressembler à une lentille, leur a fait donner généralement le nom de verre lenticulaire ou de lentille de verre.

Les usages de ces verres sont assez vulgairement connus. Ceux qui sont convexes agrandissent l'apparence

l'apparence des objets, & aident la vue des vieillards; les verres concaves, au contraire, diminuent les objets, & servent aux myopes. Les premiers réunissent les rayons du soleil aux environs d'un point qu'on nomme *foyer*; & quand ils sont d'une largeur un peu considérable, ils y produisent le feu. Les verres concaves dispersent au contraire les rayons du soleil. Les uns & les autres enfin entrent dans la composition des lunettes d'approche & des microscopes.

PROBLÈME XLII.

Trouver le foyer d'un globe de verre.

LES globes de verre tenant en bien des occasions la place des lentilles de verre, il est à propos de dire un mot de leur foyer. Voici comment on le détermine.

Soit la sphere de verre BCD, dont le centre est F, & CD un diamètre auquel est parallele le rayon incident AB. Ce rayon rencontrant la surface de la sphere en B, ne continue pas son chemin en ligne droite, comme il feroit s'il ne pénétrait pas dans un nouveau milieu; mais il approche de la perpendiculaire tirée du centre F sur le point d'incidence B. Ainsi il concourroit avec le diamètre en un point E, si, sortant au point I de la sphere, il ne s'écartoit de la perpendiculaire FI; ce qui lui fait prendre la route IO, & arriver au point O qui est le foyer cherché. Pl. II, fig. 38.

Pour déterminer ce foyer O, on cherchera d'abord le point de concours E; ce qu'on trouvera facilement, en faisant attention que dans le triangle FBE il y a même raison de FB à FE, que du sinus de l'angle FEB à celui de l'angle FBE; ou,

Tome II.

P

226 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

à cause de la petitesse de ces angles, que de l'angle FEB ou son égal GBE à l'angle FBE : car nous supposons le rayon incident AB extrêmement près du diamètre CD ; & conséquemment l'angle ABH est très-petit , ainsi que son égal l'angle FBG. Or , dans les angles extrêmement petits , la raison des angles & de leur sinus est la même. Mais , par la loi de la réfraction , lorsque le passage se fait de l'air dans le verre , la raison de l'angle d'incidence ABH ou GBF à l'angle rompu FBI étant , (lorsqu'ils sont très-petits) , de 3 à 2 , il s'ensuit que l'angle FBE est à très-peu près double de EBG : conséquemment le côté FE du triangle FBE , est à très-peu près triple de FB , ou égal à deux fois le rayon ; DE est par conséquent égale au rayon.

Pour trouver maintenant le point O , où le rayon sortant de la sphere , & s'écartant de la perpendiculaire , doit rencontrer la ligne DE , on fera un raisonnement tout semblable. Dans le triangle IOE , le rapport de IO à OE est le même à très-peu près que celui de l'angle IEO , ou de son égal IFE à l'angle OIE. Or ces deux angles sont égaux , car l'angle IFD est le tiers de l'angle d'incidence BFG ou ABH ; mais , par la loi de la réfraction , l'angle OIE est à très-peu près la moitié de l'angle d'incidence EIK , ou de son égal FIB , qui est les $\frac{2}{3}$ de l'angle FBG : il est donc le tiers de FBG ou HBA , comme le précédent : les angles OIE , OEI , sont donc égaux ; d'où il suit que OE est égale à OI , qui elle-même est égale à DO , à cause de leur très-grande proximité. Ainsi DO , ou l'éloignement du foyer du globe de verre à sa surface , est la moitié du rayon ou le quart du diamètre. C. Q. F. T.

PROBLÈME XLIII.

Trouver le foyer d'une lentille quelconque de verre.

Nous pourrions faire ici un raisonnement semblable à celui que nous avons fait pour déterminer la route d'un rayon traversant une sphere de verre; mais, pour abréger, nous nous bornerons à donner une regle générale démontrée par les opticiens, & qui renferme tous les cas possibles des lentilles de verre, quelque combinaison qu'on fasse de convexités & de concavités. Nous en montrerons ensuite l'application, en parcourant quelques-uns des principaux cas. Voici cette regle.

Comme la somme des demi-diametres des deux convexités

*est à l'une des deux,
ainsi le diametre de l'autre
à la distance du foyer.*

Il y a dans l'usage de cette regle une attention à avoir. Lorsqu'une des faces du verre sera plane, il faut regarder le rayon de sa sphéricité comme infini; & lorsqu'elle sera concave, le rayon de la sphere dont cette concavité est partie, doit être regardé comme négatif. Ceux à qui l'algebre est tant soit peu familiere, nous entendront facilement.

1^{er} CAS. *Lorsque la lentille est également convexe des deux côtés.*

Soit, par exemple, le rayon de la convexité de chacune des faces, égal à 12 pouces. On aura, par la regle générale, cette proportion: comme la somme des rayons ou 24 pouces est à l'un des

P ij

228 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

deux ou à 12 pouces, ainsi le diamètre de l'un d'eux ou 24 pouces, à un quatrième terme qui est 12 pouces, distance du foyer; ce qui apprend qu'une lentille de verre, également convexe des deux côtés, réunit les rayons solaires, ou en général les rayons parallèles à son axe, à la distance du rayon d'une des deux sphéricités.

II^e CAS. Lorsque la lentille est inégalement convexe des deux côtés.

Que les rayons de ces convexités soient, par exemple, 12 & 24. On fera cette proportion : comme 12 plus 24 ou 36 sont à 12, rayon d'une des convexités, ainsi 48, diamètre de l'autre, est à 16; ou bien, comme 12 plus 24, ou 36, sont à 24, rayon d'une des convexités, ainsi le diamètre de l'autre 24 est à 16 : la distance du foyer sera donc de 16 pouces.

III^e CAS. Lorsque la lentille a un côté plan.

Soit d'un côté la même sphéricité que dans le premier cas. On dira donc, en appliquant la règle générale : comme la somme des rayons des deux sphéricités, sçavoir 12 & une grandeur infinie, est à l'une des deux ou cette grandeur infinie, ainsi 24, diamètre de l'autre convexité, est à un quatrième terme qui sera 24; car les deux premiers termes sont égaux, parce qu'une quantité infinie, augmentée ou diminuée d'une quantité finie, est toujours la même : donc les deux derniers termes sont aussi égaux : d'où il suit qu'un verre plan-convexe a son foyer à la distance du diamètre de sa convexité.

IV^e CAS. Lorsque la lentille est convexe d'un côté & concave de l'autre.

Que le rayon de la convexité soit encore 12

pouces , & que celui de la concavité soit 27. Comme une concavité est une convexité négative , ce nombre 27 doit être pris en l'affectant du signe — : on aura donc cette proportion ;

Comme 12 p. — 27 ou — 15 p. est au rayon de la concavité — 27, (ou comme 15 est à 27,) ainsi 24 p., diamètre de la convexité, est à $43\frac{1}{3}$. C'est la distance du foyer de cette lentille. Il est positif ou réel , c'est-à-dire que les rayons, tombants parallèlement à l'axe, se réuniront véritablement au-delà du verre. En effet, la concavité étant d'un diamètre plus grand que la convexité, elle doit faire moins diverger les rayons que cette convexité ne les fait converger. Mais si la concavité étoit d'un diamètre moindre, les rayons, au lieu de converger au sortir du verre, seroient divergents, & le foyer seroit au devant du verre. On l'appelle alors *virtuel*. En effet, que 12 soit le rayon de la concavité, & 27 celui de la convexité ; on aura, par la règle générale : comme 27 — 12 ou 15 est à 27, ainsi — 24 est à $-43\frac{1}{3}$. Ce dernier terme étant négatif, indique un foyer en avant du verre, & annonce que les rayons en sortiront divergents, comme s'ils venoient de ce point.

V^e CAS. Lorsque la lentille est concave des deux côtés.

Que les rayons des deux concavités soient 12 & 27 p. ; vous aurez cette proportion : comme — 12 — 27 est à — 27, ou comme 39 est à 27, ainsi — 24 est à $-16\frac{8}{13}$. Ce dernier terme étant négatif, annonce que le foyer n'est que virtuel, & que les rayons sortants du verre iront en diver-

P iij

330 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

geant , comme s'ils venoient d'un point situé à 16 p. $\frac{1}{3}$ au devant du verre.

VI^e CAS. *Lorsque la lentille est concave d'un côté & plane de l'autre.*

Que le rayon de la concavité soit encore 12 ; la regle donnera cette proportion ; comme — 12 plus une quantité infinie est à une quantité infinie , ainsi — 24 est à — 24 ; car une quantité infinie , diminuée , d'une quantité finie , reste toujours la même. Ainsi l'on voit que , dans ce cas , le foyer virtuel d'un verre plan-concave , ou le point d'où les rayons , après leur réfraction , paroissent diverger , est à la distance du diametre de la concavité , comme , dans le cas du verre plan-convexe , le point auquel ils convergent est à la distance d'un diametre.

Voilà tous les cas que peuvent présenter les verres lenticulaires ; car celui dans lequel on supposeroit les deux concavités egales , est contenu dans le cinquieme.

R E M A R Q U E.

On a supposé au reste , dans tous ces calculs , que l'épaisseur du verre étoit de nulle considération , relativement au diametre de la sphéricité ; ce qui est le cas le plus ordinaire ; car autrement ces déterminations seroient différentes.

Des Verres ardents.

Les verres lenticulaires fournissent un troisieme moyen de résoudre le problème déjà résolu par le secours des miroirs , sçavoir , de réunir les rayons du soleil de maniere à produire le feu & l'incen-

die. Car un verre de quelques pouces de diametre produit déjà une chaleur assez forte pour mettre le feu à l'amadou, au feutre, aux étoffes, au papier noir ou gris, &c.

Les anciens connoissoient à cet égard la propriété des globes de verre ; ils s'en servoient même quelquefois à cet usage. C'étoit probablement avec un globe de verre qu'on allumoit le feu de Vesta. Il y a eu à la vérité des gens qui ont prétendu prouver que c'étoit au moyen de verres lenticulaires qu'ils produisoient cet effet ; mais M. de la Hire a fait voir que cela étoit sans fondement, & que les verres ardents des anciens n'étoient que des globes de verre, conséquemment incapables d'un effet bien remarquable.

M. de Tschirnhausen, auteur du célèbre miroir dont nous avons parlé plus haut, l'est aussi du plus grand verre ardent qu'on eût encore vu. Ce gentilhomme & mathématicien Saxon, étant à portée des verreries de Saxe, parvint enfin à se procurer, vers l'an 1696, des glalles de verre assez épaisses & assez larges pour en tirer des verres lenticulaires de plusieurs pieds de diametre. Un entr'autres avoit 3 pieds environ de diametre, & mettoit, à la distance de 12 pieds, le feu à toutes les matieres combustibles. Son foyer avoit à cette distance environ un pouce & demi de diametre ; mais lorsqu'il étoit question de lui faire produire ses grands effets, on rétrécissoit, au moyen d'une seconde lentille parallele à la première, & placée à 4 pieds de distance, on rétrécissoit, dis-je, ce foyer de maniere qu'il n'avoit plus que 8 lignes de diametre ; alors il fondoit les métaux, & vitrifioit les cailloux, les thuiiles, les ardoises, la fayance, &c ; il produisoit enfin les

mêmes effets que les miroirs ardents dont nous avons parlé plus haut.

On a vu à Paris , il y a une vingtaine d'années , un verre lenticulaire semblable , qu'on seroit tenté de croire être celui de M. Tchirnhausen. Le verre en étoit jaunâtre & rayé , & celui à qui il appartenoit n'en demandoit pas moins de 12000 livres. Je doute qu'il ait trouvé des acheteurs.

On doit à M. de Bernieres , dont nous avons déjà parlé , le moyen d'avoir à moindres frais des verres propres à produire les mêmes effets. Au moyen de son invention pour courber les glâs , il donne à deux glâs ronds la courbure sphérique ; & ensuite , les appliquant l'une à l'autre , il remplit leur intervalle d'eau distillée ou d'esprit de vin. Ces verres , ou plutôt ces lentilles d'eau , ont le foyer un peu plus éloigné , & devroient , toutes choses égales , faire un peu moins d'effet ; mais la petite épaisseur du verre , & la transparence de l'eau , occasionnent moins de perte dans les rayons qui les traversent , qu'il n'y en a dans une lentille d'eau de plusieurs pouces d'épaisseur. Enfin il est incomparablement plus aisé de s'en procurer de cette forme , que de solides telles que celles de M. de Tchirnhausen. M. de Trudaine vient de faire exécuter à ses frais , par M. de Bernieres , une de ces loupes d'eau , de 4 pieds de diamètre , avec laquelle on a déjà fait quelques expériences physiques relatives à la calcination des métaux & d'autres substances. La chaleur qu'on s'est procurée par son moyen , est bien supérieure à celle de tous les miroirs & verres caustiques connus jusqu'à présent , ainsi qu'à celle de tous les fournaux. On doit attendre de-là de nouvelles découvertes en chymie,

Nous devons ajouter ici, qu'avec des lentilles à eau beaucoup moindres, M. de Bernieres a fondu les métaux, les pierres vitrifiables, &c.

PROBLÈME XLIV.

De quelques autres propriétés des verres lenticulaires.

1. SI un objet est extrêmement éloigné, en sorte qu'il n'y ait aucune proportion entre son éloignement & la distance du foyer du verre, il se peint au foyer du verre lenticulaire, une image de cet objet dans une situation renversée. Cette expérience est celle qui sert de base à la formation de la chambre obscure. C'est ainsi que les rayons du soleil ou de la lune se réunissent au foyer d'une lentille de verre, dans un petit cercle qui n'est autre chose que l'image du soleil même ou de la lune, comme il est aisé de s'en assurer.

2. A mesure que l'objet s'approche du verre, l'image formée par les rayons partis de cet objet, s'éloigne du verre, en sorte que lorsque l'objet est éloigné du double de la distance du foyer, l'image se peint précisément au double de cette distance; s'il continue de s'en approcher, l'image s'éloigne de plus en plus; & lorsque l'objet est au foyer, il ne se peint plus d'image; car c'est à une distance infinie qu'elle est censée se former: ainsi, dans ce cas, les rayons tombés en divergeant de chaque point de l'objet sur le verre, sont rompus de manière qu'ils sont renvoyés parallèlement.

En général voici la manière de déterminer la distance de la lentille où se forme l'image de l'objet. Pl. II, Soit DE la distance de l'objet OC au verre, EF fig. 39.

234 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

celle du foyer du verre. Faites comme FD à FE ; ainsi EF à EG , en prenant EG de l'autre côté du verre , lorsque ED est plus grande que EF ; ce point G sera celui de l'axe auquel répondra l'image du point D de l'objet qui est dans l'axe.

D'où il est aisé de voir que , lorsque la distance de l'objet au foyer est nulle , la distance EG doit être infinie , c'est-à-dire qu'il ne sçauroit y avoir d'image.

On doit aussi remarquer que , lorsque EF est plus grande que ED , ou que l'objet est entre le verre & le foyer , la distance EG doit être prise en sens contraire , ou en deçà du verre , comme Eg ; ce qui indique que les rayons partis de l'objet , au lieu de peindre une image au-delà du verre , divergent comme s'ils partoient d'un objet placé en g .

Des Lunettes d'approche ou Télescopes , tant de réfraction que de réflexion.

Parmi les inventions optiques , il n'en est aucune qui ne le cede à celle des télescopes ou lunettes d'approche ; car , sans parler des utilités nombreuses que présente dans l'usage vulgaire ce merveilleux instrument , c'est à lui que nous devons les découvertes les plus intéressantes dans les astres. C'est par son moyen que l'esprit humain est parvenu à s'élever jusques dans ces régions inaccessible aux hommes , & à y démêler les faits principaux qui servent de base à la physique céleste.

La première lunette fut inventée vers l'an 1609 , en Hollande. Il y a beaucoup d'incertitude sur le nom de l'inventeur , & sur la manière dont il y parvint. On peut voir cette discussion dans l'*Hif-*

toire des Mathématiques. Il nous suffira ici de donner une idée des différentes espèces de lunettes, & de la manière dont elles produisent leur effet. Il y en a de réfraction & de réflexion.

Des Lunettes de réfraction.

1. La première espèce de lunette, & la plus communément en usage, est composée d'un verre convexe qui est appelé *objectif*, parceque c'est celui qui est tourné vers les objets ; & d'un verre concave qu'on appelle *oculaire*, parcequ'il est le plus voisin de l'œil. Ils doivent être disposés de manière que le foyer postérieur de l'objectif coïncide avec le foyer postérieur du verre concave. Au moyen de cette disposition, l'objet paroît grossi dans le rapport de la distance du foyer de l'objectif à celle du foyer de l'oculaire. Ainsi, le foyer de l'objectif étant à 10 pouces de distance, & l'oculaire ayant le sien à un pouce, l'instrument aura 9 pouces de longueur, & grossira les objets 10 fois.

Cette sorte de lunette d'approche est appelée *batavique*, à cause du lieu de son invention, ou de *Galilée*, parceque ce grand homme en ayant entendu parler, & s'étant mis à combiner des verres, y parvint de son côté, & fit par son moyen les découvertes dans le ciel qui l'ont immortalisé. On ne fait au reste aujourd'hui, suivant cette combinaison, que des lunettes très-courtes, parcequ'elles ont le défaut d'avoir un champ très-étroit, pour peu qu'elles aient de longueur.

2. La seconde espèce de lunette est appelée *astronomique*, parceque les astronomes s'en ser-

236 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

vent principalement. Elle est composée de deux verres convexes, disposés de manière que le foyer postérieur de l'objectif & le foyer antérieur de l'oculaire, coïncident ensemble, ou soient très-voisins. L'œil doit être placé à une petite ouverture, éloignée de l'oculaire d'environ la distance de son foyer. Alors il appercevra un champ assez vaste, & verra les objets renversés, & grossis dans le rapport des distances des foyers de l'objectif & de l'oculaire. Ainsi, en prenant encore pour exemple les proportions ci-dessus, le télescope astronomique aura 12 pouces de longueur, & grossira dix fois.

On peut, suivant cette combinaison de verres, faire des lunettes très-longues. Il est commun aux astronomes d'en employer de 12, 15, 20, 30 pieds de longueur. M. Huygens s'en étoit fait une de 123 pieds, & Hevelius en avoit une de 140. Mais la difficulté de se servir de lunettes aussi longues, à cause du poids & de la flexion des tuyaux, y a fait aujourd'hui renoncer pour un autre instrument plus commode. M. Hartsoecker avoit fait un objectif de 600 pieds de foyer, qui auroit produit un effet extraordinaire s'il lui eût été possible de s'en servir. Cela n'est cependant pas absolument impossible par des moyens que j'ai dans la tête, & que je communiquerai quelque jour.

3. L'incommodité des lunettes bataviques, qui ne laissent voir qu'une petite quantité d'objets à-la-fois, & celle de la lunette astronomique qui les représente renversés, a fait imaginer une troisième disposition de verres tous convexes, qui représente les objets droits, qui a le même champ que la lunette astronomique, & qui est par conséquent propre pour les objets terrestres: aussi appelle-t-on

cette lunette du nom de *terrestre*. Elle est composée d'un objectif convexe, & de trois oculaires égaux. Le foyer postérieur de l'objectif coïncide à l'ordinaire avec l'antérieur du premier oculaire ; le foyer postérieur de celui-ci coïncide pareillement avec le foyer antérieur du second, & de même le foyer postérieur de celui-ci avec l'antérieur du troisième oculaire, au foyer postérieur duquel l'œil doit être placé. L'instrument grossit toujours dans le rapport des distances des foyers de l'objectif & de l'un des oculaires. Mais il est aisé de voir que la longueur est augmentée de quatre fois la distance du foyer de l'oculaire.

4. On pourroit aussi, avec deux oculaires seulement, redresser l'apparence des objets : il faudroit, pour cela, que le premier oculaire fût éloigné du foyer de l'objectif de deux fois la distance de son foyer, & qu'à deux fois cette même distance, fût placé le foyer antérieur du second oculaire. Voilà une lunette terrestre à trois verres. Mais l'expérience a appris que cette disposition déforme un peu les objets ; ce qui y a fait renoncer.

5. On a enfin proposé des lunettes à cinq verres. Cette disposition a été imaginée pour plier, pour ainsi dire, par degrés les rayons, & éviter les inconvénients d'une trop forte réfraction qui se fait tout-à-coup au premier oculaire, comme aussi d'augmenter le champ de la vision. J'ai même ouï parler de quelques lunettes de ce genre qui avoient eu un grand succès ; mais je ne vois pas que l'usage ait adopté cette combinaison.

6. Il y a quelques années qu'on a imaginé une nouvelle espèce de lunette, à laquelle on donne le nom d'*achromatique*, parcequ'on y a corrigé les

défauts des autres lunettes à réfraction, défauts qui naissent de la différente réfrangibilité de la lumière, laquelle produit dans les lunettes ordinaires les couleurs & la confusion. Ces lunettes ne diffèrent des autres qu'en ce que l'objectif, au lieu d'être formé d'un seul verre lenticulaire, est composé de deux ou trois, qui sont de différents verres que l'expérience a appris disperser inégalement les rayons différemment colorés qui composent la lumière. L'un de ces verres est un verre cristallin, que les Anglois nomment *crown-glass*; & l'autre est un verre mélangé de verre métallique : les Anglois l'appellent *flint-glass*. Cet objectif, composé suivant les dimensions déterminées par les géomètres, peint à son foyer une image beaucoup plus distincte que les objectifs ordinaires; ce qui permet de se servir d'oculaires beaucoup plus petits sans nuire à la distinction, & c'est ce que l'expérience confirme. On appelle aussi ces lunettes, *lunettes à la Dollond*, parceque c'est cet artiste Anglois qui en est l'inventeur. Il fait par ce moyen des lunettes d'une longueur médiocre, qui équivalent à d'autres beaucoup plus considérables; & l'on débite sous son nom de petites lorgnettes un peu plus longues que celles d'opéra, avec lesquelles on peut appercevoir les Satellites de Jupiter. M. Anthéaume a fait à Paris, d'après les dimensions données par M. Clairaut, une lunette achromatique de 7 pieds de foyer, qui, comparée à une ordinaire de 30 à 35 pieds, produisoit le même effet.

Cette invention permet d'espérer qu'on fera quelque jour dans le ciel des découvertes qui paroissent, il y a peu d'années, fort éloignées de toute possibilité. Peut-être viendra-t-on à bout de

reconnoître dans la lune des traces d'habitation & d'animaux, des taches dans Mercure & Saturne; le Satellite de Vénus, si souvent vu, & si souvent perdu de vue.

Pour donner une idée sensible de la manière dont les lunettes grossissent l'apparence des objets, nous prendrons pour exemple celle qu'on appelle *astronomique*, comme étant la plus simple. On n'aura pas de peine à la concevoir, si l'on se rappelle qu'une lentille de verre convexe peint à son foyer une image renversée des objets qui sont à une grande distance. L'objectif de la lunette formera donc derrière lui, à la distance de son foyer, une image renversée de l'objet vers lequel il sera tourné. Or, par la construction de l'instrument, cette image est au foyer antérieur de l'oculaire auquel l'œil est appliqué; conséquemment l'œil l'apercevra distinctement; car c'est une chose connue, qu'un objet étant placé au foyer d'un verre lenticulaire ou tant soit peu en deçà, on le voit distinctement à travers ce verre & dans le même sens. L'image de l'objet qui en tient lieu ici étant donc renversée, l'oculaire à travers lequel on la regarde ne la redressera pas, & l'on verra conséquemment l'objet renversé.

Quant à la grandeur, on démontre que l'angle sous lequel on voit cette image, est à celui sous lequel on voit l'objet, de la même place, comme la distance du foyer de l'objectif à celle du foyer de l'oculaire: de-là vient l'amplification de l'objet.

Dans les lunettes terrestres, les deux premiers oculaires ne font que retourner l'image; ainsi cette lunette doit représenter les objets droits. Mais en voilà assez sur les lunettes à réfraction. Passons à celles de réflexion.

Des Télescopes à réflexion.

Il suffit d'avoir bien connu la manière dont les lunettes ordinaires représentent les objets, pour concevoir qu'on peut produire le même effet par la réflexion; car un miroir concave peint à son foyer, comme une lentille convexe, une image des objets éloignés. Si donc on trouve le moyen de réfléchir cette image sur le côté ou en arrière, de manière qu'on puisse la faire tomber au foyer d'un verre convexe, & la regarder au travers de ce verre, on aura un télescope de réflexion. Il n'est donc pas étonnant qu'avant Newton, & dès le temps de Descartes & Mersenne, on ait proposé cette espèce de télescope.

Mais Newton y fut conduit par des vues particulières : il cherchoit à remédier au défaut de distinction des images peintes par des verres, défaut qui vient de la différente réfrangibilité des rayons de la lumière qui se décomposent. Tout rayon, de quelque couleur qu'il soit, ne se réfléchissant que sous un angle égal à celui d'incidence, l'image est infiniment plus distincte, & mieux terminée dans toutes ses parties. Il est aisé d'en faire l'épreuve avec un miroir concave. Cela permettoit donc de lui appliquer un oculaire beaucoup plus petit, d'où devoit naître une augmentation beaucoup plus grande; & l'expérience a vérifié ce raisonnement.

M. Newton n'a jamais construit de télescopes que d'une quinzaine de pouces de longueur. Suivant sa construction, le miroir occupoit le fond du tube, & réfléchissoit vers son orifice l'image de l'objet. Vers cet orifice étoit placé un miroir plan, sçavoir, la base d'un petit prisme isoscele rectangle,

rectangle, étamée, & inclinée à l'axe de 45° . Ce petit miroir réfléchissoit l'image sur le côté où le tube étoit percé, & où étoit adaptée une lentille de verre d'un foyer très-court, qui étoit l'oculaire. On regardoit donc de côté l'objet, chose commode dans bien des circonstances. M. Hadley, écuyer, & de la Société royale de Londres, fabriqua en 1723 un télescope de cette espèce, de 5 pieds de longueur, qu'on trouva faire le même effet que la lunette de 123 pieds, donnée à la Société royale par Huygens.

Les télescopes à réflexion, qui sont les plus usités aujourd'hui, sont un peu différemment construits. Au fond du tube est le miroir concave, qui est percé dans son milieu d'un trou rond. Vers le haut du tube est un miroir, quelquefois plan, tourné directement vers le fond, qui, recevant l'image vers le milieu de la distance du foyer, la réfléchit en bas près du trou du miroir objectif. A ce trou une lentille d'un court foyer est appliquée, & sert d'oculaire; ou, si l'on veut redresser l'objet comme pour voir les objets terrestres, on y adapte trois oculaires dans une disposition semblable à celle des lunettes terrestres.

On a un télescope qui grossit encore beaucoup davantage, de cette manière. Le miroir objectif est, comme dans tous les autres, au fond, & percé de son trou central pour faire place à l'oculaire. Au haut du tube est un miroir concave, d'un foyer moindre que l'objectif, & tellement disposé, que la première image se peint tout près de son foyer, & un peu plus loin de sa surface que n'est le foyer. Cela produit une autre image au-delà du centre, qui est d'autant plus grande, que la première est plus près du foyer : cette

Tome II.

Q

242 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

image vient se peindre très-près du trou du miroir objectif, où l'oculaire est adapté comme à l'ordinaire.

Cette sorte de télescope à réflexion s'appelle *grégorienne*, parceque Grégori l'avoit proposée, même avant que Newton eût imaginé la sienne. C'est aujourd'hui la plus usitée.

Il y a encore celle de Casségrain, qui emploie un miroir convexe pour agrandir l'image formée par le premier miroir concave. M. Smith y a trouvé des avantages qui l'ont engagé à l'analyser dans son *Optique*. Casségrain étoit un artiste François, qui proposoit cette construction vers l'an 1665, & à peu près dans le même temps que Grégori proposoit la sienne. Il est certain que la longueur du télescope est considérablement raccourcie par ce moyen.

Les Anglois ont été pendant long-temps dans la possession exclusive de réussir à ce genre d'ouvrage. C'est en effet un art très-difficile que celui de la composition & du polissage des miroirs de métal, nécessaires pour ces instruments. M. Passément, célèbre artiste François, & les freres Paris & Gonichon, opticiens de Paris, sont les premiers qui leur aient dérobé cette industrie. Ils ont fait les uns & les autres un grand nombre de télescopes de réflexion, dont quelques-uns même d'une longueur assez considérable, comme de 5 & 6 pieds. Parmi les Anglois, aucun artiste ne s'est distingué à cet égard comme M. Short, & n'a fait de télescopes aussi longs; car, outre plusieurs télescopes de 4, 5, 6 pieds de longueur, il en a fait un de 12 pieds anglois, qui appartenoit, il y a une vingtaine d'années, au médecin du milord Maclesfield. En y appliquant la lentille du

plus court foyer qu'il puisse comporter, il grossit environ 1200 fois. Aussi dit-on que les Satellites de Jupiter y ont un diamètre apparent sensible. Au reste, ce télescope n'existe plus, à ce que j'ai ouï dire, le miroir objectif s'étant égaré.

Le plus long de tous les télescopes à réflexion qui aient été exécutés, est sans contredit celui qu'on voit au Cabinet de physique & d'optique du Roi, à la Meute, & qui est l'ouvrage de dom Noël, religieux Benédicte, garde & démonstrateur de ce Cabinet. Il avoit commencé à y travailler long-temps avant d'être à la tête de cet établissement, où il l'a achevé, & où il n'a tenu qu'aux curieux de le voir, & de contempler le ciel par son moyen. Il est monté sur une espèce de piédestal mobile ; & il reçoit, malgré son poids énorme, son mouvement dans tous les sens, par une mécanique fort bien entendue, & que peut mener l'observateur même : mais ce n'est là que des accessoires. Ce qu'il seroit intéressant de sçavoir, c'est son degré de bonté, & s'il produit un effet proportionné à sa longueur, ou au moins considérablement plus grand qu'un des meilleurs & des plus longs télescopes à réflexion, fabriqués avant celui-là ; car on sçait assez que les effets de ces instrumens, en leur supposant même degré de perfection dans le travail, ne croît pas en proportion de la longueur. La lunette de 123 pieds d'Huygens, quoiqu'excellente, puisqu'il crut devoir en faire un présent à la Société royale de Londres, ne produisoit pas un effet quadruple d'une excellente lunette de 30 pieds ; & il en doit être de même des télescopes à réflexion, où les difficultés du travail sont encore plus grandes ; en sorte que si un télescope de 24 pieds produisoit

Q ij

244 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

une moitié en fus de l'effet d'un autre de 12 pieds , ou seulement le double d'un de 6 pieds , je crois qu'on devroit le regarder comme un bon ouvrage , & un pas de plus vers la perfection de l'art.

J'ai ouï dire qu'il n'avoit pas tenu à dom Noël de faire cette comparaison , & le moyen qu'il proposoit est fort raisonnable. Il y a long-temps que je le regarde comme l'unique qui soit propre à comparer de pareils instruments: C'est de fixer , à une distance de plusieurs centaines de toises , des caractères imprimés de toute dimension , & composans des mots barbares & sans aucun sens , afin que l'on ne puisse s'aider d'un ou de deux mots entrevus pour deviner le reste. Le télescope par le secours duquel on lira les caractères les plus menus , sera incontestablement le plus parfait. J'ai vu au dôme des Invalides des affiches semblables , que dom Noël y avoit fixées pour faire cette comparaison. Mais , malheureusement , de pareils instruments ne peuvent guere se rapprocher : il faudroit donc , sans déplacer ces instruments , fixer à une distance convenue de chacun , des caractères imprimés tels qu'on vient de dire , & que des personnes choisies & nommées à cet effet , se transportassent dans les divers observatoires , en des temps absolument semblables , & examinassent quels caractères l'on pourroit lire avec chaque télescope. Ce moyen pourroit fournir une réponse positive à la question ci-dessus.

J'aurois fort désiré pouvoir considérer Jupiter & Saturne avec le télescope de dom Noël ; car , ayant bien nettement imprimé dans l'esprit le degré de distinction avec lequel on apperçoit quelques détails des apparences de ces planetes , dans les meilleurs télescopes que j'ai eu occasion de

voir dans mes divers voyages en Europe, j'aurois pu me former pour moi-même une idée de ce qu'on doit penser de celui de dom Noël ; mais un voyage précipité m'a empêché de satisfaire ma curiosité à cet égard : j'espère le faire à mon premier voyage à Paris.

PROBLÈME XLV.

Construction d'une lunette par laquelle on peut considérer un objet différent de celui auquel on paroît mirer.

COMME il est impoli de lorgner avec attention une personne, on a imaginé en Angleterre une sorte de lorgnette, au moyen de laquelle, en paroissant considérer un objet, on en regarde réellement un autre. La construction de cet instrument, bien fait pour avoir été imaginé à Paris, est fort simple.

Adaptez au devant d'une lorgnette d'opéra, Pl. II, dont l'objectif devient inutile, un tuyau percé fig. 40. d'un trou latéral, le plus large que le comportera le diamètre de ce tuyau. Au devant de ce trou soit placé un miroir incliné à l'axe du tuyau d'un angle de 45° , & ayant sa surface réfléchissante tournée du côté de l'objectif. Il est évident que, quand on dirigera cette lunette vis-à-vis soi, l'on n'apercevra qu'un des objets latéraux, savoir, celui qui se trouvera situé aux environs de la ligne tirée de l'œil dans la direction de l'axe de la lunette, & réfléchi par le miroir. Cet objet paroîtra droit, mais transposé de droite à gauche. Au reste, pour mieux déguiser l'artifice, il convient de laisser le devant de la lunette garni d'un

Q iii

246 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

verre plan , qui figurera un objectif placé à la manière ordinaire.

Cet instrument , qui n'est pas bien commun en France (a), seroit fort utile pour satisfaire sa curiosité au spectacle , sur-tout si le miroir étoit susceptible d'être plus ou moins incliné ; car tandis qu'on paroîtroit regarder le théâtre , on pourroit , sans affectation , & sans violer les loix de la politesse , considérer & analyser une figure intéressante placée dans les loges. Falloit-il que la gloire d'avoir découvert un instrument si précieux , fût ravie par l'Angleterre à la nation Françoisse !

Il faut pourtant dire que l'idée de cette instrument n'est pas extrêmement neuve ; il y a déjà long-temps que le fameux Hévelius , qui apparemment craignoit les coups de fusil , (cela est au reste permis à un astronome ,) avoit proposé son *polémoscope* , ou lunette à voir à couvert & sans danger des opérations de guerre , & sur-tout de siege. C'étoit un tube à double coude , dans chacun desquels se trouvoit un miroir plan ; incliné de 45° . On dressoit sur le parapet du côté de l'ennemi la première partie du tube ; l'image réfléchie par le premier miroir incliné , enfiloit le tube perpendiculaire , & rencontrant le second miroir , en étoit réfléchie horizontalement du côté de l'oculaire , près duquel l'œil étoit placé convenablement : on voyoit par-là , à l'abri d'un bon parapet , ce que faisoit l'ennemi au dehors de la place. Le plus grand danger étoit d'avoir son objectif cassé par une balle ; ce qui étoit assurément un danger bien léger & bien éloigné.

(a) On peut en trouver à Paris , chez Sayde , opticien du Roi , vis-à-vis la statue de Henri IV , sur le Pont-Neuf.

Des Microscopes.

Ce que la lunette d'approche a été pour la physique céleste, le microscope l'est pour la physique sublunaire; car c'est par le secours de ce dernier instrument qu'on est venu à bout de découvrir un ordre d'êtres qui échappent à nos sens, & de pénétrer dans la contexture de divers corps; enfin, de reconnoître des phénomènes qui se passent uniquement entre les parties les plus insensibles de la matière. Rien de si curieux que les faits dont le microscope a mis à portée de s'assurer. Mais qu'il reste encore à faire à cet égard!

Il y a deux sortes de microscope, le simple & le composé; nous allons en parler successivement, en commençant par le premier.

PROBLÈME XLVI.

Construction du Microscope simple.

I. TOUTE lentille convexe de verre, d'un foyer très-court, est un microscope; car l'on démontre qu'une lentille de verre grossit l'objet dans le rapport de la distance de son foyer, à la moindre de celles où l'objet doit être placé pour être vu distinctement; ce qui, pour la plupart des hommes non-myopes, est à environ 8 pouces. Ainsi une lentille dont le foyer est de 6 lignes, grossira 16 fois l'une des dimensions de l'objet; si elle n'avoit qu'une ligne de foyer, elle la grossiroit 96 fois.

II. Il est difficile de fabriquer une lentille de verre d'un si court foyer, car il faudroit que le rayon de chacune de ses convexités fût seulement d'une ligne; ce qui seroit difficile dans l'exécution: c'est pourquoi on leur substitue de petits globules de verre, fondus à la lampe d'é-

Q iv

248 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

mailleur ou à la lumière d'une bougie. Voici comment on s'y prend.

On égrise du verre bien net & bien transparent, soit avec un égrisoir, soit avec les dents d'une clef; on prend ensuite, avec la pointe d'une aiguille un peu humectée de salive, un de ces fragments qui s'y attachent, & on le présente à la flamme bleue d'une bougie, qu'on tient un peu inclinée, afin que ce morceau de verre ne tombe pas dans la cire. A peine y est-il présenté qu'il se fond, s'arrondit en globule, & tombe: ainsi il faut avoir au dessous un papier avec un rebord, afin que le globule soit retenu.

Il faut remarquer qu'il y a des espèces de verre qui se fondent difficilement: dans ce cas, il faut en choisir une autre. Les morceaux de tuyau de barometre qui viennent de Normandie, les fragments d'aigrettes, sont d'une fusibilité facile.

Parmi les globules ci-dessus, choisissez les plus nets & les plus ronds; prenez ensuite une lame de cuivre, de 5 à 6 pouces de longueur & de 6 lignes de largeur, que vous repliez en deux; vous les percerez d'un trou un peu moindre que le diamètre du globule, & vous en ébarbez les bords; enfin engagez un des globules dans ce trou entre les deux lames, & liez le tout solidement: vous aurez un microscope simple.

Comme il est aisé d'avoir des globules de $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$ de ligne de diamètre, & que le foyer d'un globule de verre est à un quart de son diamètre en dehors, on a, par ce procédé, un moyen de grossir énormément les objets: car si le globule n'a que $\frac{1}{2}$ ligne de diamètre, si l'on fait ce rapport; comme les $\frac{1}{4}$ d'une demi-ligne ou les $\frac{1}{8}$ font à 96 lignes, ainsi 1 est à 153; ce nombre 153 exprimera l'augmen-

tation du diametre de l'objet ; ce qui fera en surface 23409 fois, & en solidité 3581677 fois.

Le célèbre Lewenhoeck, fameux par ses observations microscopiques, n'a jamais employé d'autres microscopes. Il est néanmoins certain qu'ils sont sujets à beaucoup d'incommodités, & l'on ne peut guere s'en servir que pour des objets transparents, ou au moins demi-transparentes ; car on sent aisément qu'il n'est pas possible d'éclairer la surface qu'on considere autrement que par derriere. Quoi qu'il en soit, Lewenhoeck s'en est servi pour faire une foule d'observations curieuses, qu'on verra dans le détail des observations microscopiques.

III. Voici un autre microscope bien plus simple ; c'est le microscope d'eau de M. Gray.

On prend une lame de plomb, de $\frac{1}{3}$ de ligne d'épaisseur au plus ; on y fait un trou rond avec une aiguille ou une grosse épingle, & on l'ébarbe ; on met ensuite dans ce trou, avec la pointe d'une plume, une petite goutte d'eau : ses deux surfaces antérieure & postérieure s'y arrondissent en convexités sphériques, & voilà un microscope fait.

Le foyer d'un pareil globule est un peu plus éloigné que celui d'un globule égal de verre ; car le foyer d'un globule d'eau est à la distance du rayon en dehors. Ainsi un globule d'eau de $\frac{1}{2}$ ligne de diametre, ne grossira que 128 fois ; mais cela est bien compensé par la facilité de s'en procurer d'un diametre aussi petit que l'on veut.

Si l'on se sert d'une eau dans laquelle on ait fait infuser à l'air des feuilles, du bois, du poivre, de la farine, ce microscope sera à-la-fois l'objet & l'instrument ; car on verra, par ce moyen, les petits animaux microscopiques que cette liqueur contiendra. M. Gray fut fort étonné la premiere

fois qu'il vit pareille chose. Il fit ensuite réflexion que la surface postérieure de la goutte faisoit à l'égard de ceux de ces animaux qui se trouvoient entr'elle & son foyer, l'effet d'un miroir concave qui grossissoit d'abord leur image, laquelle étoit encore grossie par l'espece de lentille convexe de la surface antérieure. Telle est la cause de ce phénomène.

IV. On peut encore avoir à moindre frais un microscope : il faut percer, pour cet effet, dans une carte ou une lame de métal très-mince, un trou d'un quart ou d'un cinquieme de ligne de diametre : vous pourrez voir par ce moyen des objets extrêmement petits, & ils vous paroîtront grossis en raison de leur distance à l'œil, à celle où l'on apperçoit distinctement l'objet avec l'œil nu.

On a fort vanté dans un journal de Trevoux cette espece de microscope ; mais, je l'avoue, je n'ai guere pu voir distinctement, par de pareils trous, de petits objets qu'à un pouce ou un demi-pouce de distance ; aussi ne me paroissent-ils pas extrêmement grossis.

PROBLÈME XLVII.

Des Microscopes composés.

LE microscope composé est formé d'un objectif, qui est une lentille d'un très-court foyer, comme de 6 ou 4 lignes. A la distance de quelques pouces, comme de 6 à 8, est un oculaire d'une couple de pouces de foyer. L'objet doit être placé un peu au-delà du foyer de l'objectif, & l'œil éloigné de l'oculaire à peu près à la distance de son foyer. Ayant une combinaison de verres semblable, si vous approchez doucement l'objet

de l'objectif, il y aura un point où vous le verrez considérablement grossi.

Le mécanisme de cet effet est aisé à concevoir. L'objet placé un peu au-delà du foyer de l'objet, peint, comme on l'a vu plus haut, à plusieurs pouces de distance derrière le verre, une image qui est à l'objet, comme la distance de cette image au verre est à celle de l'objet à ce même verre. Cette image étant placée au foyer de l'oculaire, qui n'est que de quelques pouces, est aperçue distinctement, & encore augmentée par cet oculaire : ainsi elle doit paroître considérablement grossie.

Que l'objectif soit, par exemple, de 4 lignes de foyer, & que l'objet en soit à $4\frac{1}{4}$ lignes ; l'image se formera, par le problème, à 64 lignes de distance, ou 5 pouces 4 lignes : ainsi elle sera 15 fois aussi grande que l'objet ; car 64 est à peu près à $4\frac{1}{4}$, comme 15 est à 1. Que l'oculaire au foyer duquel se peint cette image ait 2 pouces de foyer, il grossira environ quatre fois : multipliez 15 par 4, vous aurez 60 : ce sera le nombre de fois que l'objet paroîtra grossi en diamètre.

Si vous voulez qu'il paroisse moins grossi, éloignez graduellement l'objet de l'objectif, & rapprochez l'oculaire ; vous verrez l'objet moins gros, mais plus distinct.

Au contraire, si vous voulez le grossir davantage, avancez insensiblement l'objet vers l'objectif, ou l'objectif de l'objet, & éloignez l'oculaire ; vous verrez l'objet d'autant plus gros. Mais il y a des limites au-delà desquelles on ne voit plus que confusion.

Au lieu d'un seul oculaire, on se sert quelquefois, pour augmenter le champ de la vision, d'un double oculaire, dont le premier verre est de 4 à 5 pouces

252 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

de foyer, & le second beaucoup moindre ; mais c'est toujours la même chose. L'image du petit objet doit être placée à l'égard de cet oculaire composé, au même point où devroit être un objet pour être aperçu distinctement au travers.

On pourroit se servir d'un oculaire concave, en faisant ensorte que son foyer postérieur coïncidât avec l'image ; ce seroit une espece de microscope analogue à la lunette batavique, & qui auroit le même inconvénient, sçavoir, celui de n'avoir qu'un champ très-étroit.

Il y a aussi des microscopes comme des télescopes de réflexion : le principe en est le même. Un très-petit objet, placé fort près du foyer d'un miroir concave, & en-deçà à l'égard du centre, peint une image au-delà du centre, laquelle est d'autant plus grande qu'il est plus près du foyer. Cette image est considérée avec une lentille convexe, & l'on peut se servir ici d'un oculaire de foyer beaucoup plus court ; ce qui contribue d'autant plus à l'amplification de l'objet.

On peut voir toute cette matiere des microscopes, traitée à fond dans le *Microscope mis à la portée de tout le monde*, ouvrage très-curieux, & traduit de l'anglois de Baker : il se trouve chez Jombert. On peut aussi consulter la IV^e Partie de l'*Optique* de Smith, nouvellement traduite de l'anglois. On verra dans ces ouvrages, & surtout dans le premier, une infinité de détails curieux sur la maniere d'employer ces microscopes, & sur les observations faites par leur moyen. Voyez aussi les *Essais de Physique* de Mussenbroeck.

Notre dessein est de faire connoître les observations les plus curieuses qu'on a faites à l'aide du microscope : mais, pour ne pas interrompre notre

sujet, nous les renverrons à la fin de cette partie de notre ouvrage.

PROBLÈME XLVIII.

Maniere fort simple de juger de la grandeur réelle des objets vus dans le microscope.

IL est souvent utile, & c'est du moins toujours un objet de curiosité, de connoître la grandeur réelle de certains objets qu'on examine au moyen du microscope : voici un moyen fort simple & très-ingénieux, de l'invention du docteur Jurin, ancien secrétaire de la Société royale de Londres, & physicien célèbre.

Prenez du fil d'argent trait, aussi délié qu'il est possible, & enroulez-le, aussi serré que vous le pourrez, sur un petit cylindre de fer ayant quelques pouces de longueur. Il faudra examiner avec le microscope s'il n'y a point de vuide : vous connoîtrez par-là avec beaucoup de précision le diametre de ce fil d'argent. Car, supposons qu'il y en eût 520 tours dans l'espace d'un pouce, il est évident que le diametre de ce fil seroit la $\frac{1}{520}$ partie d'un pouce, mesure qu'aucune autre maniere ne sçauroit donner.

Coupez ensuite en très-petits morceaux ce fil d'argent, & dispersez-en une certaine quantité sur la platine objective, celle sur laquelle on place les objets à examiner : vous verrez ces fils dans le microscope, & vous jugerez aisément du rapport de grosseur des objets que vous considérerez, avec le rapport de ces fils ; d'où vous conclurez la dimension de ces objets.

C'est par un procédé semblable que M. Jurin a déterminé la grosseur des globules qui donnent

254 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

au sang sa couleur rouge. Il trouva d'abord que le diamètre de son fil d'argent étoit la 485^e partie d'un pouce ; & il jugea ensuite , par comparaison , que le diamètre d'un globule rouge du sang étoit le quart de celui du fil ci-dessus ; d'où il conclut que le diamètre de ce globule étoit la 1440^e partie d'un pouce.

PROBLÈME XLIX.

Construire un tableau magique , ou tel qu'étant vu dans un certain point & à travers un verre , il présentera un objet tout différent de celui qu'on verra à l'œil nu.

COMME ce problème optique se résout au moyen d'un verre à facettes , nous allons d'abord donner une idée de ces sortes de verres.

Les verres à facettes sont des verres lenticulaires , ordinairement plans d'un côté , & de l'autre taillés à plusieurs faces en forme de polyedres. Tel est celui représenté par les fig. 41 & 42 , de côté & de face , il est composé d'une facette plane & enneagonale au centre , & de six trapezes rangés à la circonférence.

Pl. 12,
fig. 41, 42. Ces verres ont la propriété de représenter autant de fois le même objet qu'il y a de facettes ; car , supposant cet objet O , il envoie des rayons sur toutes les faces du verre , AD , DC , CB. Ceux qui traversent la facette DC , passent comme à travers une glasse plane interposée entre l'œil & l'objet ; mais les rayons tombants de O sur la facette AD inclinée , éprouvent une double réfraction qui les fait converger vers l'axe OE , à peu près comme ils feroient s'ils tomboient sur la surface sphérique dans laquelle le verre polyedre se-

roit inscrit. L'œil étant placé au point commun de concours, il apperçoit le point O en « dans la prolongation du rayon EF ; conséquemment on verra encore une image du point O différente de la première. La même chose ayant lieu à l'égard de chaque facette, on verra l'objet autant de fois qu'il y en a dans le verre, & en des lieux différents.

Maintenant, si on suppose un point lumineux dans l'axe du verre, & à une distance convenable, tous les rayons qui tomberont sur une facette, iront peindre, après une double réfraction, sur un carton blanc perpendiculaire à l'axe prolongé, une image de cette facette plus ou moins grande, & qui à une certaine distance sera renversée. Conséquemment, si, au lieu du point lumineux, nous supposons l'œil, & que cette image soit elle-même lumineuse ou colorée, les rayons partants de cette image ou partie du carton, aboutiront à l'œil ; & ils seront les seuls qui y parviendront, après avoir éprouvé une réfraction sur cette même facette : & faisant un pareil raisonnement pour toutes les autres, il est aisé de voir que l'œil étant placé à un point fixe, il verra par chaque facette une certaine portion seulement du carton, & que toutes ensemble rempliront le champ de la vision, quoique détachées sur le carton ; ensorte que si sur chacune est peinte une certaine partie d'un tableau régulier & continu, toutes ensemble représenteront ce tableau même. L'artifice du tableau magique proposé, consiste donc, après avoir fixé le lieu de l'œil, celui du verre & le champ du tableau, à déterminer les portions de ce tableau qui seules seront vues au travers du verre ; à peindre sur chacune la portion déterminée & convenable d'un tableau donné, d'un portrait, par exem-

256 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

ple, en sorte que, réunies ensemble, il en résulte ce portrait même ; à remplir enfin le reste du champ du tableau de ce qu'on voudra, en raccordant le tout ensemble de manière qu'il en résulte un tableau régulier.

Tel est le principe de ce jeu optique. Entrons à présent dans les détails de la pratique.

Pl. 12, fig. 43. La fig. 43 représente une table ABCD, à l'extrémité de laquelle est adaptée perpendiculairement & fixément une planche garnie de deux rainures, qui servent à y glisser une planchette, garnie à sa surface antérieure d'une feuille de papier blanc, ou d'une toile à peindre. C'est-là le champ du tableau à exécuter. EDH est un support vertical, qui doit être susceptible d'être approché ou éloigné de ce tableau, & qui doit porter un tuyau garni à son extrémité antérieure d'un verre à facettes, & à l'autre d'un carton percé à son centre d'un trou d'aiguille seulement. Ce trou est la place de l'œil. Nous supposerons ici le verre plan d'un côté, & composé de six facettes rhomboïdales appuyées au centre, & de six autres triangulaires qui occupent le restant de l'exagone.

Ayant tout ainsi préparé, on fixera le pied EDH à un certain éloignement du champ du tableau, selon qu'on voudra que les parties de la figure à dessiner soient plus voisines ou plus écartées les unes des autres. Mais il est à propos que cette distance soit au moins quadruple du diamètre de la sphère à laquelle le polyèdre du verre seroit circonscrit, & la distance de l'œil à ce verre peut commodément être égal à deux fois ce diamètre. On placera donc l'œil au trou K ainsi déterminé ; puis, & avec un bâton garni d'un crayon, (si la main ne peut y atteindre,) on tracera avec toute la légèreté

légèreté possible , le contour de l'espace qu'on appercevra à travers une facette , puis à travers sa voisine , & ainsi successivement. Cette opération exige beaucoup de précision & de patience , car il faut , pour la perfection de l'ouvrage , que les deux espaces apperçus par deux facettes contiguës , ne paroissent laisser entr'elles aucun intervalle perceptible : à tout prendre , il vaudroit mieux qu'ils empiétassent tant soit peu l'un sur l'autre. On aura soin aussi de numéroter chacun de ces espaces , du même numéro qu'on aura assigné à la facette , afin de se reconnoître. Cela seroit au surplus aisé , en faisant attention que l'espace répondant à chaque facette est toujours transporté parallèlement à lui-même de haut en bas , ou de droite à gauche , de l'autre côté du centre.

Il s'agit présentement de tracer le tableau régulier qu'on veut appercevoir , & de le transporter sur les espaces du tableau déformé. A toute rigueur , il faudroit pour cela faire une projection du verre à facette , en supposant l'œil à la distance où on le place réellement ; mais , comme on l'en suppose un peu loin , on pourra , sans erreur sensible , prendre pour le champ du tableau régulier , la projection verticale , ainsi qu'on la voit dans la *fig. 44* , n° 1 , qui le représente tel qu'on le verroit Pl. 12, si on avoit l'œil perpendiculairement au dessus de fig. 44, son centre & à une distance très-considérable. n° 1 & 2.

Vous décrirez donc dans ce champ , qui sera ici exagone , & composé de 6 rhomboïdes & de 6 triangles , une figure quelconque , par exemple un portrait ; après quoi , en considérant que l'espace *abcd* est le lieu où doit paroître la portion 1 du tableau , vous l'y transporterez avec le plus de soin que vous pourrez ; vous en ferez autant des

Tome II.

R

258 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

autres, & vous aurez la principale partie de votre tableau faite. Mais, comme il est question de montrer autre chose que ce qu'on doit voir, on la déguisera au moyen de quelqu'autre peinture qu'on exécutera dans le surplus du tableau, en se raccordant avec ce qui est déjà fait de manière que cela serve au sujet principal. Cela dépend du génie & du goût de l'artiste.

On trouve dans la *Perspective curieuse* du pere Nicéron, une explication beaucoup plus détaillée de tout ce procédé. Ceux à qui ceci ne suffira pas, sont invités à y recourir. Ce même pere Nicéron nous dit avoir exécuté à Paris, & mis dans la bibliothèque des peres Minimes de la Place Royale, ses confreres, un tableau de ce genre, qui, vu à l'œil nu, présentoit une quinzaine de portraits de sultans Turcs; mais, regardé à travers le verre, c'étoit le portrait de Louis XIII.

On a vu en 1759, au fallon ou à l'exposition des ouvrages de l'Académie Royale de Peinture, un tableau de M. Amédée Vanloo, qui étoit beaucoup plus ingénieux. A l'œil simple, c'étoit un tableau allégorique, représentant les différentes Vertus avec leurs attributs, groupées ingénieusement; mais, lorsqu'on regardoit à travers le verre, on y trouvoit le portrait de Louis XV.

REMARQUES.

I. IL est nécessaire d'observer que la place du verre, étant une fois fixée, doit être invariable; car, comme les verres ne sçauroient être d'une régularité parfaite, si on les déplace, il est presque impossible de jamais les remettre au point convenable: c'est pourquoi il est aussi nécessaire

de s'assurer que le verre est d'une bonne qualité ; car s'il est trop alkalin , & qu'il vienne à perdre son poli par le contact de l'air , on ne pourra plus lui en substituer un qui produise le même effet. C'est un accident que j'ai ouï dire être arrivé au verre du tableau de M. Amédée Vanloo.

2. Au lieu d'un verre comme celui qui a servi à l'exemple ci-dessus , ou un plus composé , on pourroit se servir d'un simple verre pyramidal ; ce qui simplifieroit beaucoup le problème.

3. On pourroit aussi se servir d'un verre qui fût une portion de prisme taillée à un grand nombre de parts parallèles à l'axe : alors la peinture à voir au travers du verre , devroit être dessinée dans des bandes parallèles.

4. On pourroit former un verre de plusieurs surfaces coniques concentriques , ou de plusieurs surfaces sphériques de différents diamètres , semblablement concentriques ; & alors la peinture à voir au travers du verre , devroit être distribuée en différents anneaux concentriques.

5. On peut former un tableau magique par réflexion. Il faudra pour cela avoir un miroir de métal à facettes , bien poli , & à arêtes bien vives. On placera devant ce miroir , & perpendiculairement à son axe , un carton ou une toile , & , par les mêmes principes que ci-dessus , on y décrira un tableau qui , vu à l'œil nu & en face , représentera un certain sujet ; mais si , par un trou ménagé dans le tableau , on le regarde dans le miroir , on y verra toute autre chose.

PROBLÈME L.

Construction d'une lanterne artificielle, avec laquelle on puisse lire la nuit de fort loin.

FAITES une lanterne qui ait la forme d'un cylindre ou d'un petit tonneau, situé selon sa longueur, ou en sorte que son axe soit horizontal; mettez à un de ses fonds un miroir parabolique, ou simplement un miroir sphérique dont le foyer soit vers le milieu de la longueur du cylindre; à ce foyer soit placée la flamme d'une bougie ou d'une lampe: cette lumière se réfléchira fort loin en passant par l'autre fond, & sera si éclatante, que de nuit on pourra lire très-loin des lettres très petites, en les regardant avec une lunette. Ceux enfin qui verront de loin cette lumière, en se trouvant dans l'axe prolongé de la lanterne, croiront voir un grand feu.

PROBLÈME LI.

Construction de la Lanterne magique.

ON donne, comme tout le monde sçait, le nom de *lanterne magique*, à un instrument optique, au moyen duquel on représente sur un mur ou un drap blanc des objets extrêmement grossis. Cet instrument, dont l'inventeur est, je crois, le P. Kircher, Jésuite, a fait une telle fortune; qu'il est devenu la ressource d'une foule de gens qui gagnent leur vie à montrer ce petit spectacle au peuple. Mais, quoique tombé en des mains viles, il n'est pas moins ingénieux, & mérite de trouver place ici. En voici donc la construction, avec quelques ob-

servations propres à le perfectionner & à le rendre plus intéressant.

Pour se former une lanterne magique, il faut ^{Pl. 13.} faire faire avec du fer-blanc, du cuivre ou du ^{fig. 45.} bois, une boîte quarrée, d'environ un pied en tout sens; on en percera vers le milieu le fond de devant, d'un trou d'environ 3 pouces de diamètre, auquel on soudera ou viflera un tuyau. L'ouverture de ce tuyau du côté de la boîte, doit être garnie d'un verre lenticulaire bien transparent, & ayant son foyer vers les deux tiers ou les trois quarts de la profondeur de la boîte, où l'on placera une lampe garnie d'une forte meche, pour qu'elle donne une vive lumiere. Il faudra, pour plus de perfection de la machine, que cette lampe soit susceptible d'être approchée ou éloignée, en sorte qu'on puisse la placer bien exactement au foyer du verre. On pourra aussi, pour éviter l'aberration de sphéricité, former la lentille dont nous venons de parler, de deux lentilles d'un foyer double chacune. Cela me paroît propre à contribuer beaucoup à la distinction de la peinture.

Le tuyau soudé ou vissé à la caisse, doit être interrompu, à peu de distance du trou, par une boîte quarrée, percée latéralement de deux rainures propres à faire glisser une petite planchette d'environ 4 pouces de largeur, sur la longueur ^{Fig. 46.} qu'on voudra. Cette planchette servira de cadre à un verre sur lequel seront peints, avec des couleurs transparentes, tels objets que l'on jugera à propos. On choisit ordinairement des sujets grotesques & bizarres.

On fera entrer dans la partie antérieure de ce tuyau, un autre tuyau garni d'un verre lenticulaire de 3. pouces environ de foyer, que

R iii.

l'on pourra, par ce moyen, approcher ou éloigner à volonté.

Telle est la construction de la machine : en voici l'effet. La lampe étant allumée, & la lanterne étant placée sur une table, à l'opposite d'un mur blanchi, on fermera, si c'est le jour, toutes les fenêtres de la chambre ; on introduira par les rainures ci-dessus un des petits tableaux dont nous avons parlé, dans une situation renversée ; ensuite on approchera ou l'on éloignera le verre mobile : on verra, lorsqu'il sera au point convenable, les figures de ce tableau dépeintes sur la muraille, & énormément grossies.

Si l'on garnit l'autre extrémité du tuyau mobile d'une lentille d'un foyer beaucoup plus éloigné, le champ de la lumière sera augmenté, & les figures grossies à proportion. Il est à propos de placer à ce tuyau mobile, & à la distance à peu près du foyer de la première lentille, un diaphragme ; il servira à écarter les rayons des objets latéraux, ce qui contribuera beaucoup à la distinction de la peinture.

Nous avons dit qu'il faut que les petites figures à représenter soient peintes avec des couleurs transparentes. Ces couleurs sont, pour le rouge, une forte infusion de bois de Brésil ou de cochenille, ou le carmin, suivant la teinte qu'on voudra ; pour le vert, une dissolution de vert-de-gris, ou, pour les verts foncés, de vitriol martial ; pour le jaune, l'infusion de baies de nerprun ; pour le bleu, la dissolution de vitriol de Chypre. Ces trois ou quatre couleurs suffisent, comme tout le monde sçait, pour former toutes les autres. On leur donnera de la consistance & de la tenue, au moyen d'une eau gommée bien transpa-

rente & bien blanche, & l'on s'en servira pour peindre sur le verre.

Il faut convenir que dans la plupart des machines de ce genre, ces peintures sont si grossièrement faites, qu'on ne peut les voir sans quelque dégoût. Mais lorsqu'elles sont exécutées avec propreté & avec entente dans le dessin, on ne peut se refuser à goûter quelque plaisir à cette petite représentation optique.

PROBLÈME LII.

Construction du Microscope solaire.

LE microscope solaire, dont l'invention est due à M. Liéberkiun, n'est proprement qu'une espece de lanterne magique dans laquelle le soleil fait la fonction de la lampe, & les petits objets exposés sur un verre ou à la pointe d'une aiguille, celle des figures peintes sur le verre mobile de la lanterne magique. Mais en voici une description plus détaillée.

Faites au volet d'une fenêtre un trou rond, & d'environ 3 pouces de diametre. Ce trou doit être garni d'un verre lenticulaire d'environ 12 pouces de foyer. A ce même trou doit être adapté intérieurement un tuyau garni, à peu de distance du premier verre, d'une coulisse ou rainure dans laquelle on puisse faire couler une ou deux lames de verre fort déliées, servant à porter, au moyen d'un peu d'eau gommée bien transparente, les objets qu'on veut regarder. Faites entrer dans ce tuyau, un autre tuyau garni à son extrémité antérieure d'une lentille d'un court foyer, comme d'un demi pouce. Enfin adaptez extérieurement au devant du trou, un miroir au moyen duquel vous

R iv

puissiez jeter la lumière du soleil dans le tube ci-dessus : vous aurez votre microscope solaire construit. Vous vous en servirez de la manière suivante.

La chambre étant bien obscurcie, & le soleil étant réfléchi dans l'axe des verres au moyen du miroir ci-dessus, mettez quelque petit objet entre les deux lames de verre mobiles, ou attachez-le à l'une d'elles, avec de l'eau légèrement gommée & bien transparente ; placez cet objet dans l'axe du tuyau, & avancez ou reculez le tuyau mobile, en sorte que l'objet soit un peu au-delà du foyer : vous le verrez peint distinctement sur un carton ou linge blanc placé à la distance convenable, & il y paroîtra excessivement grossi. Le plus petit insecte, une puce par exemple, y paroîtra, si l'on veut, grosse comme un mouton, un cheveu comme un gros bâton ; les anguilles du vinaigre ou de la colle de farine, y auront l'apparence de petits serpents.

R E M A R Q U E.

COMME le soleil n'est pas immobile, il résulte de-là un inconvénient, sçavoir, que le soleil passe avec rapidité, & qu'il faut continuellement rajuster le miroir extérieur. Mais M. s'Gravesande y a remédié par une machine fort ingénieuse, & au moyen de laquelle le miroir a un mouvement qui ramène toujours les rayons solaires dans le tube. Cela a fait donner à cette machine le nom de *sol-sta*.

On peut voir des détails curieux sur le microscope solaire, dans la traduction françoise en 2 vol. in-4° de l'*Optique* de Smith : on y explique plusieurs inventions utiles pour le perfectionner,

qui sont dues à M. Euler. On y voit aussi comment on peut le rendre propre à représenter des objets opaques. Cette dernière invention est due à M. Æpinus. Elle consiste à réfléchir, par le moyen d'une grande lentille & d'un miroir, la lumière du soleil condensée sur la surface de l'objet qui est présenté à la lentille objective du microscope. Un opticien Suisse, M. Mumenthaler, a proposé pour cela un autre expédient.

Il y a cependant encore un inconvénient dans les microscopes solaires : il consiste en ce que les objets étant fort voisins du foyer de la première lentille, y éprouvent une chaleur qui les brûle ou les dénature bientôt. Le docteur Hill, qui a beaucoup fait usage de ce microscope, a proposé, par cette raison, de se servir de plusieurs lampes, dont la lumière réunie en un foyer est très-éclatante, & n'a pas l'inconvénient ci-dessus. J'ignore s'il a réduit cette idée en pratique, & avec quel succès.

PROBLÈME LIII.

Des Couleurs, & de la différente réfrangibilité de la Lumière.

Une des plus belles découvertes du siècle dernier, est celle que fit en 1666 le célèbre Newton sur la composition de la lumière & la cause des couleurs. Qui eût cru que le blanc, qui paroît une couleur si pure, ne fût autre chose que le résultat de sept couleurs primitives, inaltérables, & mêlées ensemble dans un certain rapport ? C'est néanmoins ce qui résulte de ses expériences.

L'instrument qui lui servit à décomposer ainsi la lumière, est le prisme, instrument bien connu, mais jusqu'alors simplement objet d'une curiosité stérile, à cause des couleurs dont il borde les objets

266 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

qu'on regarde à travers. Nous nous bornons à deux des expériences de Newton, & à en tirer les conséquences qui en sont la suite.

Pl. 13, fig. 47. Laissez entrer dans une chambre obscurcie avec soin, un rayon de lumière solaire, d'un pouce ou un demi-pouce de diamètre ; recevez-le sur un prisme placé horizontalement, au-delà duquel doit être un carton blanc ; tournez le prisme de manière que l'image semble s'arrêter : vous verrez sur ce carton, au lieu d'une image du soleil à peu près ronde, une longue bande perpendiculaire, dans laquelle vous compterez sept couleurs, dans cet ordre invariable ; *rouge, orangé, jaune, vert, bleu, indigo, violet*. Le rouge sera en bas quand l'angle du prisme y sera, & au contraire ; mais l'ordre sera toujours le même.

De-là, & de diverses autres expériences analogues, Newton conclut,

1^o Que la lumière du soleil contient ces sept couleurs primitives ;

2^o Que ces couleurs sont formées par des rayons qui éprouvent des réfractions différentes, & qu'on particulier le rouge est celle qui est le moins rompue ; vient ensuite l'orangé ; &c. enfin que le violet est celui de tous qui souffre, sous la même inclinaison, la plus grande réfraction. Pour peu qu'on soit géomètre, on ne peut se refuser à ces conséquences.

Mais l'expérience délicate est celle par laquelle Newton prouve que ces rayons différemment colorés sont ensuite inaltérables. Voici comment il faut s'y prendre pour ne pas s'exposer, comme plus d'un physicien, à contredire ce grand homme par une expérience imparfaite.

Il faut d'abord que le trou de la chambre obs-

eure soit réduit à une ligne tout au plus de diamètre, & qu'elle soit obscurcie avec le plus grand soin. Cela fait, recevez le rayon solaire à 12 ou 15 pieds de distance du trou, sur une grande lentille de verre de 7 à 8 pieds de foyer. Tout près de ce verre & au-delà, soit posé le prisme qui recevra ce filet de lumière. Enfin soit placé un carton blanc, à telle distance que l'image solaire s'y peindroit distinctement sans l'interposition du prisme : vous verrez, au lieu d'une image ronde, se peindre sur le carton une bande très-étroite, & colorée, comme on l'a vu plus haut, des sept couleurs primitives.

Percez enfin ce carton d'un trou d'une ligne environ de largeur, par lequel vous ferez passer telle couleur que vous voudrez, en ayant l'attention de la prendre vers le milieu de l'espace qu'elle occupe, & vous la recevrez sur un second carton placé derrière le premier. Présentez-lui un prisme ; vous verrez qu'elle ne donnera plus d'image alongée, mais une image ronde & de la même couleur. De plus, si vous plongez dans cette lumière colorée un objet quelconque, vous le verrez teint de sa couleur ; & si vous regardez cet objet avec un troisième prisme, vous ne lui appercevrez point d'autre couleur que celle dans laquelle il est plongé, & cela sans aucun alongement, comme lorsqu'il est plongé dans une lumière susceptible de décomposition.

Cette expérience, qui est aujourd'hui un jeu pour les physiciens un peu exercés, prouve le troisième des faits principaux avancés par Newton, sçavoir ;

3^o Que lorsqu'une couleur est épurée du mélange des autres, elle est inaltérable ; qu'un rayon

rouge, quelque réfraction qu'on lui fasse souffrir, restera toujours rouge ; & ainsi des autres,

C'est une chose assez peu honorable pour les physiciens François du siècle dernier, d'avoir contesté, & même déclaré fausse, cette assertion du philosophe Anglois, & cela d'après une expérience aussi mal faite & aussi incomplète que celle de M. Mariotte. On ne peut même s'empêcher d'accuser ce physicien, d'ailleurs digne des plus grands éloges, de beaucoup de précipitation ; car son expérience n'étoit point celle que Newton avoit détaillée dans les *Transactions Philosophiques*, année 1666 ; & il est aisé de voir que, faite à la manière de M. Mariotte, elle ne pouvoit réussir.

Quoi qu'il en soit, il est constant aujourd'hui, nonobstant les réclamations du pere Castel & du sieur Gautier (a), qu'il y a dans la nature sept couleurs primitives, homogènes, inégalement réfrangibles, inaltérables, & qui sont la cause des couleurs des corps ; que le blanc les contient toutes, & que toutes ensemble composent le blanc ; que ce qui fait qu'un corps est d'une couleur plutôt que d'une autre, c'est la configuration des parties insensibles de ce corps, qui fait qu'il réfléchit en

(a) Le sieur Gautier, soi-disant inventeur de la manière de graver en couleurs, a combattu en 1750, avec acharnement, la théorie de Newton, soit sur les couleurs, soit sur le système de l'univers. Ses raisonnements & ses expériences sont aussi concluantes, que le seroient contre la pesanteur de l'air des expériences faites avec un récipient sélé. Aussi n'a-t-il jamais eu de partisans qu'un ou deux de ses compatriotes, dont l'un étoit un poète qui avoit trouvé que les objets ne se peignoient pas renversés dans la rétine.

plus grande quantité des rayons de la première que de toute autre ; enfin , que le noir est la privation de toute réflexion : cela s'entend du noir parfait ; car le noir matériel & ordinaire n'est qu'un bleu extraordinairement foncé.

Il y a des gens , tels que le pere Castel , qui se sont retranchés à n'admettre que trois couleurs primitives , le rouge , le jaune & le bleu. Ils se fondent sur ce que le rouge & le jaune forment l'orangé , le jaune & le bleu font le vert , & que du bleu & du rouge naît le violet ou l'indigo , suivant que l'un ou l'autre des premiers domine. Cette nouvelle prétention est une nouvelle erreur. Il est bien vrai qu'avec deux rayons , l'un jaune , l'autre bleu , on fait un vert , & cela est encore vrai des couleurs matérielles ; mais le vert de l'image colorée du prisme est tout différent ; il est primitif , & subit sans se décomposer les mêmes épreuves que le rouge , le jaune ou le bleu. Il en est de même de l'orangé , de l'indigo & du violet.

PROBLÈME LIV.

De l'Arc-en-ciel : comment il se forme : maniere de l'imiter.

PARMI les phénomènes de la nature , l'arc-en-ciel est un de ceux qui de tout temps ont le plus excité l'admiration des hommes ; mais il n'en est peut-être aujourd'hui aucun dont la physique rende une raison plus satisfaisante & mieux démontrée.

L'arc-en-ciel est formé par la décomposition des rayons solaires en ses principales couleurs , dans les gouttelettes de pluie , au moyen des deux réfractions qu'ils y souffrent en entrant & en sortant. Dans l'arc-en-ciel intérieur , qui souvent

- paroit seul, le rayon solaire entre par la partie supérieure de la goutte, se réfléchit contre le fond, & sort par la partie inférieure. On voit sa décomposition dans la *fig. 48*. Dans l'arc-en-ciel extérieur, les rayons entrent par le bas de la goutte, éprouvent deux réflexions, & sortent par la partie supérieure. On en voit dans la *fig. 49* la marche & décomposition, qui donne les couleurs dans un sens opposé à la première. C'est aussi la raison pour laquelle l'arc-en-ciel extérieur a ses couleurs renversées à l'égard du premier.

Fig. 50. La *fig. 50* montre enfin comment le même œil apperçoit cette double série de couleurs.

Mais l'explication seroit encore incomplète, si l'on ne faisoit pas voir qu'il y a une certaine inclinaison déterminée sous laquelle les rayons rouges sortent le plus serrés qu'il est possible, & parallèlement entr'eux, tandis que tous les autres sont divergents; qu'il en est une autre sous laquelle ce sont les rayons verts qui sortent de cette manière; &c. C'est par-là seulement qu'ils peuvent affecter un œil éloigné.

Cette explication de l'arc-en-ciel se confirme par une expérience fort simple. Lorsque le soleil est fort voisin de l'horizon, suspendez dans une chambre un globe de verre rempli d'eau, en sorte qu'il soit éclairé par le soleil, & placez-vous le dos tourné à cet astre, en sorte que le globe soit élevé à l'égard de votre œil d'environ 42° sur l'horizon. En vous avançant ou retirant un peu, vous ne manquerez pas de rencontrer les rayons colorés, & il vous sera facile de voir qu'ils sortent du bas du globe; que le rayon rouge en sort sous un angle plus grand avec l'horizon, & le violet, qui est l'extrême, sous le moindre; en-

forte que le rouge doit être en dehors de l'axe , & le violet en dedans.

Elevez ensuite votre boule à l'égard de votre œil d'environ 54° , ou continuez de vous en approcher , en sorte qu'elle soit élevée de cet angle : vous rencontrerez les rayons colorés sortants du haut de la boule , d'abord le violet , puis le bleu , le vert , le rouge , dans un ordre tout contraire au précédent. Si vous couvriez , dans le premier cas , la partie supérieure de la boule , & dans le second la partie inférieure , vous n'auriez point de couleurs , ce qui prouve la manière dont ils y entrent & dont ils en sortent.

On peut se procurer facilement le spectacle d'un arc-en-ciel artificiel : on le voit dans la vapeur d'un jet d'eau que le vent disperse en gouttelettes insensibles. Il faut pour cela se mettre dans la ligne entre le jet d'eau & le soleil , en tournant le dos à cet astre. Si le soleil n'est que médiocrement élevé sur l'horizon , en s'avancant ou s'éloignant du jet d'eau , on trouvera bientôt un point d'où l'on verra l'arc-en-ciel dans les gouttes qui retombent en pluie fine & légère.

Au défaut d'un jet d'eau , on peut en faire un à peu de frais. Il faut pour cela remplir sa bouche d'eau , & , en tournant le dos au soleil médiocrement élevé , la jeter en l'air le plus haut qu'il est possible , & dans une direction un peu oblique à l'horizon. Après quelques essais , vous ne tarderez pas d'y voir l'arc-en-ciel. Une seringue qui éparpillera l'eau en gouttelettes très - menues , facilitera beaucoup l'imitation du phénomène.

Voulez-vous faire cette expérience d'une manière plus facile encore ? posez sur une table , & debout , une bouteille cylindrique de verre bien

blanc , après l'avoir remplie d'eau ; mettez à 10 ou 12 pieds un flambeau allumé à la même hauteur ; puis promenez-vous transversalement entre la lumière & cette bouteille , en tenant votre œil à leur hauteur. Quand vous serez parvenu à un certain point , vous verrez les faisceaux de rayons colorés , sortants d'un des flancs de la bouteille , dans cet ordre , violet , bleu , jaune , rouge ; & si vous continuez de marcher transversalement , vous en rencontrerez une seconde suite dans un ordre opposé , sçavoir , rouge , jaune , bleu , violet , sortant de l'autre côté de la bouteille. C'est-là précisément ce qui se passe dans les gouttes de pluie ; & pour imiter parfaitement le phénomène , il ne seroit pas impossible de fixer sept bouteilles semblables , de telle manière que , dans chacune , l'œil placé au point convenable y vît une des sept couleurs , & à quelque distance de-là sept autres , qui présenteroient au même œil les mêmes couleurs dans l'ordre renversé du second arc-en-ciel.

Si les rayons solaires n'étoient pas différemment réfrangibles , on auroit bien également deux arcs-en-ciel ; mais ils seroient sans couleur , & ce seroit seulement deux bandes circulaires d'une lumière blanche ou jaunâtre.

L'arc-en-ciel forme toujours une portion de cercle à l'entour de la ligne tirée du soleil par l'œil du spectateur ; c'est pourquoi , quand cet astre est élevé sur l'horizon , l'arc-en-ciel est moindre que le demi-cercle. Il est égal au demi-cercle lorsque le soleil est à l'horizon.

On a pourtant vu une fois un arc-en-ciel plus grand que le demi-cercle , & qui coupoit l'arc-en-ciel ordinaire ; mais c'est qu'il étoit produit par l'image du soleil réfléchi sur l'eau tranquille d'une rivière.

riviere. Cette image du soleil faisoit le même effet que si cet astre eût été sous l'horizon.

M. Halley a calculé, d'après le rapport des diverses réfrangibilités des rayons du soleil, que le demi-diametre de l'arc-en-ciel intérieur, pris au milieu de sa largeur, doit être de $41^{\circ} 10'$, & que sa largeur, qui ne feroit que $1^{\circ} 45'$, si le soleil n'étoit qu'un point, doit être de $2^{\circ} 15'$, à cause du diametre apparent de cet astre. Ce diametre apparent est la cause pour laquelle les couleurs ne sont pas tranchées avec cette distinction qu'elles auroient si le soleil n'étoit qu'un point lumineux. Le rayon de l'arc-en-ciel extérieur, pris de la même maniere, c'est-à-dire au milieu de sa largeur, est de $52^{\circ} 30'$.

Ce géometre & astronome Anglois ne s'est pas borné à calculer les dimensions de l'arc-en-ciel que nous voyons; mais il a aussi calculé celles des arcs-en-ciel qui naîtroient, si la lumière du soleil ne sortoit de la goutte d'eau qu'après 3, 4, 5 réflexions, &c. comme pour l'arc-en-ciel principal & intérieur il en sort après une, & pour le second & l'extérieur après deux. On trouve que le demi-diametre du troisième arc-en-ciel, compté du lieu même du soleil, seroit de 41° ; que celui du quatrième seroit de $43^{\circ} 50'$; &c. Mais ici la géométrie va beaucoup plus loin que la nature; car, indépendamment de l'affoiblissement des rayons, qui ne permettroit pas de voir ces arcs-en-ciel, comme ils se trouvent du côté du soleil même, l'éclat de cet astre les offusqueroit. Si les gouttes qui forment l'arc-en-ciel, au lieu d'être d'eau, étoient de verre, le demi-diametre moyen de l'arc-en-ciel intérieur seroit de $22^{\circ} 52'$, & celui de l'extérieur, de $9^{\circ} 30'$ du côté opposé au soleil.

Tome II.

S

PROBLÈME LV.

De l'analogie entre les couleurs & les tons de la Musique. Du Claveffin oculaire du pere Castel.

AUSSI-TOT qu'on a eu observé qu'il y avoit dans la nature sept couleurs primitives, il a été naturel de concevoir qu'il pouvoit y avoir une analogie entre les couleurs & les tons de la musique ; car ces derniers forment aussi , dans l'étendue de l'octave , une suite de sept tons. Cette observation n'échappa pas à Newton , qui remarqua de plus que dans le spectre coloré , les espaces occupés par le *violet* , l'*indigo* , le *bleu* , &c. répondoient aux divisions du monocorde qui donnent les sons *re* , *mi* , *fa* , *sol* , *la* , *si* , *ut* , *re*.

Newton s'arrêta là ; mais le pere Castel , dont l'imagination est connue de tout le monde , enchérit beaucoup sur cette idée , & bâtit sur cette analogie des sons , un système d'après lequel il promit pour les yeux , malheureusement sans succès , un nouveau plaisir semblable à celui que les oreilles éprouvent à un concert.

Le pere Castel change d'abord , par des raisons d'analogie , l'ordre des couleurs dans celui-ci , sçavoir , *bleu* , *vert* , *jaune* , *orangé* , *rouge* , *violet* , *indigo* , & enfin *bleu* , qui forme comme l'octave du premier. Ce sont-là , suivant lui , les couleurs qui répondent à l'octave diatonique de notre musique moderne , *ut* , *re* , *mi* , *fa* , *sol* , *la* , *si* , *ut*. Les diesis & les bémols ne l'embarraisoient pas ; & l'octave chromatique , divisée en ses douze couleurs , étoit *bleu* , *céladon* , *vert* , *olive* , *jaune* , *abricot* , *orangé* , *rouge* , *cramoisi* , *violet* , *agate* ,

indigo, bleu, qui répondoient à ut, ut X, re, re X, mi, fa, fa X, sol, sol X, la, la X, si, ut.

Qu'on dispose maintenant, dit le pere Castel, un claveffin de manière qu'en enfonçant la touche *ut*, au lieu d'un son vous découvriez une bande bleue; en enfonçant la touche *re*, qu'elle fasse découvrir le vert, &c: vous aurez votre claveffin construit; bien entendu que pour la premiere octave d'*ut*, par exemple, vous ayez un bleu différent & à l'octave du premier. Mais qu'est-ce qu'un bleu à l'octave d'un autre? C'est sur quoi je ne trouve pas que le pere Castel se soit jamais expliqué bien clairement. Il dit seulement que, tout comme on compte douze octaves appréciables à l'oreille, depuis le son le plus bas jusqu'au plus aigu, de même on doit compter douze octaves de couleurs, depuis le bleu le plus foncé jusqu'au bleu le plus clair; ce qui donne lieu de croire que le bleu le plus foncé étant celui qui devoit répondre à la plus basse touche, le bleu répondant à l'octave seroit celui formé de onze parties de bleu par sur une de blanc, & le plus clair, celui qui eût été formé d'une partie de bleu sur onze parties de blanc; & ainsi des autres couleurs.

Quoi qu'il en soit, le pere Castel ne désespéroit pas de produire par ces moyens une musique oculaire, aussi intéressante pour les yeux, que la musique ordinaire l'est pour des oreilles bien organisées. Il pensoit qu'on pourroit traduire une piece de musique en couleurs, pour l'usage des sourds. « Contentez-vous bien, dit-il quelque part, » ce que ce sera qu'une chambre tapissée de » rigandons & de menuets, de sarabandes & de » passacailles, de sonates & de cantates, & si » vous le voulez bien, d'une représentation com-

276 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

» plette de tout un opéra ? Ayez vos couleurs bien
 » diapasonnées , & rangez-les sur une toile , dans
 » la suite , la combinaison & le mélange précis
 » des tons , des parties & des accords d'une piece
 » de musique que vous voulez peindre , en obser-
 » vant toutes les valeurs , syncopes , soupirs , cro-
 » ches , blanches , &c. & rangeant toutes les
 » parties par ordre de contre - point. Vous voyez
 » bien que cela n'est pas impossible ni même diffi-
 » cile pour un peintre de quatre jours , & que ,
 » pour le moins , une pareille tapisserie vaudra
 » bien celles où les couleurs ne sont jetées qu'au
 » hasard , comme sur le marbre.

« Ce claveffin , ajoute-t-il , est une grande
 » école pour les peintres , qui pourront y trouver
 » tous les secrets des combinaisons des couleurs ,
 » & de ce qu'ils appellent le *clair-obscur*. Mais nos
 » tapisseries harmoniques auront aussi leur avan-
 » tage ; car on pourra y contempler à loisir ce
 » qu'on ne peut jusqu'ici qu'entendre rapidement ,
 » en passant & sans réflexion. Et quel plaisir de
 » voir les couleurs dans une disposition vraiment
 » harmonique , & dans cette variété infinie de
 » dispositions que l'harmonie nous fournit ! Le
 » seul dessin d'un tableau fait plaisir. Il y a cer-
 » tainement un dessin dans une piece de musique ,
 » mais il n'est pas assez sensible quand on la joue
 » rapidement. L'œil la contempera ici à loisir :
 » il verra le concert , le contraste de toutes les
 » parties , l'effet de l'une contre l'autre , les fu-
 » gues , les imitations , les expressions , l'enchaî-
 » nement des cadences , le progrès de la modula-
 » tion. Et croyez-vous que ces endroits pathéti-
 » ques , ces grands traits d'harmonie , ces change-
 » ments inespérés de tons , qui causent à tous

» moments des suspensions , des langueurs , des
 » émotions , & mille sortes de péripéties dans
 » l'ame qui s'y abandonne , perdent rien de leur
 » énergie en passant des oreilles aux yeux , &c ?
 » Il fera curieux de voir les sourds se récrier
 » aux mêmes endroits où les aveugles se récrie-
 » ront , &c. Le vert , qui répond au *re* , fera sans
 » doute sentir que ce ton de *re* est champêtre ,
 » riant , pastoral ; le rouge , qui répond au *sol* ,
 » leur donnera l'idée d'un ton guerrier , sanglant ,
 » colere , terrible ; le bleu , répondant à l'*ut* , fera
 » connoître son ton noble , majestueux , céleste ,
 » divin , &c. Il est singulier , pour le dire en pas-
 » sant , que les couleurs se trouvent avoir les pro-
 » pres caracteres que les anciens attribuoient aux
 » tons précis qui leur répondent ; mais il y a beau-
 » coup à dire , &c.

» On peut faire un jeu de toutes sortes de figu-
 » res humaines , angéliques , animales , volatiles ,
 » reptiles , aquatiques , quadrupedes , même géo-
 » métriques. On pourra , par un simple jeu , dé-
 » montrer toute la suite des Eléments d'Euclide. »
 Ici l'imagination du pere Castel le mene tout droit
 aux Petites-Maisons.

Nous n'avons pu résister à l'envie de citer ces
 morceaux singuliers du pere Castel. Malheureuse-
 ment toutes ces belles promesses se sont évanouies.
 Il avoit , dit-il , fait le modele de son claveffin dès
 la fin de 1734. Presque tout le reste de sa vie ,
 jusqu'à sa mort en 1757 , s'est écoulé dans le tra-
 vail de cette construction qui n'a pas réussi. Ce
 claveffin , fabriqué à grands frais , n'a rempli ,
 comme le dit l'auteur de sa vie , ni le devis de l'au-
 teur , ni l'attente du public. Et en effet , s'il y a
 quelque analogie entre les couleurs & les sons ,

278. RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

il y a tant d'autres points dans lesquels ils diffèrent, qu'il n'y a pas lieu de s'étonner que ce projet ait échoué.

PROBLÈME LVI.

Composer un tableau représentant toutes les couleurs, & déterminer leur nombre.

QUOIQUE Newton ait démontré l'homogénéité des couleurs dans lesquelles se décompose le rayon solaire, & que l'orangé, le vert, le pourpre, données par cette décomposition, ne soient pas moins inaltérables, malgré les réfractions ultérieures, que le rouge, le jaune, le bleu, il est cependant reconnu qu'on peut, avec ces trois dernières couleurs, imiter les premières & toutes les autres de la nature; car le rouge, combiné avec le jaune en différentes proportions, donne toutes les nuances d'orangé; le jaune & le bleu donnent les verts purs; le rouge & le bleu produisent les violets pourpres & indigos; enfin, des différentes combinaisons de ces couleurs composées, naissent toutes les autres. Cela a donné lieu à l'invention ingénieuse du triangle chromatique qui sert à les représenter.

Pl. 15, Soit formé, comme l'on voit dans la *planche*
fig. 51. 15, un triangle équilatéral, dont vous diviserez deux des côtés à l'entour de l'angle du sommet en 13 parties égales: & tirant par les points de division de chacun de ces côtés, des lignes parallèles à l'autre, vous formerez 91 rhombes égaux.

Aux trois rhombes angulaires placez les trois couleurs primitives, le rouge, le jaune & le bleu, dans un degré égal de force, & pour ainsi dire, de concentration: vous aurez conséquemment,

entre le jaune & le bleu, onze cases que vous remplirez ainsi ; dans la plus voisine du jaune, vous mettrez 11 parties de jaune & 1 de rouge ; dans la suivante, 10 parties de jaune & 2 de rouge, en sorte que dans la plus voisine du rouge il n'y aura que 1 partie de jaune & 11 de rouge : nous aurons par-là tous les orangés, depuis le plus voisin du rouge jusqu'au plus voisin du jaune. En remplissant de la même manière les cases intermédiaires entre le rouge & le bleu, entre le bleu & le jaune, il en résultera toutes les nuances pourpres & toutes celles des verts, dans une dégradation semblable.

Pour remplir les autres cases, prenons, par exemple, celles du troisième rang au dessous du rouge, où il y a trois cases. Les deux extrêmes étant remplies d'un côté par 10 parties de rouge combinées avec 2 de jaune, & de l'autre par 10 de rouge combinées avec 2 de bleu, la case moyenne sera composée de 10 parties de rouge, 1 de bleu & 1 de jaune.

Dans la bande au dessous on aura, par la même raison, dans la première case du côté du jaune, 9 parties de rouge & 3 de jaune ; dans la suivante, 9 parties de rouge, 2 de jaune, 1 de bleu ; dans la troisième, 9 parties de rouge, 1 de jaune, 2 de bleu ; & enfin dans la quatrième, 9 parties de rouge & 3 de bleu ; & ainsi des autres bandes inférieures, dont nous nous contenterons de détailler l'avant-dernière au dessus de la ligne des verts, dont les cases seront successivement remplies ainsi qu'il suit.

La 1^{re} à gauche, 11 parties de jaune, 1 de rouge.

280 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

- La 2^e, 10 p. de jaune, 1 de rouge, 1 de bleu.
 La 3^e, 9 p. de jaune, 1 de rouge, 2 de bleu.
 La 4^e, 8 p. de jaune, 1 de rouge, 3 de bleu.
 La 5^e, 7 p. de jaune, 1 de rouge, 4 de bleu.
 La 6^e, 6 p. de jaune, 1 de rouge, 5 de bleu.
 La 7^e, 5 p. de jaune, 1 de rouge, 6 de bleu.
 La 8^e, 4 p. de jaune, 1 de rouge, 7 de bleu.
 La 9^e, 3 p. de jaune, 1 de rouge, 8 de bleu.
 La 10^e, 2 p. de jaune, 1 de rouge, 9 de bleu.
 La 11^e, 1 p. de jaune, 1 de rouge, 10 de bleu.
 La 12^e, 0 p. de jaune, 1 de rouge, 11 de bleu.

Cette bande contient, comme l'on voit, tous les verts de la bande inférieure, dans lesquels on a jeté une partie de rouge. De même, dans la bande parallèle aux pourpres, on trouve tous les pourpres, dans lesquels on a jeté 1 partie de jaune; & dans la bande parallèle & contiguë aux orangés, on trouve tous ceux où l'on a jeté une partie de bleu.

Dans la case centrale du triangle, on trouveroit 4 parties de rouge, 4 de bleu & 4 de jaune.

On pourroit faire facilement ces mélanges avec des poudres colorées, & broyées très-fin; & en prenant les doses convenables de ces poudres, & en les mélangeant bien, nous ne doutons point qu'on n'eût toutes les nuances des couleurs.

Mais si l'on vouloit avoir toutes les couleurs de la nature du plus clair au plus brun, sçavoir du blanc au noir, nous trouverions pour chaque case 12 degrés de gradation jusqu'au blanc, & 12 autres jusqu'au noir. Ainsi, multipliant 91 par 24, nous aurions 2184 couleurs perceptibles; à quoi ajoutant 24 gris formés par la combinaison du noir & du blanc, & enfin le blanc & le noir purs,

nous aurions 2210 couleurs composées, que nous croyons distinguibles par les sens. Mais peut-être ne doit-on pas regarder comme des couleurs réelles, celles qui sont formées de couleurs pures avec le noir; car le noir ne fait que salir & non pas colorer. Il faudroit, dans ce cas, réduire les véritables couleurs, & leurs nuances du plus foncé au plus clair, à 1092; ce qui, avec le blanc, le noir & 12 gris, formeroit 1106 couleurs.

PROBLÈME LVII.

D'où vient la couleur bleue du ciel?

CE phénomène est fort remarquable, quoique, nos yeux y étant accoutumés dès notre plus tendre enfance, nous n'y faisons plus d'attention; & il ne seroit pas moins difficile à expliquer, si la théorie de Newton sur la lumière, en nous apprenant qu'elle se décompose en sept couleurs qui ont des réfrangibilités & réflexibilités différentes, ne nous avoit pas donné les moyens d'en reconnoître la cause.

Nous observerons donc, pour expliquer ce phénomène, que, d'après la théorie de Newton, si bien prouvée par l'expérience, parmi les sept couleurs que donne la lumière solaire décomposée par le prisme, le bleu, l'indigo & le violet sont celles qui se réfléchissent avec le plus de facilité à la rencontre d'un milieu de différente densité. Or, quelle que soit la transparence de l'air, celui qui environne notre terre, & qui constitue notre atmosphère, est toujours mélangé de vapeurs plus ou moins bien combinées avec lui; d'où il résulte que la lumière du soleil ou des astres, renvoyée en cent façons différentes dans l'atmo-

sphere , doit y éprouver des inflexions & réflexions sans nombre. Mais à chacune de ces réflexions contre les particules insensibles de vapeurs que ces rayons ont à traverser, ce sont les rayons bleus , indigos & violets qui nous sont principalement renvoyés. Il est donc nécessaire que le milieu qui les renvoie paroisse prendre une teinte bleue.

Cela devrait même arriver , en supposant une homogénéité parfaite dans l'atmosphère ; car, quelque homogène que soit un milieu transparent, il réfléchit nécessairement une partie des rayons de lumière qui le traverse. Or, de tous ces rayons, ce sont les bleus qui se réfléchissent avec plus de facilité : ainsi l'air, même supposé homogène, prendroit une couleur bleue, ou peut-être violette.

C'est par la même raison que l'eau de la mer paroît bleue lorsqu'elle est bien pure, comme loin des côtes. Lorsqu'elle est éclairée par la lumière du soleil, une partie des rayons pénètre dans son sein, une autre est réfléchie : mais celle-ci est principalement composée des rayons bleus ; elle doit par conséquent paroître bleue.

Cette explication est confirmée par une curieuse observation de M. Halley. Ce célèbre physicien étant descendu assez avant dans la mer, pendant qu'elle étoit éclairée de la lumière du soleil, il fut extrêmement surpris de voir le dos de sa main, qui recevoit des rayons directs du soleil, teint d'une belle couleur de rose, & le dessous, qui l'étoit par des rayons réfléchis, teint en bleu. C'est effectivement ce qui devoit arriver, en supposant que les rayons réfléchis par la surface de la mer, ainsi que par les parties insensibles du milieu, fussent des rayons bleus. A mesure que la lumière pénétrait plus profondément, elle devoit se dépouiller

de plus en plus des rayons bleus, & le reste conséquemment devoit tirer sur le rouge.

PROBLÈME LVIII.

Pourquoi, dans certains temps, les ombres des corps sont bleues ou azurées, au lieu d'être noires ?

ON observe assez souvent, au lever du soleil & dans des jours extrêmement sereins, que les ombres des corps, projetées sur un fond blanc assez voisin, sont bleues ou azurées. Ce phénomène m'a paru assez curieux pour mériter de trouver place ici, de même que son explication.

Si l'ombre que projette un corps exposé au soleil étoit absolue, elle seroit profondément noire, puisqu'elle ne seroit qu'une privation complète de la lumière ; mais cela n'est pas. En effet, il faudroit, dans le cas que nous analysons, que le fond du ciel fût absolument noir. Or il est bleu ou azuré ; & il n'est tel que parcequ'il nous renvoie principalement des rayons bleus, comme nous l'avons fait voir plus haut.

Ainsi l'ombre que projettent les corps exposés au soleil n'est pas une ombre pure ; mais cette ombre est elle-même éclairée par toute la partie du ciel que n'occupe pas le corps lumineux. Cette partie du ciel étant donc bleue, l'ombre est rompue par des rayons bleus ou azurés, & doit paroître de cette couleur. C'est précisément ainsi que, dans la peinture, les reflets sont teints de la couleur des corps environnants. L'ombre que nous analysons, n'est autre chose qu'une ombre mêlée du reflet d'un corps bleu, & conséquemment elle doit participer de cette couleur.

Il est suffisamment connu que c'est M. de Buffon

284 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

qui a le premier observé & expliqué ce phénomène.

Mais on demandera pourquoi toutes les ombres ne sont pas bleues. Nous répondrons à cela qu'il faut, pour produire cet effet, le concours de plusieurs circonstances, sçavoir : 1^o un ciel très-pur & d'un bleu très-foncé ; car si le ciel est parsemé de nuages, les rayons qui en seront réfléchis, en tombant sur l'ombre bleuâtre, en détruiront l'effet ; si le bleu est foible, comme il l'est souvent, la quantité des rayons bleus ne sera pas suffisante pour éclairer l'ombre. 2^o Il faut que la lumière du soleil soit plus vive qu'elle n'est d'ordinaire à l'horizon, afin que les ombres soient fortes & épaisses. Or ces circonstances sont assez rarement réunies. Il faut d'ailleurs que le soleil soit peu élevé sur l'horizon ; car lorsqu'il l'est déjà médiocrement, il regne dans l'atmosphère trop d'éclat pour que les rayons bleus soient sensibles. Ainsi cette lumière ne fait que rendre l'ombre moins épaisse, mais ne la teint point en bleu.

P R O B L È M E L I X.

Expérience sur les Couleurs.

PLACEZ devant vos yeux deux verres de différentes couleurs, l'un bleu par exemple, l'autre rouge ; & , vous étant placé à une distance convenable d'une bougie allumée, fermez l'un de vos yeux, & regardez la lumière avec l'autre, par exemple avec celui qui est garni d'un verre bleu ; vous la verrez bleue. Celui-ci étant fermé & l'autre ouvert, vous la verrez rouge. Ouvrez enfin les deux yeux, vous la verrez d'un violet clair.

Nous croyons qu'il n'y a personne qui n'eût

prévu le succès de cette expérience ; & nous n'en parlons ici , que parcequ'un oculiste de Lyon , (M. Janin) , a cru pouvoir en inférer une conséquence particuliere, sçavoir, que la rétine pourroit bien faire l'office d'un miroir concave réfléchissant les rayons de lumiere , enforte que chaque œil formât à une certaine distance une image aérienne de l'objet. Ainsi , les deux yeux en formant chacun une dans le même lieu , il en résulteroit une double image , l'une bleue , l'autre rouge , & de leur réunion une image violette ; comme lorsqu'on mêle ensemble des rayons bleus & des rouges. Mais cette explication ne sçauroit à coup sûr soutenir un examen fondé sur les principes sains & avérés de l'optique. Comment concevoir que la rétine puisse former une pareille image ? N'est-il pas plus vraisemblable , & plus fondé sur les phénomènes connus de la vision , que des deux impressions reçues par les deux yeux , il résulte dans le *sensorium commune* , ou dans la réunion des nerfs optiques dans le cerveau , une impression composée & unique ? Il doit donc arriver dans cette expérience , la même chose que si l'on regardoit la lumiere avec un œil , & à travers deux verres , l'un rouge , l'autre bleu. Dans ce dernier cas , on la verroit violette. On la doit conséquemment voir de même dans le premier.

PROBLÈME LX.

Construction d'un photophore ou porte-lumiere , très-commode & très-avantageux pour éclairer une table où l'on lit ou écrit.

FAITES faire en fer-blanc un cône dont la base soit de 4. pouces de diametre , & le côté de

286 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

7 pouces $\frac{2}{3}$; ce qu'on exécutera facilement , en coupant dans un cercle de 7 pouces $\frac{2}{3}$ de rayon , un secteur de $109^{\circ} \frac{1}{2}$ d'ouverture , & le repliant en forme de cône ; ensuite , par un point de l'axe éloigné du sommet de 2 pouces $\frac{1}{2}$, faites retrancher la partie de ce cône la plus voisine du sommet , par un plan incliné à un côté du cône , de 45° : il en résultera une section elliptique & allongée , que vous placerez au devant de la lumière le plus près qu'il se pourra , le plan de cette section étant verticale , & le plus grand diamètre dans le sens perpendiculaire. Dans cette disposition , si la flamme du flambeau ou de la lampe est élevée de 12 à 13 pouces au dessus du plan de la table , on verra avec étonnement la vivacité & l'égalité de la lumière qu'elle projettera sur une étendue de 4 à 5 pieds de longueur.

M. Lambert , inventeur de ce nouveau porte-lumière , remarque qu'on pourroit s'en servir avec utilité , pour s'éclairer dans le lit lorsqu'on veut y lire ; car , en plaçant la lampe ou le flambeau garni de ce porte-lumière sur un guéridon assez haut , à 5, 6 ou 8 pieds du lit , on y verra fort clair sans aucun danger. Il dit avoir encore essayé d'éclairer la rue , en plaçant une lampe avec son porte-lumière à une fenêtre élevée de 15 pieds au dessus du pavé , & que l'effet en fut tel , qu'à une distance de 60 pieds on voyoit un brin de paille , qu'on se reconnoissoit mieux qu'au clair de la lune , & qu'on pouvoit lire à une distance de 35 à 40 pieds. Ainsi il faudroit peu de ces porte-lumières placés des deux côtés d'une rue , & dirigés en forme de diagonale , pour l'éclairer fort bien , & peut-être mieux que par tous les moyens employés jusqu'ici. *V. les Mém. de Berlin, ann. 1770.*

PROBLÈME LXI.

La place d'un objet , par exemple d'un papier sur une table , étant déterminée , & celle du pied du flambeau qui doit l'éclairer , déterminer la hauteur à laquelle il faut placer cette lumière pour que cet objet soit le plus éclairé qu'il est possible.

POUR ne pas faire entrer dans ce problème plusieurs considérations qui en rendroient la solution fort difficile , nous supposerons que l'objet à éclairer est fort petit , ou qu'il faille seulement faire en sorte que le milieu de cet objet soit le plus éclairé qu'il se puisse. On supposera aussi que la lumière est toute concentrée en un seul point , qui réuniroit l'éclat de toutes ses différentes parties.

Or , on sçait que la lumière répandue par un point lumineux sur une surface qu'il éclaire , diminue , l'angle étant le même , en raison inverse du carré de la distance , & que l'angle d'inclinaison variant , elle est comme le sinus de cet angle ; d'où il suit qu'elle croît ou décroît dans le rapport composé de l'inverse du carré de la distance & du direct du sinus d'inclinaison. Pour résoudre le problème , il faut donc trouver la hauteur du point lumineux dans la perpendiculaire donnée , qui rendra ce rapport le plus grand possible.

Or on trouve que cela sera , quand cette hauteur perpendiculaire , & la distance du point à éclairer au pied de la lumière , seront entr'elles comme le côté du carré est à la diagonale. Ainsi , sur cette distance donnée & invariable , comme hypothénuse , décrivez un triangle isoscele rectangle ; le côté de ce triangle sera la hauteur où la lumière

288 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

étant placée, le point donné, ou le milieu du papier dont il s'agit, fera le plus éclairé.

On peut proposer un autre problème analogue, savoir celui-ci : *Deux lumières d'inégale hauteur, & placées aux extrémités d'une ligne horizontale, étant données, trouver sur cette ligne le point tellement situé, que l'objet qui y sera placé soit le plus éclairé qu'il est possible.* Mais nous n'en donnons pas la solution, pour laisser à notre lecteur le plaisir de la trouver.

PROBLÈME LXII.

Quel est le rapport de la lumière de la lune à celle du soleil ?

C'EST un problème fort curieux que celui-ci ; mais ce n'est que depuis un assez petit nombre d'années qu'on s'est avisé des principes & des moyens qui peuvent conduire à sa solution. On les doit à M. Bouguer, qui les a exposés dans son traité sur la *gradation de la lumière*, ouvrage qui contient mille choses curieuses, dont quelques-unes trouveront place ici.

Pour parvenir à cette mesure de l'intensité de la lumière, M. Bouguer part d'un fait donné par l'expérience, savoir, que l'œil exercé juge assez exactement, lorsque deux surfaces semblables & égales sont également illuminées. Il ne s'agit donc que d'éloigner inégalement deux lumières inégales, ou leur procurer, par le moyen de verres concaves de foyers inégaux, des dilatations inégales, en sorte que les surfaces illuminées paroissent l'être également. Ce n'est plus qu'une affaire de calcul ; car, si deux lumières, dont l'une est quatre fois plus proche que l'autre, illuminent également deux

deux surfaces semblables ; il est évident que les degrés d'illumination d'une même lumière , diminuant en raison inverse des quarrés des distances , on devra conclure que l'éclat de la première lumière est seize fois aussi grande que celui de la seconde. De même si une lumière dilatée dans un espace circulaire d'un diamètre double , éclaire autant qu'une autre lumière directe , on devra en conclure que la première est quadruple de la seconde.

En employant ces moyens , M. Bouguer a trouvé que la lumière du soleil , diminuée 11664 fois , étoit égale à celle d'un flambeau éclairant une surface à 16 pouces de distance ; & que ce même flambeau éclairant une surface semblable à 50 pieds de distance , lui donnoit la même lumière que celle de la lune diminuée 64 fois. Il en conclut , en composant ces deux raisons , que la lumière du soleil est à celle de la lune , dans ses distances moyennes & à même hauteur , comme 256289 à 1 , c'est-à-dire plus de 250000 fois plus grande. Quelques autres expériences le portent même à conclure que la lumière de la lune n'est guere que la 300000^e partie de celle du soleil.

On ne doit donc point être surpris du résultat d'une expérience célèbre , faite par deux académiciens de Paris (MM. Couplet & de la Hire). Ces deux physiciens employèrent le miroir ardent de l'Observatoire , de 35 pouces de diamètre , à réunir les rayons lunaires , & firent tomber le foyer sur la boule d'un thermometre. Il n'en résulta aucun mouvement dans la liqueur. Et en effet cela devoit arriver ainsi ; car supposons un miroir comme le précédent , qui réunit les rayons tom-

290 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

bants sur sa surface en un espace 12 à 1400 fois moindre ; la chaleur qui en résultera sera 12 ou 1400 fois plus grande : mais , à cause de la dispersion des rayons , c'est beaucoup de supposer cette lumière un millier de fois plus dense que la lumière directe , & la chaleur à proportion. Ainsi un pareil miroir , réunissant les rayons lunaires , produiroit à son foyer une chaleur 1000 fois plus grande que celle de la lune. Divisant donc 300000 par 1000 , on aura pour quotient le nombre 300 , qui exprime le rapport de la chaleur solaire directe , à celle de la lune ainsi condensée. Or , une chaleur 300 fois moindre que celle du soleil direct , ne sçauroit produire aucun effet sur la liqueur du thermomètre. Il s'en faut donc bien que ce fait soit inexplicable , comme le dit l'auteur de *l'Histoire des progrès de l'esprit humain dans la Physique*. Bien loin de-là , il est une suite nécessaire du calcul de M. Bouguer , qu'apparemment l'auteur avoit perdu de vue.

Nous remarquerons encore ici que , par un calcul moyen , M. Bouguer a trouvé que l'éclat de la lune dans l'horizon , (en le supposant même net , sans brume & sans nuage) , est 2000 fois environ moindre que l'éclat de ce même astre élevé de 66°. Il doit en être de même de la lumière de la lune.

PROBLÈME LXIII.

De quelques illusions optiques.

I.

AYEZ un cachet gravé d'un chiffre , & regardez-le avec un verre convexe d'un pouce au plus de foyer ; vous verrez le chiffre ou la gravure en-

foncée : mais si vous continuez de la regarder sans changer de situation, vous la verrez en relief ; puis, continuant de regarder, elle vous paroîtra de nouveau enfoncée, ensuite de relief. Quelquefois, après avoir discontinué de regarder, on l'apperçoit d'abord de relief au lieu de la voir enfoncée ; puis enfoncée, & ainsi de suite. Lorsque le côté de la lumière change, cela fait aussi ordinairement changer l'apparence.

Je vois que quelques personnes se sont donné beaucoup de peine pour trouver la cause de ce jeu. Il me semble qu'elle n'est pas bien difficile à démêler. Lorsqu'on considère un objet avec une lentille d'un foyer court, & conséquemment avec un seul œil, on ne juge que fort imparfaitement de la distance, & l'imagination seule a beaucoup de part à celle qu'on assigne à l'image qu'on apperçoit. D'un autre côté, la position de l'ombre ne peut guère servir à redresser le jugement qu'on en porte ; car l'ombre est à droite si la gravure est en creux & le jour venant de la droite, & elle est également à droite si la gravure est en relief & que la lumière vienne de la gauche. Mais lorsqu'on considère attentivement une pierre gravée avec une loupe, on ne fait pas attention au jour d'où vient la lumière. Ainsi tout est ici, pour ainsi dire, équivoque & indéterminé. Il n'est donc pas surprenant que l'organe porte un jugement indécis & continuellement variable ; mais je suis convaincu qu'un œil exercé ne tombe pas dans ces variations.

On ne voit pas la même chose en faisant l'expérience avec une pièce de monnaie. La raison en est, probablement, que l'on est accoutumé à manier des pièces de monnaie, & à les voir gra-

vées en relief ; ce qui ne permet pas à l'ame de se former à l'occasion de l'image peinte dans l'œil , une autre idée que celle qu'elle a toujours eue à l'aspect d'une piece de monnoie , sçavoir , celle d'un relief.

II.

Si l'on présente à un miroir concave , & à une distance convenable , c'est-à-dire entre le centre & le foyer , une bouteille de crystal à demi remplie d'eau , on la verra renversée au devant du miroir. Rien jusqu'ici que de connu. Mais une apparence qui paroît singulière à plusieurs personnes , quoiqu'elle ne soit cependant pas générale , c'est que l'on croit voir l'eau dans la moitié de la bouteille qui avoisine le cou qui est en bas. J'ai vu donner ce phénomène comme difficile à expliquer. Pour moi , il me semble qu'à l'égard de ceux qui croient voir ainsi , cela vient de ce que nous avons l'expérience que si l'on renverse une bouteille demi-pleine d'eau , ce fluide s'écoule dans la partie inférieure ou du côté du cou.

Une autre cause se joint ici pour aider ce jugement. Lorsqu'une bouteille de crystal est demi-pleine d'eau bien limpide , les deux moitiés sont sensiblement aussi transparentes l'une que l'autre , & l'on ne s'apperçoit guere de la présence de l'eau , que par la réflexion de la lumière qui se fait sur sa surface ; or , dans l'image renversée , cette surface réfléchit la lumière , mais par dessous , & même avec plus de force. On est par-là conduit à juger que le fluide est en bas.

PROBLÈME LXIV.

Est-il vrai que la lumière se réfléchit plus vivement de dessus l'air que de dessus l'eau ?

CELA est très-vrai, pourvu qu'on l'entende dans le sens convenable, sçavoir celui-ci : Lorsque la lumière tend à passer de l'air dans l'eau, sous une certaine obliquité, par exemple de 30° , l'eau réfléchit moins de rayons que lorsque, sous la même inclinaison, la lumière tend à passer de l'eau dans l'air. Ce qui est fort singulier, c'est que si l'on supprimoit absolument cet air, pour ne laisser qu'un vuide parfait, loin que la lumière passât plus facilement dans ce vuide qui n'oppose aucune résistance, au contraire elle éprouveroit plus de difficulté, & plus de rayons seroient réfléchis au passage.

Je ne sçais pas pourquoi on a donné cela, dans les *Transactions Philosophiques*, comme une nouveauté paradoxale; car cette espèce de phénomène est une suite nécessaire de la loi de la réfraction. En effet, lorsque la lumière passe d'un milieu plus rare dans un plus dense, comme de l'air dans l'eau, le passage est toujours possible, parceque le sinus de réfraction est moindre que celui d'incidence, sçavoir, en raison de 3 à 4, dans le cas énoncé. Mais au contraire, lorsque la lumière tend à passer obliquement de l'eau dans l'air, le passage est impossible sous une certaine obliquité, parceque le sinus de réfraction est toujours plus grand que celui d'incidence, sçavoir, ici dans le rapport de 4 à 3. Il y a donc une obliquité telle que le sinus de réfraction seroit plus grand que le sinus total; & cela arriveroit si le sinus d'inci-

T üj

dence étoit tant soit peu plus grand que les $\frac{3}{4}$ du rayon, ce qui répond à un angle de $48^{\circ} 36'$. Mais un sinus ne peut excéder le sinus total. Il y a donc, dans ce cas, impossibilité que le rayon de lumière pénètre le nouveau milieu. Ainsi, tandis que sous toutes les inclinaisons la lumière passe du milieu plus rare dans le plus dense, de l'air, par exemple, dans l'eau, il en est, sçavoir toutes celles qui sont moindres que l'angle de $41^{\circ} 24'$ avec la surface réfringente, qui ne permettent plus le passage de la lumière de l'eau dans l'air : elle est alors obligée de se réfléchir, & la réfraction se change en réflexion. Or, quoique, sous des angles d'inclinaison plus grands, la lumière puisse passer de l'eau dans l'air, cependant cette disposition à se réfléchir, ou cette difficulté à traverser d'un milieu dans l'autre, se perpétue dans tous ces angles, de manière qu'il y a moins de rayons réfléchis lorsqu'un rayon mu dans l'air tend à passer dans l'eau sous un angle de 60° , que lorsqu'il tend à sortir de l'eau dans l'air sous le même angle. Enfin, lors même que la lumière tend à passer perpendiculairement de l'eau dans l'air, il s'en réfléchit davantage que lorsqu'elle tend à passer perpendiculairement de l'air dans l'eau.

Une expérience fort simple sert à démontrer cette vérité. Remplissez une bouteille de vis-à-vis, à peu près jusqu'au tiers, & ensuite mettez-y de l'eau jusqu'à l'autre tiers, en sorte que vous ayez deux surfaces parallèles, l'une de vis-à-vis, l'autre d'eau. Mettez quelque objet lumineux à une hauteur mitoyenne entre ces deux surfaces, & l'œil du côté opposé & à la même hauteur que cet objet : vous le verrez à travers la bouteille, &

réfléchi presque avec la même vivacité, soit sur la surface du vis-argent, soit sur celle qui sépare l'eau de l'air. L'air réfléchit donc ici la lumière presque avec autant de vivacité que le vis-argent.

REMARQUES.

1. On est donc fondé à conclure de-là, que la surface de l'eau est pour les êtres plongés dans ce fluide, un miroir beaucoup plus réfléchissant que cette même surface ne l'est pour les êtres qui sont dans l'air. Les poissons se voient beaucoup plus distinctement & plus vivement lorsqu'ils nagent près de la surface de l'eau, que nous ne nous voyons sur cette même surface.

2. Rien n'est plus propre que ce phénomène à prouver la vérité des raisons que Newton donne de la réflexion & de la réfraction. La lumière, passant d'un fluide dense dans un plus rare, est précisément, suivant Newton, dans le même cas où seroit une pierre lancée obliquement en l'air, si l'on supposoit que l'énergie de la pesanteur n'agît pas au-delà d'une distance déterminée, par exemple de 4 toises; car on démontre que, dans ce cas, la déviation de cette pierre seroit précisément la même, & assujettie à la même loi que la lumière dans la réfraction. Il y auroit de même des inclinaisons sous lesquelles la pierre ne sçauroit passer de cet atmosphère de pesanteur au dehors, quoiqu'il n'y eût au dehors rien de résistant, fût-ce même un vuide parfait.

Il ne faut cependant pas dire dans ce cas, comme un homme célèbre, expliquant la philosophie newtonienne, que le vuide réfléchit la lumière: ce n'est qu'une façon de parler. Pour s'annoncer avec exactitude, il faudroit dire que la

lumière est ramenée d'autant plus fortement vers le milieu dense, que le milieu qui est au-delà est plus rare.

Nous ne sommes rien moins que satisfaits de ce qu'on dit sur cela dans le *Dictionnaire d'Industrie*, où l'on pourroit d'ailleurs être étonné de voir traiter de phénomènes optiques; car on dit que ce phénomène dépend de l'impénétrabilité de la matière, & de l'extrême polissure de la surface réfléchissante. Mais lorsque la lumière est réfléchie fortement à son passage de l'eau dans le vuide, ou un espace presque vuide d'air, où est l'impénétrabilité de la matière réfléchissante, puisqu'un pareil espace a bien moins d'impénétrabilité que l'air ou l'eau? Quant à la polissure de la surface réfléchissante, elle est égale, soit pour le rayon passant de l'air dans l'eau, soit pour celui qui passe de l'eau dans l'air.

PROBLÈME LXV.

Exposition d'un phénomène non - aperçu ou négligé par les Physiciens.

EN plaçant votre doigt perpendiculairement & fort près de votre œil, comme à quelques pouces tout au plus, regardez la lumière d'un flambeau, en sorte que le bord de votre doigt paroisse très-voisin de la flamme : vous verrez alors le bord de cette flamme colorée de rouge. Faites ensuite passer le bord de votre doigt au devant de la flamme, en sorte qu'il n'en laisse apercevoir à l'œil que le second bord : celui-ci paroîtra teint de bleu, tandis que le bord du doigt sera coloré de rouge.

Si vous faites la même chose à l'égard d'un corps opaque plongé au milieu de la lumière,

comme d'une traverse de croisée, les couleurs paroîtront dans un ordre opposé. Ainsi, lorsqu'il restera seulement entre le doigt & la traverse un filet de lumière, le bord de votre doigt fera teint de rouge, & le bord voisin de la traverse sera bordé de bleu; mais lorsque vous aurez rapproché le bord de votre doigt du second bord de la traverse, en sorte qu'elle en soit presque entièrement cachée, ce second bord sera teint de rouge; & sans doute le bord du doigt paroîtroit coloré en bleu, si cette couleur sombre pouvoit paroître sur un fond brun & obscur.

Ce phénomène tient sans doute à la différente réfrangibilité de la lumière, & l'on en demande l'explication & le développement.

PROBLÈME LXVI.

*De quelques autres Phénomènes curieux des Couleurs
& de la Vision.*

I.

LORSQUE votre croisée est fortement éclairée par la lumière du jour, regardez-la fixément & attentivement pendant quelques minutes, ou jusqu'à ce que votre œil soit un peu fatigué; fermez ensuite les yeux: vous verrez dans l'œil la représentation des carreaux que vous avez considérés; mais la place des traverses sera lumineuse & blanche, & celle des carreaux obscure & noire. Mettez enfin votre main devant vos yeux, de manière à en intercepter absolument le restant de lumière que laissent passer les paupières; le phénomène changera: vous verrez les carreaux lumineux & les traverses noires. Otez votre main; la place des

carreaux sera noire , & celle des traverses lumineuse.

II.

Considérez & fixez quelque temps attentivement un corps très-lumineux , par exemple le soleil ; lorsque vous jetterez la vue sur d'autres objets dans un lieu fort éclairé , vous y appercevrez une tache noire ; un peu moins de jour fera paroître cette tache bleue ; moins encore de lumière la fera devenir pourpre ; enfin cette tache que vous porterez au fond de l'œil fera lumineuse dans un endroit absolument obscur ,

III.

Si vous regardez long-temps , & jusqu'à vous fatiguer un peu , un livre imprimé , avec des conserves vertes ; lorsque vous les aurez ôtées , le blanc du livre vous paroîtra rougeâtre : mais regardez de la même manière un livre avec des lunettes ou conserves rouges ; lorsque vous les aurez quittées , le blanc du livre vous paroîtra verdâtre.

IV.

Si vous considérez avec attention une tache d'un rouge éclatant sur un fond blanc , comme un petit carré de papier rouge sur un papier blanc , vous verrez après quelque temps , autour de ce papier rouge , une bordure bleue : détournez alors l'œil de dessus cet objet , pour le porter sur le papier blanc , vous verrez un carré de vert tendre , tirant sur le bleu , qui durera plus ou moins , selon que vous aurez considéré la couleur rouge plus long - temps , & que son éclat aura été plus

vif. Cette impression s'affoiblira à mefure que vous porterez l'œil fur d'autres objets.

Si , au lieu d'un quarré de papier rouge fur un fond blanc , vous confiderez de même une tache jaune , vous verrez , en portant l'œil fur le fond blanc , une tache bleue.

Un papier vert fur un fond blanc , confidéré de la même maniere , produira dans l'œil une tache d'un pourpre pâle ; & un papier bleu , une tache d'une teinte d'un rouge pâle.

Enfin , fi l'on confidere de la même maniere une tache noire fur un fond blanc , on verra , après quelque temps d'attention , une bordure blanche fe former autour de la tache noire ; & alors , détournant l'œil fur le fond blanc , vous verrez une tache d'un blanc plus éclatant que ce fond , & qui s'en détache très-bien. C'est tout le contraire lorsqu'on regarde une tache blanche fur un fond noir.

Ainsi , dans ces expériences , le rouge est opposé au vert & le produit , comme le vert produit le rouge ; le bleu & le jaune font opposés , & se produisent l'un l'autre. Il en est de même du noir & du blanc ; ce qui indique évidemment un effet constant , & dépendant de l'organisation de l'œil.

C'est-là ce que l'on appelle les *couleurs accidentelles* ; objet que le docteur Jurin , de la S. R. de Londres , a le premier confidéré , que M. de Buffon a ensuite beaucoup étendu , & fur lequel il a donné un Mémoire à l'Académie en 1743. Cet homme célèbre ne donne aucune explication de ces phénomènes , & s'y borne à dire que , quoiqu'assuré de ses expériences , les conséquences ne lui paroissent pas encore assez certaines pour rien hasarder sur la formation de ces couleurs. Il y a tout lieu de croire qu'il en eût démêlé la cause , si ses

300 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

autres occupations le lui eussent permis. Mais ce que M. de Buffon n'a pas fait, le docteur Godard, médecin de Vervier, vient de le tenter avec succès. L'explication qu'il donne de ces phénomènes, & de plusieurs autres du même genre, dans le *Journal de Physique* (Mai & Juillet 1776) de M. l'abbé Rosier, me paroît tout-à-fait satisfaisante, & porter avec soi la conviction.

PROBLÈME LXVII.

Déterminer combien de temps la sensation de la lumière dure dans l'œil.

TOUT le monde connoît un phénomène qui dépend de cette durée. Qu'on agite un tison en rond; si ce mouvement est assez rapide, on verra comme un cercle de feu. Il est évident que cela vient uniquement de ce que la vibration imprimée dans les fibres de la rétine, n'est pas encore éteinte lorsque l'image du tison repasse sur les mêmes fibres. Ainsi, quoique probablement il n'y ait sur la rétine qu'un point de lumière, à chaque instant on reçoit la même sensation que si ce point de lumière laissoit une trace continue.

Or on a trouvé, en calculant la vitesse du corps lumineux qu'on met en mouvement, que lorsqu'il faisoit sa révolution en plus de 8 tierces, le ruban de feu étoit interrompu; d'où l'on doit conclure que l'impression faite sur une fibre, dure cet intervalle de temps. Mais l'on pourroit demander si ce temps est le même pour toutes les lumières, de quelqu'intensité qu'elles soient; c'est ce que je ne crois pas; sans doute une lumière plus vive excite en même temps une impression plus vive & plus durable.

S U P P L É M E N T

Contenant un précis des Observations Microscopiques les plus curieuses.

LES physiciens n'ont pas plutôt été en possession du microscope, qu'ils se sont empressés à faire usage de cet instrument merveilleux pour pénétrer dans la texture des corps qui, par leur petitesse, se déroboient à leurs regards. Il n'est presque point d'objet dans la nature qu'on n'ait appliqué au microscope, & plusieurs ont présenté un spectacle qu'on n'auroit jamais imaginé. Quoi de plus inattendu en effet que les animaux ou les molécules (car tout le monde ne convient pas de leur animalité) qu'on voit nager dans le vinaigre, dans les infusions des plantes, dans la semence des animaux ? quoi de plus curieux que le mécanisme des organes de la plupart des insectes, même de ceux qui échappent ordinairement à notre vue, comme leurs yeux, leurs tarières, leurs trompes, leurs filières, &c ? Quoi de plus digne d'admiration que la composition du sang, dont le microscope nous fait appercevoir les éléments ; la texture de l'épiderme, la structure du lichen, celle de la moisissure, &c, &c ? Nous allons parcourir les principaux de ces phénomènes, & donner ici un précis des observations les plus curieuses de ce genre.

§. I.

Des animaux ou prétendus animaux du vinaigre & des infusions des plantes.

1. Laissez pendant quelques jours du vinaigre exposé à l'air ; après quoi prenez-en une goutte, & posez-la sur le porte-objet transparent du microscope, soit simple, soit composé ; éclairez par dessous le porte-objet : vous appercevrez dans cette goutte de liqueur des corps ressemblants à de petites anguilles qui sont dans un mouvement continu. On ne sçauroit mieux les comparer qu'à de petits serpents, à raison des circonvolutions qu'on voit faire à leur corps délié & allongé.

Mais on auroit tort d'attribuer, comme de bonnes-gens l'ont pensé, l'acidité du vinaigre à l'action de ces animalcules, vrais ou prétendus, sur l'organe de la langue & du goût ; car le vinaigre qui en est privé n'est pas moins acide, s'il ne l'est davantage. On ne voit en effet ces anguilles ou serpents que dans du vinaigre qui, exposé depuis quelque temps à l'air, commence à passer de l'acidité à la putréfaction.

2. Faites infuser pendant quelques jours, du poivre légèrement concassé dans de l'eau pure, & après cela exposez-en une goutte au microscope ; ce sera un autre spectacle : vous y verrez de petits animaux en nombre innombrable. Ils sont de forme elliptique, médiocrement oblongue. On les voit dans un mouvement continu, allant & venant dans tous les sens, se détournant lorsqu'ils se rencontrent, ou qu'ils trouvent sur leur passage quelque masse immobile. On en voit quelquefois s'allonger pour passer dans un espace étroit. Quel-

ques auteurs , d'une imagination vive apparemment , croient même en avoir vu s'accoupler & accoucher ; mais on peut se dispenser d'ajouter foi à cette observation.

Si vous faites infuser dans de l'eau d'autres corps végétaux , vous verrez des animalcules d'une forme différente. Dans certaines infusions , ils ressemblent à des ovales avec un petit bec & une longue queue ; dans d'autres , ils sont alongés comme des lézards : il en est où ils ont l'apparence de certaines chenilles ou vers armés de longs poils : quelques - uns dévorent ou semblent dévorer leurs camarades.

Lorsque la goutte dans laquelle ils nagent , & qui est pour eux comme un vaste bassin , diminue par l'effet de l'évaporation , ils se retirent à mesure vers le milieu , où ils s'amoncellent , & périssent enfin quand l'humide leur manque absolument. On les voit alors se tourmenter , faire des efforts , s'élanter , pour échapper à la mort , ou à l'état de mal-aise qu'ils éprouvent. Ils sont , pour la plupart , très - ennemis des liqueurs salées ou acides. Si , dans une goutte d'infusion qui fourmille de ces animalcules , vous mettez la plus petite quantité d'acide vitriolique ou de vinaigre , vous les voyez tout-à-coup périr , en se renversant sur le dos ; quelquefois même en perdant leur peau , qui se brise , & laisse sortir une quantité de petits globules , qu'on apperçoit le plus souvent au travers de leur peau transparente. Il en est de même si l'on jette dans l'infusion quelque peu d'urine.

Il se présente naturellement ici une question. Doit-on regarder ces molécules mobiles comme des animaux ? On est partagé sur cela. M. de Buffon ne le pense pas , & les range seulement , ainsi

304 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

que les animaux spermatiques , dans la classe de certains corps qu'il appelle *molécules organiques*. Mais qu'est-ce que des molécules organiques ? C'est ce qu'il feroit trop long d'expliquer. Il faut recourir à l'*Histoire Naturelle* de ce sçavant & célèbre écrivain.

M. Needham conteste aussi à ces petits corps l'animalité, c'est-à-dire une animalité parfaite , qui consiste à se nourrir , croître , multiplier , être doué d'un mouvement spontanée ; mais il leur donne une sorte de vitalité obscure ; & , de toutes ses observations , il tire des conséquences sur lesquelles il étaye un système très-singulier. Il pense que la matière végétale tend à s'animaliser. Comme ce sont les anguilles produites par l'infusion de la colle de farine qui jouent un grand rôle dans le système de ce naturaliste , un homme célèbre n'a jamais laissé échapper l'occasion de verser sur lui le ridicule à pleine coupe , en les appelant les anguilles du Jésuite Needham , & en le représentant comme un partisan des générations spontanées , justement rejetées aujourd'hui par tous les philosophes modernes. Mais des plaisanteries ne sont pas des raisons. Nous connoissons si peu la limite entre le regne végétal & l'animal , que c'est être bien hardi que de la fixer. Au reste , il faut en convenir , les idées de M. Needham sur cela sont si obscures , que je pense que peu de lecteurs sont parvenus à l'entendre.

D'autres naturalistes & observateurs tiennent au contraire pour l'animalité de ces petits êtres : car , disent ces observateurs , qu'est-ce qui peut caractériser davantage l'animal , que la spontanéité de son mouvement ? Or ces molécules , lorsqu'elles se rencontrent dans leurs courses, rétrogradent,

dent, non par l'effet d'un choc, comme feroient deux globules élastiques; mais la partie qui ordinairement marche la première, se détourne à la proximité du corps qui vient au devant d'elle : quelquefois l'une & l'autre se contentent d'infléchir leur direction pour ne se pas choquer. A la vérité on ne les a pas vues encore ni s'accoupler, ni pondre, ni même se nourrir; mais cette dernière fonction peut bien s'exécuter sans un acte apparent, comme celui de la plupart des autres animaux. L'extrême petitesse & la forme étrange de ces molécules, ne feroient pas des raisons contre leur animalité. On ne doute point aujourd'hui de celle des polypes aquatiques. Leur forme est bien aussi extraordinaire, si elle ne l'est davantage, que celle des molécules mobiles des infusions. Pourquoi donc refuser l'animalité à celles-ci.

On pourroit pourtant encore répondre à cette parité prétendue. On voit le polype naître, croître, se régénérer, à la vérité par un moyen fort éloigné de celui des autres animaux connus : on les voit sur-tout se nourrir. Les animaux prétendus microscopiques ne font rien de semblable : on ne doit donc pas les ranger dans la même classe. Mais convenons que tout cela est encore fort obscur, & qu'il est sage de suspendre son jugement.

§. II.

Des Animaux spermatiques.

Parmi les découvertes microscopiques du siècle dernier, il n'en est aucune qui ait fait plus de bruit que celle de ces molécules mobiles qu'on apperçoit dans la semence des animaux, & qu'on appelle *animalcules spermatiques*. Ce fut le fameux Lewenhoeck qui le premier fit & annonça cette singulière

Tome II.

V

découverte. Il vit dans la semence humaine une multitude de petits corps, la plupart avec des queues très-longues & très-déliées, qui étoient dans un mouvement continuel. Leur grosseur est beaucoup moindre que les plus petits grains de fable; elle est même si petite dans quelques liqueurs séminales, que cent mille, & même un million, n'égaleroient pas un grain de pavot. Par un autre calcul, Lewenhoeck fait voir que, dans la laite d'un merlus, il y a un plus grand nombre d'animaux de cette espèce, qu'il n'y a d'hommes sur la surface de la terre.

Lewenhoeck ne s'est pas borné à considérer la semence humaine; il a examiné de la même manière la liqueur prolifique de quantité d'animaux, tant quadrupèdes que volatiles, & même celle de quelques insectes. Dans toutes ces semences, il vit à peu près le même phénomène. Cette observation a depuis été réitérée par nombre d'observateurs, & a donné lieu à un système sur la génération, qu'il est superflu de développer ici.

Mais personne n'a fait des observations plus soignées & plus exactes que M. de Buffon sur le sujet dont nous nous occupons, & nous allons par cette raison en donner le précis.

Ce naturaliste célèbre, s'étant procuré une quantité assez considérable de la semence extraite des vésicules séminales d'un homme qui venoit de périr de mort violente, le premier objet qui se présenta à sa vue, armée d'un excellent microscope, furent des filaments languets, qui avoient un mouvement comme de vibration; ils lui parurent aussi renfermer dans leur intérieur de petits corps. La semence qu'il observoit ayant pris un peu plus de liquidité, il vit ces filaments s'enfler

en quelques points, & il en sortit des corps oblongs & elliptiques, dont une partie resta d'abord attachée à ces filaments par une longue queue très-déliée. Quelque temps après, & cette semence étant devenue encore plus liquide, les filaments avoient disparu; & il ne restoit plus dans la liqueur que ces corps ovales avec des queues, par l'extrémité desquelles ils sembloient attachés, sur lesquelles ils se balançoient comme un pendule, & ayant cependant un mouvement progressif, mais lent, & comme embarrassé par l'adhérence de leurs queues à la liqueur: ils avoient de plus une sorte de mouvement de roulis; ce qui prouve qu'ils n'avoient pas une base aplatie, mais qu'ils étoient à peu près ronds dans leur coupe transversale. Quelque temps étant encore écoulé, & la liqueur féminale ayant acquis plus de fluidité, c'est-à-dire douze ou quinze heures après, les petits corps mobiles s'étoient dépouillés de leurs queues, & n'avoient l'apparence que de corps elliptiques, se mouvant avec beaucoup de vivacité. Enfin, à mesure que la matière s'atténue davantage, ils se divisent de plus en plus, jusqu'à disparaître, ou ils se précipitent au fond de la liqueur, & semblent perdre leur vitalité.

Il arriva une fois à M. de Buffon, lorsqu'il considéroit ces molécules mobiles, de les voir défiler comme un régiment, sept à sept, ou huit à huit, marchants toujours très-serrés & du même côté. Il rechercha la cause de cette apparence, & il trouva que ces molécules partoient toutes d'une masse de filaments amoncelés, qui se trouvoit dans un coin de la goutte spermatique, & se résolvoit ainsi successivement en petits globules alongés. Ils étoient au reste tous sans queue. Cela

rappelle l'idée singulière d'un naturaliste , qui , voyant pareille chose dans la semence d'un bœuf , crut y trouver la raison de l'inclination particulière de ces animaux à marcher en troupe , & à se suivre les uns les autres.

M. de Buffon a observé de la même manière la liqueur spermatique de divers autres animaux , de bœuf , de bœuf , &c ; & il y a vu les mêmes molécules d'abord avec des queues , & s'en privant par degré , à mesure que la liqueur prenoit de la fluidité. Quelquefois aussi elles lui ont paru sans queue dès leur première apparition & formation. C'est en quoi ses observations diffèrent de celles de Lewenhoeck , qui représente constamment ces prétendus animalcules avec des queues , dont il dit même qu'ils paroissent s'aider dans leurs mouvements , & qu'on leur voit tortiller en différents sens. Les observations de M. de Buffon diffèrent aussi de celles du naturaliste Hollandois , en ce que le dernier dit n'avoir jamais pu trouver de trace de ces animalcules dans la semence ou la liqueur extraite des ovaires des femelles , tandis que M. de Buffon a vu ces molécules mobiles dans cette liqueur , à la vérité moins fréquemment , & seulement dans quelques circonstances.

On voit par-là qu'il y a encore des recherches à faire sur la nature de ces molécules mobiles , puisque deux observateurs aussi célèbres ne s'accordent pas dans toutes les circonstances du même fait.

On n'apperçoit , au reste , rien de semblable dans les autres liqueurs animales , telles que le sang , la lymphe , le lait , la salive , l'urine , le fiel , le chyle ; ce qui semble indiquer que ces animaux ou molécules vivantes jouent un rôle dans la génération.

§. III.

Des Animaux ou Molécules mobiles du blé vicié.

Voici encore une observation microscopique qu'on peut hardiment regarder comme la plus singulière de toutes ; car , si on en tire toutes les conséquences qu'en déduisent quelques-uns de ses auteurs , elle nous présente l'exemple d'une résurrection répétée , pour ainsi dire à volonté.

La maladie du blé qui présente ce phénomène étrange , est , non la carie , ni l'ergot , comme quelques auteurs l'ont dit , faute d'une connoissance suffisante des différences spécifiques des maladies des grains , mais cette maladie qu'on doit appeller *l'avortement* ou le *rachitisme*. Si l'on prend un grain de blé qui est dans cet état , & qu'on l'ouvre avec précaution , on le trouvera rempli d'une substance blanche , qui se divise elle-même facilement en une multitude de petits corps blancs & allongés , comme de petites anguilles renflées dans le milieu de leur corps. Tant que ces molécules , (car on nous permettra d'être encore neutres sur leur animalité prétendue ou vraie) , tant que ces molécules , dis-je , sont dans cet état de sécheresse , elles ne donnent aucun signe de vie ; mais si on les humecte avec de l'eau bien pure , on les voit sur le champ se mettre en mouvement , & donner toutes les marques de l'animalité. Laisse-t-on dessécher la goutte de fluide dans laquelle elles nagent , elles perdent leur mouvement ; mais on est maître de le leur rendre , même plusieurs mois après leur mort apparente , en les replongeant dans l'eau. M. Fontana , observateur Italien , ne fait nulle difficulté de regarder cela comme une résurrec-

tion. Si , après des observations réitérées , ce phénomène se vérifie , ainsi que celui du serpent du Pérou , auquel , plusieurs mois après l'avoir laissé dessécher au bout d'une corde , on rend la vie en le plongeant dans un boubier qui est son élément , nos idées sur l'animalité pourroient étrangement changer. Mais j'avoue que je n'ajoute pas foi à ce dernier fait , quoique M. Bouguer , qui le rapporte sur le témoignage du P. Gumilla , Jésuite , & d'un chirurgien François , ne le rejette pas entièrement (a). Au reste quelques autres observateurs , (comme M. Roffredi ,) prétendent avoir reconnu dans ces molécules anguilliformes , l'ouverture de la gueule , celle des parties féminines , &c. Ils prétendent enfin avoir démêlé dans le ventre de l'anguille mere le mouvement des petites anguilles qu'elle contenoit , & , ayant ouvert le corps à celle-ci , en avoir vu sa progéniture se répandre sur le porte-objet de leur microscope. Ce sont des observations à constater : elles le méritent assurément , par les lumieres qu'elles jetteroient sur l'animalité.

§. I V.

Les Mouvements de la Tremella.

La tremella est cette plante gélatineuse , verdâtre , qui se forme dans les eaux stagnantes , & qui est connue des naturalistes sous le nom de *conserva gelatinosa omnium tenerrima & minima , aquarum limo innascens*. Elle est composée d'une multitude

(a) Il seroit à souhaiter que M. Bouguer se fût assuré de la vérité ou de la fausseté du phénomène ; cela seul vaudroit la peine d'un voyage au Pérou : mais il dit avoir été trop pressé dans son voyage pour vérifier ce fait.

de filets entrelacés les uns avec les autres. Considérés seuls, ils sont composés de petites parties d'environ une ligne de longueur, articulées les unes avec les autres.

Jusqu'ici rien ne rend cette production de la nature recommandable & singulière aux yeux du physicien ; mais les observations microscopiques y ont fait découvrir deux propriétés fort extraordinaires. L'une est un mouvement spontanée dont ces filets sont doués. Si l'on en considère un isolé, & placé sur le porte-objet du microscope, suffisamment humecté, on apperçoit ses extrémités s'élever & s'abaisser alternativement, & se porter à droite & à gauche ; il se tortille en même temps en divers sens, & sans aucune impression extérieure. Quelquefois, au lieu de la ligne droite qu'il formoit par sa longueur, il vient former une ovale ou une courbe irrégulière. Si deux sont à côté l'un de l'autre, ils se tortillent & s'entrelacent, ou quelquefois ils s'avancent lentement, & par un mouvement imperceptible, l'un d'un côté, l'autre de l'autre. Ce mouvement a été estimé par M. Adanson, être d'environ un 400^e de ligne par minute.

L'autre propriété de cette plante est qu'elle meurt & ressuscite, pour ainsi dire, à plusieurs reprises ; car, si plusieurs filets ou une masse de tremella se dessèche, elle perd entièrement la faculté dont nous venons de parler. Elle restera plusieurs mois dans cet état de mort, ou, si l'on veut, de sommeil ; mais replongez-la dans l'humidité nécessaire, elle renaît, pour ainsi dire, ses mouvements se rétablissent, & elle se multiplie comme elle a coutume de faire.

M. l'abbé Fontana, observateur célèbre de

312 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Parme, n'hésite point, d'après tous ces faits, à ranger la tremella au nombre des zoophytes, & de la regarder comme le passage du végétal à l'animal, ou de l'animal au végétal; enfin, comme un animal ou végétal doué de la belle propriété de pouvoir mourir & ressusciter alternativement. Mais cette mort est-elle une véritable mort, ou un simple sommeil, une suspension de toutes les facultés dans lesquelles consiste la vie de cette plante? Pour répondre à cette question, il faudroit sçavoir précisément ce que c'est que la mort. Nous dirions ici bien des choses, si c'en étoit la place.

§. V.

De la Circulation du Sang.

Si l'on veut se procurer le plaisir d'observer la circulation du sang au moyen du microscope, on y parviendra facilement. Parmi les objets qu'on peut employer à cet usage, sont principalement la membrane déliée & transparente qui joint les doigts des grenouilles, & la queue du têtard. Eten-
dez & assujétissez cette membrane sur un verre, que vous éclairerez par dessous; vous verrez avec un plaisir singulier le cours du sang dans les vaisseaux dont elle est parsemée; vous croirez voir un archipel d'îles, entre lesquelles coule un courant rapide.

On prend aussi un têtard, ou cet animal qui est la première forme sous laquelle paroît la grenouille; &, après avoir enveloppé son corps d'un linge humide & délié, l'on pose sa queue sur le porte-objet transparent du microscope, & on l'éclaire par dessous: on voit très-distinctement le mouvement du sang, qui, dans certains vaisseaux,

marche par espece d'ondulations, & dans d'autres d'un mouvement uniforme. Les premiers sont les arteres dans lesquelles le sang marche par un effet de la pulsation alternative du cœur : les autres sont les veines.

On peut voir aussi circuler le sang dans les jambes & queues des crevettes, en mettant ces poissons dans l'eau avec un peu de sel ; mais leur sang n'est pas rouge. Les ailes des sauterelles y sont aussi propres ; & l'on ne verra pas sans plaisir les globules verts de leur sang emportés par la sérofité dans laquelle ils nagent.

Les jambes transparentes des petites araignées, celles des petites punaises, présentent enfin des moyens d'observer le mouvement de leur sang. On voit dans les dernières une vibration extraordinaire de vaisseaux, que M. Baker dit n'avoir vue aucune autre part.

Mais, de tous les spectacles semblables, le plus curieux est celui que présente le mésentère d'une grenouille vivante, appliqué sur-tout au microscope solaire, comme M. Baker dit l'avoir fait avec le docteur Alexandre Stuard, médecin du roi d'Angleterre. On ne peut pas exprimer, dit-il, la scène merveilleuse qui se présenta à nos yeux : nous vîmes dans un même instant le sang qui rouloit dans un nombre innombrable de vaisseaux, allant dans les uns d'un côté, & dans les autres du côté opposé. Plusieurs de ces vaisseaux étoient grossis au dessus d'un pouce de diamètre, & les globules du sang y paroissoient presque aussi gros que des grains de poivre, pendant que dans plusieurs beaucoup plus petits ils ne pouvoient passer qu'un à un, & étoient obligés de changer leur figure en celle de sphéroïde oblong.

§. VI.

De la Composition du Sang.

Il faut prendre avec la pointe d'une plume ou un pinceau bien doux, une petite goutte de sang tout récemment tiré de la veine; vous l'étendrez aussi mince que vous pourrez sur une lame de talc; alors, si vous vous servez d'une des plus fortes lentilles de votre microscope, vous verrez distinctement ses globules.

On a observé par ce moyen que les globules rouges du sang humain sont composés de six autres globules plus petits, réunis en un seul; & que lorsque, par une cause quelconque, ils sont désunis entr'eux, ils n'ont plus la couleur rouge. La petitesse des globules rouges est, au surplus, excessive, leur diametre n'étant que d'une 160^e partie de ligne, enforte qu'une sphere d'une ligne de diametre en contiendrait 4096000.

§. VII.

De la Peau, de ses Pores & de ses Ecaillés.

Pour faire cette observation, il faut, avec un rasoir bien tranchant, s'enlever un morceau de l'épiderme, & l'appliquer au microscope: vous le verrez couvert d'une multitude d'écaillés extrêmement petites, si petites enfin, que, suivant M. Lewenhoeck, un grain de sable en peut couvrir deux cents; c'est-à-dire que, dans le diametre d'un grain de sable, il y en a 14 ou 15. Ces écaillés sont rangées comme sur le dos d'un poisson; ou comme les tuiles d'un toit, c'est-à-dire en recouvrent les unes sur les autres.

Si l'on veut reconnoître plus commodément leur forme, il n'y a qu'à ratifier l'épiderme avec un canif, & mettre l'espece de poussiere qui en proviendra, dans une goutte d'eau; on verra avec plaisir que ces écailles sont ordinairement à cinq pans, & formées chacune en particulier comme de plusieurs couches.

Au dessous de ces écailles sont les pores de l'épiderme : lorsqu'on les en a ôtées, on les apperçoit distinctement, comme autant de petits trous formés par une aiguille extrêmement fine. Lewenhoeck en a compté 120 dans la longueur d'une ligne; en sorte qu'une ligne quarrée, dont 10 forment le pouce; en contiendroient 14400; un pied quarré, par conséquent, 144000000; &, comme la surface du corps humain peut être estimée de 14 pieds quarrés, elle en contiendra 2016 millions.

A chacun de ces pores répond dans la peau même un tuyau excrétoire, dans lequel se plonge l'épiderme qui en revêt intérieurement le bord. Lorsque l'épiderme a été détaché de dessus la peau, on apperçoit par derriere ces prolongements intérieurs de l'épiderme, comme, quand on a percé un papier avec une aiguille peu tranchante, on voit au verso de la feuille, la bavûre faite par la surface qui a été enfoncée & déchirée.

Les pores de la peau sont sur-tout remarquables dans les mains & aux pieds. On n'a qu'à se bien laver les mains avec du savon, & considérer la paume de la main avec un verre ordinaire; on verra une multitude de fillons, entre lesquels sont les pores. Si l'on est dans un état de sueur, on aura un grand plaisir à voir sortir de chacun de ces trous une goutte insensible de liqueur, qui donnera à chaque pore l'apparence d'une fontaine.

§. VIII.

Des Poils des Animaux.

Les poils des animaux , vus au microscope , paroissent être des corps organisés , comme les autres parties du corps humain , & présentent la matiere de beaucoup d'observations agréables , par la variété de leur conformation & contexture. La plupart paroissent composés de fibres creusées en tube , longues & minces , ou de plusieurs petits poils recouverts d'une écorce commune : quelques autres sont percés de part en part & dans toute leur longueur ; tels sont ceux des cerfs de l'Inde. Le poil de la moustache d'un chat , coupé en travers , présente l'apparence d'une partie médullaire , qui regne dans sa longueur comme dans une tige de sureau. Ceux du hérisson ont une vraie moëlle , qui est blanchâtre & étoilée.

On n'est cependant pas encore entièrement assuré de l'organisation du cheveu humain. Des observateurs qui ont vu au milieu d'un cheveu une ligne blanchâtre , en ont tiré la conséquence que c'étoit un vaisseau qui portoit jusqu'à l'extrémité un suc nutritif. D'autres contestent cette observation , & prétendent que ce n'est qu'une apparence optique formée par la convexité du cheveu. Il paroît cependant que le cheveu doit porter dans sa longueur quelque vaisseau , s'il est vrai qu'on a vu , dans des personnes atteintes de la *plica polonica* , des cheveux étant coupés , jeter du sang par l'extrémité. Mais cette observation est-elle sûre ?

§. IX.

Singularités des Yeux dans la plupart des Insectes.

La plupart des insectes n'ont point les yeux

mobiles, & couverts à volonté d'une paupiere, comme le reste des animaux : cet organe est, chez les premiers, absolument immobile ; & comme il manque de cette couverture utile qu'ont les autres pour les défendre, la nature y a pourvu en la formant d'une substance cornée, & propre à résister aux chocs auxquels il est exposé.

Mais ce n'est pas en cela que consiste la grande singularité des yeux des insectes. Le microscope nous a appris que ces yeux étoient eux-mêmes divisés en une multitude prodigieuse d'autres yeux plus petits. Prenons, par exemple, une mouche commune, & examinons ses yeux au microscope : nous trouverons d'abord aux deux côtés de sa tête deux vastes bourrelets, comme deux hémisphères aplatis. On peut voir cela sans microscope ; mais, par son moyen, nous verrons ces bourrelets hémisphériques divisés en une multitude prodigieuse de rhomboïdes, ayant au milieu une convexité lenticulaire qui fait l'office de crystallin. Hodierna en a compté plus de 3000 sur l'un des yeux d'une mouche commune ; M. Puget en a compté 8000 sur chacun des yeux d'une mouche d'une autre espèce ; en sorte qu'il y a de ces insectes qui ont jusqu'à 16000 yeux : il y en a même qui en ont une plus grande quantité encore, Lewenhoeck en ayant compté jusqu'à 14000 sur chaque œil d'un autre insecte.

Ces yeux, au surplus, ne sont pas disposés sur tous de la même manière ; la petite demoiselle a, par exemple, indépendamment des deux bourrelets presque hémisphériques latéraux, deux autres éminences entre eux, dont la surface supérieure & convexe est aussi garnie d'une multitude d'yeux qui regardent le ciel. Le même insecte en

318 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

a enfin trois en forme de cône obtus & arrondi sur le front. La mouche est dans le même cas, mais ces yeux sont chez elle moins relevés.

C'est, dit Lewenhoeck, un charmant spectacle que de considérer cette masse d'yeux sur ces insectes; car, si l'on est placé d'une certaine manière, les objets voisins se peignent sur ces éminences sphériques d'un diamètre excessivement petit; & on les apperçoit, avec le microscope, multipliés presque autant de fois qu'il y a d'yeux, avec une distinction parfaite, & que l'art ne sçauroit jamais atteindre.

Il y auroit une multitude d'autres choses à dire sur les organes des insectes, & leur merveilleuse variété & conformation; mais nous réservons cela pour un autre endroit.

§. X.

Des Mites du fromage, & autres.

Mettez sur le porte-objet du microscope, de la poussière qui se forme sur l'écorce & aux environs de diverses especes de fromages vieux; vous la verrez fourmiller d'une multitude de petits animaux transparents, de figure ovale terminée en pointe & en forme de groin: ils sont munis de huit jambes écailleuses & articulées, au moyen desquelles ils se traînent lourdement & languissamment de côté & d'autre: leur tête est terminée par un corps obtus & en forme de cône tronqué, où est apparemment placé l'organe par lequel ils se nourrissent. Plusieurs poils fort longs & terminés en pointe sont placés sur leurs corps, & principalement sur les parties latérales. On apperçoit enfin l'anus bordé de poils dans la partie inférieure du ventre.

Il y a d'autres especes de mites qui n'ont que six jambes , & qui sont conséquemment d'une espece différente.

Il y en a d'autres qui sont vagabondes , & qu'on trouve par-tout dans les endroits où il y a des matieres propres à les nourrir.

Cet animal , au reste , est très - vivace ; car Lewenhoeck dit en avoir attaché une sur une épingle devant son microscope , & qu'elle vécut ainsi pendant onze semaines.

§. XI.

Le Pou & la Puce.

Voilà deux animaux bien désagréables , sur-tout le premier , & ils ne paroissent guere propres à être la matiere d'une observation intéressante. Mais , pour le philosophe , il n'est point d'objet hideux dans la nature , parceque cette difformité n'est que relative , & que l'animal le plus affreux présente souvent des singularités qui font mieux éclater l'infinie variété des œuvres du Créateur.

Prenez un pou , & faites-le jeûner une couple de jours ; mettez-le ensuite sur votre main : vous le verrez , pressé par la faim , s'y fixer bien vite , & enfoncer son suçoir dans votre peau. Si alors vous le considérez au microscope , vous appercevrez à travers sa peau votre sang couler , sous la forme d'un petit ruisseau , dans son ventricule ou le vaisseau qui en tient lieu , & de-là se distribuer dans d'autres parties , qu'on voit s'enfler par son abord.

Cet animal est un des plus hideux qu'on puisse voir : sa tête est triangulaire , & terminée en une pointe aiguë , qui donne naissance à sa trompe ou suçoir : aux deux côtés de la tête , & un peu loin

320 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

de sa pointe antérieure , sont placées deux grosses antennes garnies de poils , & derriere , vers les deux autres angles émouffés du triangle , sont les deux yeux de l'animal : elle est liée , par un court étranglement , au corcelet , qui porte six jambes garnies de poil à leurs articulations , & de deux crochets à chaque bout. Le ventre est presque transparent par dessous , & porte sur ses côtés des especes de tubercules , dont les derniers sont garnis de deux crochets. M. Hook en a donné dans sa *Micrographie* une figure d'environ un demi pied de large. Quand on a vu la représentation de cet animal , on n'est plus surpris des démangeaisons qu'il cause sur la peau de ceux que leur malpropreté y rend sujets.

La puce a beaucoup de ressemblance à la chevrete , ayant son dos arqué comme cet animal. Elle est comme cuirassée par de larges écailles placées en recouvrement les unes sur les autres sur tout son corps : sa partie postérieure & arrondie , est fort grosse relativement au surplus du corps : sa tête est recouverte d'une écaille d'une seule piece ; & du devant partent trois especes de tarières avec lesquelles l'insecte suce le sang des animaux : six jambes , dont les cuisses sont démesurément grosses , & dont la premiere paire est aussi démesurément longue , servent à exécuter ses mouvements. La grosseur considérable des cuisses est sans doute destinée à renfermer les muscles puissants qui sont nécessaires pour porter l'insecte à une hauteur ou une distance égale à plusieurs centaines de fois sa longueur : il falloit aussi que , destiné à exécuter ces sauts , il fût puissamment armé contre les chutes qu'il devoit faire ; & c'est à quoi la nature a pourvu par son armure écailleuse.

écailleuse. Vous trouverez dans Hook & dans Joblot la figure de la puce, ainsi que celle du pou, énormément grossies.

§. XII.

La Moisissure.

Il n'est rien de si curieux que ce que présente la moisissure vue au microscope. On seroit tenté, en la considérant à la vue simple, de la regarder comme un plexus tout-à-fait irrégulier de filaments; mais le microscope nous apprend que ce n'est autre chose qu'une petite forêt de plantes, qui prennent leur nourriture sur le fond humide, & tendant à sa décomposition, qui leur sert de base. On distingue leurs tiges, & sur quelques-unes leurs boutons, les uns fermés, les autres épanouis. M. le baron de Munchausen a fait plus: en considérant avec la plus grande attention ces plantules, il a reconnu qu'elles sont fort analogues aux champignons. Ce ne sont enfin que des champignons microscopiques, dont le chapiteau, parvenu à sa maturité, jette une poussière comme infiniment tenue, qui est sa semence. Cette semence, tombant dans les endroits propres à la recevoir, y germe à son tour, & produit des plantes semblables, qui parviennent à leur grandeur dans fort peu de temps, & jettent elles-mêmes leur semence. On sçait que les champignons prennent leur accroissement dans une nuit: ceux dont nous parlons, plus rapides presque en raison inverse de leur grandeur, prennent leur accroissement en peu d'heures. De-là la rapidité avec laquelle la moisissure fait ses progrès.

Voici encore une observation fort curieuse de ce genre, faite par M. Ahlefeld de Gieffen. Ayant remarqué des pierres couvertes d'une sorte de

322 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

poussière, il eut la curiosité d'examiner au microscope ce que c'étoit. Il trouva, à son grand étonnement, que c'étoient de petits champignons microscopiques, élevés sur des pédicules fort courts, & dont la tête, arrondie au milieu, étoit retroussée sur les bords : ils étoient aussi striés du centre à la circonférence, comme le sont certains champignons. Il remarqua encore qu'ils contenoient au dessus de leur enveloppe supérieure une multitude de petits grains semblables à des cerises un peu aplaties. C'étoient probablement les semences de ces champignons. Il vit enfin dans cette forêt de petits champignons, plusieurs petits insectes rouges, qui sans doute s'en nourrissoient. Voyez les Actes de Leipzig, année 1739.

§. XIII.

La Poussière du Lycoperdon.

Le lycoperdon, ou vesse de loup, est une plante de la classe des fungus, qui croît sous la forme d'un gros tubercule chagriné. Si on le presse avec le pied, il éclate en jetant une poussière extrêmement déliée, & qui ressemble à une fumée. Il en reste ordinairement une assez grande quantité dans la cavité entr'ouverte de la plante. Si on la met sur le porte-objet du microscope, on la voit sous la forme de globules parfaitement sphériques, de couleur orangée, & dont le diamètre n'est guère que la 50^e partie de celui d'un cheveu ; en sorte que chaque grain de cette poussière n'est guère que la 12500^e partie d'un globule qui auroit un diamètre égal à un cheveu. Quelques lycoperdons donnent des sphérules plus brunes, & attachées à un petit pédicule. Cette poussière est sans doute la semence de cette plante anormale.

§. XIV.

De la Poussière des étamines des Fleurs.

Il n'y a pas encore long-temps qu'on a reconnu l'utilité de cette poussière dans l'économie végétale. L'on croyoit auparavant qu'elle n'étoit qu'un excrément des suc de la fleur ; mais le microscope a fait découvrir que cette poussière étoit régulièrement & uniformément organisée dans chaque espèce de fleur. Ainsi, dans la mauve, chaque grain est une balle opaque, hérissée de pointes. La poussière de la tulipe & de la plupart des liliacées, (ou plantes de la famille des lis), est ressemblante à la semence des concombres & melons. Celle du pavot ressemble à un grain d'orge, avec une rainure dans sa longueur.

Mais l'observation a appris de plus, que cette poussière n'est elle-même qu'une capsule qui en contient une autre incomparablement plus intérieure ; & c'est celle-ci qui est la vraie poussière fécondante des plantes.

§. XV.

Les Trous apparents de quelques feuilles de Plantes.

Il y a certaines plantes dont les feuilles paroissent percées d'une multitude de petits trous ; telle est, en particulier, celle que les botanistes appellent *hypericum*, ou qu'on nomme vulgairement le millepertuis : mais si l'on expose un fragment de feuille de cette plante au microscope, on apperçoit que ce qu'on avoit pris pour des trous n'en est point ; que ces trous prétendus sont des vésicules engagées dans l'épaisseur de la feuille, recouvertes d'une membrane extrêmement délicate,

324 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

enfin, qu'elles sont le réservoir de l'huile essentielle & odorante qui est particulière à cette plante.

§. XVI.

Le Duvet des Plantes.

C'est un curieux spectacle que celui que présentent les plantes qui ont du duvet, comme les bourraches, les orties, &c. Lorsqu'on les regarde au microscope, on les voit hérissées d'épines à faire horreur. Celles de la bourrache sont pour la plupart coudées; &, quoique réellement très-près, on les voit au microscope assez éloignées les unes des autres. Si l'on n'étoit pas prévenu, l'on croiroit voir la peau d'un porc-épic.

§. XVII.

Des Étincelles qu'on tire d'un fusil d'acier avec une pierre.

Si, avec une pierre à fusil, on tire des étincelles d'un morceau d'acier, & qu'on les fasse tomber sur un papier, on trouvera que ce sont pour la plupart des globules formés de petites parties d'acier détachées par le choc, & fondues par le frottement. M. Hook en a observé qui étoient parfaitement polies, & réfléchissoient avec vivacité l'image de la fenêtre voisine. Lorsqu'elles sont dans cet état, elles sont attirables à l'aimant; mais très-fréquemment elles sont réduites par la fusion en une espèce de scorie, & alors l'aimant ne les attire plus. On en dira ailleurs la cause. On ne sera au reste point surpris de cette fusion, quand on saura que les corps les plus difficiles à liqué-

fier , n'ont besoin pour cela que d'être réduits en particules assez minces

§. XVIII.

*Les aspérités des corps qui paroissent les plus polis
& les plus tranchants.*

Exposez au microscope l'aiguille la plus pointue en apparence ; elle vous paroîtra n'avoir qu'une pointe émouffée , inégale & irrégulière , dont la forme ressemble à celle d'une cheville rompue par le bout.

Il en est de même du tranchant d'un rasoir le mieux affilé. Ce tranchant , vu au microscope , ressemble au dos d'un canif , & présente de distance en distance des dentelures comme une scie , mais irrégulières.

Si l'on considère enfin avec le microscope la surface d'un verre poli avec soin , on sera fort étonné du spectacle que présentera cette surface : on la verra toute sillonnée , & remplie d'aspérités qui réfléchissent la lumière irrégulièrement , en la colorant. Il en est de même de l'acier poli avec le plus de soin.

L'art est à cet égard bien au dessous de la nature ; car si les ouvrages que cette dernière a en quelque sorte travaillés & polis , sont exposés au microscope , ils n'y perdent point leur poli ; il n'en paroîtra même que plus éclatant. Lorsqu'on considère avec cet instrument les yeux d'une mouche , s'ils sont éclairés d'un flambeau , chacun d'eux en présente l'image avec une netteté & une vivacité dont rien n'approche.

§. XIX.

Des Sables vus au Microscope.

Il y a , comme l'on sçait , des sables calcaires , il y en a de vitrifiables. Les premiers , vus au microscope , ressemblent en grande partie à de gros morceaux irréguliers de pierre ; mais les vitreux présentent le spectacle le plus curieux. Lorsque ce sont des sables roulés , on apperçoit comme autant de diamants bruts , & quelquefois polis. Il y a un certain sable qui , vu au microscope , paroît être un assemblage de diamants , de rubis , d'émeraudes : un autre , considéré de la même manière , fait voir des embrions presque infiniment petits de coquillages.

§. XX.

Les Pores du Charbon.

M. Hook a eu la curiosité d'examiner avec un microscope la contexture d'un charbon : il l'a trouvé tout criblé de pores disposés par ordre , & traversant toute sa longueur , en sorte qu'il n'y a point de charbon le long duquel l'air ne s'introduise. Cet observateur a compté dans la 18^e partie d'un pouce , 150 de ces pores ; d'où il suit que , dans un charbon d'un pouce de diametre , il y en a environ 5720000.

Nous n'avons pu & nous n'avons dû donner ici qu'un précis très-abrégé de cette matière ; mais , pour suppléer à ce que nous n'avons pu dire , nous allons indiquer les principaux livres qui contiennent des observations micrographiques , & les auteurs qui se sont principalement adonnés à ce genre d'observations. Tel est d'abord le pere

Bonanni, Jésuite, auteur du livre intitulé, *Ricreazione dell'occhio e della mente*, dont une partie roule uniquement sur cet objet. Le célèbre Lewenhoeck a passé presque toute sa vie dans la même occupation, & a exposé ses observations dans ses *Arcana Naturæ*. Le fameux Hook a donné un ouvrage très-curieux sur le même sujet, intitulé *Micrographia*. On trouve dans tous les journaux & mémoires de sociétés sçavantes, nombre d'observations de ce genre, éparées de côtés & d'autres. Mais personne n'a fait sur cette matière autant d'observations suivies que M. Joblot, de qui nous avons un volume in-4^o, intitulé *Description & usages de plusieurs nouveaux Microscopes*, &c. avec de nouv. observat. sur une multitude innombrable d'*Insectes*, &c. qui naissent dans les liqueurs, &c. (Paris, 1716). Il a fait infuser dans l'eau une multitude de substances différentes, & a fait graver les figures des petits animaux qui y ont pris naissance; il a même donné à la plupart, des noms tirés de leur ressemblance avec des corps connus, ou d'autres circonstances. Mais nous nous bornons à renvoyer le lecteur à cet ouvrage, qui a reparu en 1754 fort augmenté, & sous ce titre: *Observations d'Histoire Naturelle, faites avec le Microscope sur un grand nombre d'Insectes, & sur les Animalcules qui se trouvent dans les liqueurs préparées & non préparées*, &c; in-4^o, avec une multitude de planches (a). M. Needham donna en 1750 son ouvrage intitulé, *Nouvelles Observations microscopiques*. On lit dans l'*Histoire Naturelle* de M. de Buffon, ses observations propres sur les molécules

(a) Cet ouvrage, qui est très-curieux, se trouve à Paris, chez Jombert, rue Dauphine.

§18 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

ou prétendus animaux de la semence des animaux. On a encore l'ouvrage de Baker, intitulé, *Traité du Microscope*, ou *le Microscope à la portée de tout le monde*, traduit de l'anglois; in-8°, Paris, 1754. La premiere partie de l'ouvrage contient les descriptions de l'*apparatus*, & de l'usage de divers microscopes; & la seconde, un assez long détail des observations microscopiques faites sur les divers objets de la nature. Cet ouvrage a eu un grand succès en Angleterre, & est singulièrement instructif sur cette matiere. M. l'abbé Spalanzani a fait enfin imprimer en italien ses observations microscopiques, où il contredit plusieurs fois M. Needham: on en a une traduction françoise, imprimée à Paris, (1769, in-8°), qui a pour titre, *Nouvelles Observations Microscopiques*, avec des notes de ce dernier physicien. Ajoutez à cela divers Mémoires imprimés dans le *Journal de Physique* de M. l'abbé Rozier, dont les auteurs sont MM. Fontana, Roffredi, Spalanzani, &c. & vous aurez à peu près la connoissance de tous les écrits qui ont paru jusqu'à ce moment sur cette matiere, ou du moins des principaux d'entr'eux.





RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

CINQUIEME PARTIE,

*CONTENANT ce qu'il y a de plus curieux
dans l'Acoustique & la Musique.*

LES anciens ne paroissent pas avoir considéré les sons sous un autre point de vue que celui de la musique, c'est-à-dire comme affectant agréablement l'oreille ; il est même fort douteux qu'ils aient connu quelque chose de plus que la mélodie, & qu'ils aient eu rien de semblable à cet art que nous appellons la *composition*. Mais les modernes ayant considéré les sons du côté purement physique, & ayant fait dans ce champ négligé par les anciens plusieurs découvertes, il en est né une science toute nouvelle, à laquelle on a donné le

nom d'acoustique. L'acoustique est donc la science des sons considérés en général sous des vues mathématiques & physiques ; & elle comprend sous elle la *musique*, qui considère les rapports des sons entant qu'agréables au sens de l'ouïe, soit par leur succession, ce qui constitue la *mélodie* ; soit par leur simultanéité, ce qui forme l'*harmonie*. Nous allons rapporter brièvement ce qu'il y a de plus curieux & de plus intéressant sur cette science.

ARTICLE PREMIER.

En quoi consiste le son : comment il se répand & se transmet à notre organe : expériences relatives à cet objet : des diverses manières de produire le son.

LE son n'est autre chose que le frémissement des parties de l'air, occasionné ou par la commotion subite d'une masse quelconque d'air tout-à-coup resserrée ou dilatée, ou par la communication de l'ébranlement des parties insensibles d'un corps dur & élastique.

Telles sont les deux manières les plus connues de produire du son. L'explosion d'un coup de pistolet ou d'arme à feu, produit du bruit ou du son, parceque l'air ou le fluide élastique contenu dans la poudre étant tout-à-coup dilaté, & frappant avec violence l'air extérieur & voisin, le condense subitement au-delà de son état naturel de condensation causée par le poids de l'atmosphère. Cette masse, en vertu de son ressort, se restitue l'instant après, & comprime à son tour l'air dont

elle est environnée, & celui-ci en fait de même; & ainsi successivement de loin en loin : d'où résulte dans toutes les parties de l'air, jusqu'à une certaine distance, un mouvement d'oscillation dans lequel consiste le son.

Pour s'en former une idée, qu'on conçoive une file de ressorts se soutenant tous en équilibre; que le premier soit tout-à-coup comprimé violemment par un choc ou autrement: en faisant effort pour se restituer, il comprimera celui qui suit, celui-ci comprimera le troisième, & ainsi de suite jusqu'au dernier, ou au moins jusqu'à une très-grande distance, car le second sera un peu moins comprimé que le premier, le troisième un peu moins que le second, &c; en sorte qu'à une distance plus ou moins grande, la compression sera presque nulle, & enfin nulle. Mais chacun de ces ressorts, en se rétablissant, passera un peu le point d'équilibre; ce qui occasionnera dans toute la file mise en mouvement, une vibration qui durera plus ou moins long-temps, & cessera enfin. De-là vient qu'aucun son n'est instantanée, mais dure toujours plus ou moins, suivant les circonstances.

L'autre manière de former du son, consiste à produire dans un corps élastique, des vibrations assez promptes pour exciter dans les parties de l'air qui l'avoisinent un mouvement semblable. C'est ainsi qu'une corde tendue rend un son quand on la pince: il ne faut qu'avoir des yeux pour appercevoir ses allées & venues. Les parties élastiques de l'air, frappées par cette corde dans ses vibrations, sont mises elles-mêmes en vibration, & communiquent ce mouvement à leurs voisines, &c. Tel est encore le mécanisme par lequel une cloche produit du son: lorsqu'on la frappe, les

332 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

vibrations sont sensibles à la main de celui qui la touche.

Si l'on doutoit des faits ci-dessus, voici quelques expériences qui les mettent dans un nouveau jour.

PREMIERE EXPÉRIENCE.

Remplissez à moitié d'eau un vase, comme un verre à boire, & , après l'avoir affermi, passez sur le bord votre doigt un peu mouillé : vous en tirerez un son , & vous verrez en même temps l'eau frémir , & former des ondulations , jusqu'à faire réjaillir de petites gouttes. Qui peut produire dans l'eau un pareil mouvement , finon les vibrations des parties du verre ?

SECONDE EXPÉRIENCE.

Si l'on renferme sous le récipient d'une machine pneumatique, une cloche qui ne touche à aucune partie de la machine , & qu'on en pompe l'air : lorsqu'on fera sonner cette cloche, on sentira qu'à mesure que l'air est évacué & devient plus rare, le son s'affoiblit, au point de ne plus rien entendre quand le vuide est aussi parfait qu'il est possible. Qu'on rende l'air peu à peu, le son renaîtra, pour ainsi dire, & augmentera à mesure que l'air contenu dans la machine approchera de la constitution de celui de l'atmosphère.

De ces deux expériences il résulte que le son, considéré dans les corps sonores, n'est autre chose que les vibrations suffisamment promptes de leurs parties insensibles ; que l'air en est le véhicule, & qu'il le transmet d'autant mieux, que, par sa den-

sité, il est plus capable de recevoir lui-même dans ses parties un mouvement semblable.

A l'égard de la manière dont le son affecte notre ame, on doit sçavoir qu'à l'entrée de l'oreille interne, qui contient les différentes parties de l'organe de l'ouïe, est une membrane tendue comme celle d'un tambour, à laquelle on donne aussi le nom de *tympan de l'oreille*. Il est fort probable que les vibrations de l'air, produites par le corps sonore, en excitent dans cette membrane; que celles-ci en produisent de semblables dans l'air dont la cavité de l'oreille interne est remplie, & que le retentissement y est augmenté par la construction particulière & les circonvolutions tant des canaux demi-circulaires que du limaçon; ce qui occasionne enfin dans les nerfs dont ce limaçon est tapissé, un mouvement qui se transmet au cerveau, & par lequel l'ame reçoit la perception du son. Il faut s'arrêter ici, car il n'est pas possible de sçavoir comment le mouvement des nerfs peut affecter l'ame: mais il nous suffit de sçavoir par l'expérience, que les nerfs sont, pour ainsi dire, les médiateurs entre cette substance qui forme notre ame, & les objets extérieurs & sensibles.

Le son ne tarde pas à cesser, dès que les vibrations du corps sonore cessent ou deviennent trop foibles. C'est ce que l'expérience montre encore; car lorsque, par le contact d'un corps mou, on amortit ces vibrations dans le corps sonore, le son semble cesser tout-à-coup. C'est pour cela que, dans la construction d'un claveffin, les sautereaux sont garnis d'un morceau de drap, afin qu'en retombant il touche la corde, & amortisse ses vibrations. Au contraire, lorsque le corps so-

nore est, par sa nature, en état de continuer ses vibrations pendant long-temps, comme l'est une grosse cloche, le son continue long-temps après le coup: c'est ce qu'il n'y a personne qui n'ait remarqué, en entendant sonner une cloche d'une capacité un peu considérable.

ARTICLE II.

Sur la vitesse du son : expériences pour la déterminer : maniere de mesurer les distances par ce moyen.

IL n'en est pas du son comme de la lumière, qui se transmet d'un lieu à un autre avec une rapidité, inconcevable. La vitesse du son est assez médiocre, & est à peine de 200 toises par seconde. Voici comment on l'a mesurée.

A l'extrémité d'une distance de quelques milliers de toises, qu'on tire un coup de canon; qu'un observateur, placé à l'autre extrémité avec un pendule à secondes, ou, ce qui sera mieux, avec un pendule à demi-secondes, soit attentif au moment où il apperçoit le feu, & laisse dans le même instant échapper son pendule; qu'il compte le nombre des secondes ou demi-secondes écoulées depuis le moment où il a apperçu le feu & lâché son pendule, jusqu'au moment où il entend le bruit de l'explosion: il est évident que, si l'on regarde le moment où il a apperçu le feu comme le moment de l'explosion, il n'aura qu'à diviser par le nombre des secondes ou des demi-secondes comptées, celui des toises qui comprend la distance où il est du canon, & il aura le nombre

de toises parcourues par le son en une seconde ou une demi-seconde.

Or l'on peut prendre le moment où l'on apperçoit le feu, à quelque distance que l'on soit, pour le vrai moment de l'explosion; car la vitesse de la lumière est telle, qu'elle met à peine une seconde à parcourir 40 demi-diamètres de la terre, ou environ 60 mille de nos lieues.

C'est par de semblables expériences que MM. de l'Académie royale des Sciences ont anciennement trouvé que le son parcouroit dans une seconde 1172 pieds de Paris. MM. Flamsteed & Halley ont trouvé 1172 pieds anglois, qui se réduisent à 1070 pieds de France. Comme il est bien difficile de se déterminer entre ces autorités, nous prendrons pour la vitesse moyenne du son la quantité de 1120 pieds de France.

Il est à remarquer que, suivant les expériences de M. Derham, la température de l'air, quelle qu'elle soit, sèche ou humide; froide, tempérée, ou chaude, ne fait point varier la vitesse du son. Il étoit à portée de voir la lumière & d'entendre le bruit du canon qu'on tiroit fréquemment à Blacheat, éloigné de 9 à 10 milles, d'Upminster, lieu de sa demeure. Quel que fût le temps, pourvu qu'il n'y eût point de vent, il comptoit toujours le même nombre de demi-secondes entre le moment où il appercevoit le feu & celui où il entendoit le bruit: mais quand il y avoit du vent qui portoit de l'un à l'autre de ces lieux, ce nombre varioit de 111 jusqu'à 122 secondes. On conçoit en effet que le vent transportant le fluide mis en vibration du côté de l'observateur, elles doivent plutôt l'atteindre que si ce fluide étoit en repos, ou mu en sens contraire.

336 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Quoi qu'en dise néanmoins M. Derham, nous ne pouvons nous persuader que la température de l'air ne fasse rien à la vitesse du son ; car un air plus chaud , & par conséquent plus raréfié ou plus élastique , doit avoir des vibrations plus promptes. Cette observation seroit à réitérer avec plus de soin.

On pourra donc mesurer une distance inaccessible au moyen du son. Pour cela , qu'on se fasse un pendule à demi-secondes , au moyen d'une balle de plomb d'un demi-pouce de diametre , qu'on suspendra à un fil , de maniere que , du centre de la balle au point de suspension , il y ait précisément 9 pouces 2 lignes du pied-de-roi ; qu'au moment où l'on appercevra la lumiere de l'explosion d'un canon ou d'un mousquet , on laisse aller ce pendule , & qu'on compte les vibrations jusqu'au moment où l'on entend le bruit : il est évident qu'il n'y aura qu'à multiplier par ce nombre celui de 560 pieds , & l'on aura la distance où l'on est de l'origine du bruit.

On suppose le temps calme , ou du moins que le vent ne soit que transversal. Si le vent souffloit du lieu où s'est faite l'explosion vers l'observateur , & qu'il fût violent , il faudroit ajouter à la distance trouvée autant de fois deux toises ou 12 pieds , que l'on aura compté de demi-secondes ; & au contraire il faudra les ôter , si le vent souffle de l'observateur vers le lieu où se fait le bruit. On sçait en effet qu'un vent violent fait parcourir à l'air environ 4 toises par seconde ; ce qui est à peu près un 42^e de la vitesse du son. Si le vent est médiocre , on pourroit ajouter ou ôter un 84^e ; & s'il étoit foible , quoique sensible , un 168^e : mais je crois , du moins dans le dernier cas , cette
correction

correction superflue ; car peut-on se flatter de ne pas se tromper d'un 168^e dans la mesure du temps ?

Il se présente chaque jour, dans les rades & sur les côtes de la mer, l'occasion de mesurer ainsi des distances.

Le moyen qu'on vient de décrire peut servir, dans les temps d'orage, à juger de la distance où l'on est du foyer de l'explosion. Mais comme on peut n'avoir pas sous sa main un pendule pareil à celui que nous avons décrit, on pourra se servir, au lieu de pendule, des battements de son pouls, en observant que, lorsqu'il est très-tranquille, l'intervalle entre chaque battement équivaut à peu près à une seconde ; mais quand le pouls est un peu agité & élevé, chaque battement ne vaut guère que deux tiers de seconde.

ARTICLE III.

Comment les sons peuvent se répandre dans tous les sens sans confusion.

C'EST un phénomène assez singulier, que celui que présente la transmission des sons ; car, que plusieurs personnes parlent à-la-fois, ou jouent de quelqu'instrument, leurs sons différents se font entendre à-la-fois, ou à la même oreille, ou à plusieurs oreilles différentes, sans qu'ils se confondent en traversant le même milieu dans des sens différents, ou qu'ils s'amortissent mutuellement. Tâchons de rendre une raison sensible de ce phénomène.

Cette raison réside sans doute dans la propriété

Tome II.

Y

338 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

des corps élastiques. Qu'on conçoive une file de globules à ressort égaux , & tous appuyés les uns contre les autres ; qu'un globule vienne frapper avec une vitesse quelconque le premier de la file : on sçait que , dans un temps très-court , le mouvement se transmettra à l'autre extrémité , en sorte que le dernier globule en recevra le même mouvement que s'il avoit été choqué immédiatement. Je suppose maintenant que deux globules vissent à-la-fois choquer , avec des vitesses inégales , les deux extrémités de la file , le globule *a* Pl. 15, l'extrémité A , & le globule *b* l'extrémité B ; il est fig. 1. certain , par les propriétés connues des corps élastiques , que les globules *a* & *b* , après un instant de repos , seront repoussés en arrière , en faisant échange de vitesse , comme s'ils se fussent choqués immédiatement.

Soit à présent une seconde file de globules , qui coupe la première transversalement ; les mouvements de cette seconde se transmettront , au moyen du globule commun , aux deux files ; ils se transmettront , dis-je , d'un bout à l'autre de cette file , tout comme si elle étoit unique , ainsi que dans la première : il en seroit de même , si deux , trois , quatre ou plus de files se croisoient avec la première , ou dans le même point , ou dans des points différents. Les mouvements particuliers imprimés au commencement de chaque file , se transmettroient à l'autre bout , tout comme si elle étoit isolée.

Cette comparaison me paroît propre à faire sentir comment plusieurs sons se transmettent dans tous les sens , à l'aide du même milieu : il y a cependant quelques petites différences que nous ne devons pas dissimuler.

Car premièrement on ne doit pas concevoir l'air, qui est le véhicule du son, comme composé de files élastiques, disposées aussi régulièrement que nous l'avons supposé; chaque particule de l'air est sans doute appuyée sur plusieurs autres à-la-fois, & son mouvement se communique par-là en tout sens; de-là vient aussi que le son, qui parviendroit à une distance très-grande, presque sans aucune diminution, s'il se communiquoit comme on l'a supposé, en éprouve une considérable à mesure qu'il s'éloigne du corps qui le produit. Il y a cependant apparence que, quoique le mouvement par lequel se transmet le son soit plus compliqué, il se réduit, en dernière analyse, à quelque chose de semblable à celui qu'on a décrit plus haut.

La seconde différence consiste, en ce que les particules de l'air, qui affectent immédiatement le sens de l'ouïe, n'ont pas un mouvement de translation comme le dernier globule de la file, qui part avec une vitesse plus ou moins grande, à l'occasion du choc fait à l'autre extrémité de la file: il n'est question dans l'air que d'un mouvement de frémissement & de vibration, qui, en vertu de l'élasticité des particules aériennes, se transmet à l'extrémité de la file, tel qu'il a été reçu à l'autre extrémité. Il faut concevoir que le corps sonore imprime aux particules de l'air qu'il touche, des vibrations isochrones à celles qu'il éprouve lui-même; & ce sont les mêmes vibrations qui se transmettent de l'un à l'autre bout de la file, toujours d'ailleurs avec la même vitesse; car l'expérience a appris qu'un son grave n'emploie pas, toutes choses d'ailleurs égales, plus de temps qu'un son aigu à parcourir un espace déterminé.

Y ij

ARTICLE IV.

Des échos : leur production : histoire des échos les plus célèbres : de quelques autres phénomènes analogues.

RIEN de si connu que l'écho. Il faut cependant convenir que , quelque commun que soit ce phénomène , la manière dont il est produit ne laisse pas d'être encore enveloppée de beaucoup d'obscurité , & que l'explication qu'on en donne ne rend pas entièrement raison de toutes les circonstances qui l'accompagnent.

Presque tous les physiciens ont attribué la formation de l'écho à une réflexion du son , semblable à celle qu'éprouve la lumière quand elle tombe sur un corps poli ; mais , comme l'a observé M. d'Alembert dans l'article *Echo* de l'*Encyclopédie* , cette explication n'est pas fondée ; car si elle l'étoit , il faudroit , pour la production de l'écho , une surface polie ; ce qui n'est pas conforme à l'expérience. En effet , on entend chaque jour des échos en face d'un vieux mur qui n'est rien moins que poli , d'une masse de rocher , d'une forêt , d'un nuage même. Cette réflexion du son n'est donc point de la même nature que celle de la lumière.

Il est cependant évident que la formation de l'écho ne peut être attribuée qu'à une répercussion du son ; car un écho ne se fait jamais entendre qu'au moyen d'un ou de plusieurs obstacles qui interceptent le son , & le font rebrousser

en arriere. Voici la maniere la plus probable de concevoir comme cela se fait.

Nous reprendrons pour cela notre comparaison des fibres aériennes , avec une file de globules élastiques. Si donc une file de globules élastiques est infinie , on sent aisément que les vibrations imprimées à un bout se propageront toujours du même côté , en s'éloignant sans cesse ; mais si cette file est appuyée par une de ses extrémités , le dernier globule réagira contre toute la file , & lui imprimera en sens contraire le même mouvement qu'il eût imprimé au reste de la file , si elle n'eût pas été appuyée : cela doit même arriver , soit que l'obstacle soit perpendiculaire à la file , soit qu'il soit oblique , pourvu que le dernier globule soit contenu par ses voisins : il y aura seulement cette différence , que le mouvement rétrograde sera plus fort dans le premier cas , & d'autant plus fort , que l'obliquité sera moindre. Si donc les fibres aériennes & sonores sont appuyées par une de leurs extrémités , & que l'obstacle soit assez éloigné de l'origine du mouvement , pour que le mouvement direct & le mouvement répercuté ne se fassent pas sentir dans le même instant perceptible , l'oreille les distinguera l'un de l'autre , & il y aura écho.

Or on sçait par l'expérience , que l'oreille ne distingue point la succession de deux sons , à moins qu'il n'y ait entr'eux un intervalle au moins d'un 12^e de seconde ; car , dans le mouvement le plus rapide de la musique instrumentale , dans lequel on ne sçauroit , je crois , apprécier chaque mesure à moins d'une seconde (1) , douze notes

(a) Je pense qu'une piece de musique de 60 mesures ,

342 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

seroient tout au plus ce qu'il seroit possible de comprendre dans une mesure, pour qu'on pût distinguer un son après l'autre : conséquemment il faut que l'obstacle qui répercute le son soit assez éloigné, pour que le son répercuté ne succède pas au son direct avant un 12^e de seconde ; & comme le son parcourt dans une seconde environ 1120 pieds, & conséquemment environ 93 dans un 12^e de seconde ; il s'ensuit que l'obstacle ne doit être éloigné tout au plus que de 45 à 50 pieds, pour qu'on puisse distinguer le son répercuté du son direct.

Il y a des échos simples & des échos composés. Dans les premiers, on entend une seule répétition du son ; dans les autres, on les entend deux, trois, quatre fois, & davantage ; on parle même d'échos où l'on entend le même mot répété jusqu'à 40 & 50 fois. Les échos simples sont ceux où il n'y a qu'un seul obstacle ; car le son répercuté en arrière, continuera sa route dans la même direction, sans revenir de nouveau sur ses pas.

Mais un écho double, triple, quadruple, peut être produit de plusieurs manières. Qu'on suppose, par exemple, plusieurs murailles les unes derrière les autres, les plus éloignées étant les plus élevées : si elles sont chacune disposées à produire un écho, on entendra autant de répétitions du même son qu'il y aura de ces obstacles.

Pl. 15. L'autre manière dont peuvent être produites
fig. 2. ces répétitions nombreuses, est celle-ci. Qu'on conçoive deux obstacles A & B, opposés l'un à l'autre, & la cause productrice du son entre deux, au

qui seroit exécutée dans une minute, seroit d'un mouvement dont il y a peu d'exemples dans la musique.

point S ; le son produit dans la direction de S en A , après être revenu de A en S , sera répercuté par l'obstacle B , & reviendra en S ; puis , après avoir parcouru SA , il éprouvera une nouvelle répercussion qui le reportera en S ; puis il y reviendra encore en S , après avoir frappé l'obstacle B ; ce qui continueroit à l'infini , si le son ne s'affoiblissoit pas continuellement. D'un autre côté , le son se produisant aussi également de S vers B que de S vers A , il sera aussi renvoyé d'abord de B vers S ; puis , après avoir parcouru l'espace SA , de A vers S ; ensuite de nouveau de B vers S , après avoir parcouru SB ; & ainsi de suite , jusqu'à ce que le son soit entièrement amorti.

Ainsi l'on entendra le son produit en S , après des temps qui pourront être exprimés par $2SA$, $2SB$, $2SB + 2SA$; $4SA + 2SB$, $4SB + 2SA$; $4SA + 4SB$; $6SA + 4SB$; $6SB + 4SA$; $6SA + 6SB$, &c ; ce qui formera une répétition de sons après des intervalles égaux , lorsque SA sera égale à SB , & même lorsque SB sera double de SA : mais lorsque SA sera , par exemple , le tiers de SB , il y aura cela de remarquable , qu'après la première répétition il y aura une espèce de silence double , puis succéderont trois répétitions à intervalles égaux , ensuite il y aura un silence double de l'un de ces intervalles , puis trois répétitions à intervalles égaux aux premiers ; & ainsi de suite , jusqu'à ce que le son soit absolument éteint. Les différents rapports des distances SA , SB , feront ainsi naître différentes bizarreries dans la succession de ces sons , que nous avons cru devoir remarquer comme possibles , quoique nous ne sachions pas qu'on les ait observées.

Il y a des échos qui répètent plusieurs mots de

344 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

suite les uns après les autres ; cela n'a rien de surprenant , & doit arriver toutes les fois que l'on sera à une distance de l'écho , telle que l'on ait le temps de prononcer plusieurs mots avant que la répétition du premier soit parvenue à l'oreille.

Il y a divers échos qui ont acquis une sorte de célébrité par leur singularité , ou par le nombre de fois qu'ils répètent le même mot. Misson , dans sa *Description de l'Italie* , parle d'un écho de la vigne Simdonetta , qui répétoit quarante fois le même mot.

A Woodstock en Angleterre , il y en avoit un qui répétoit le même son jusqu'à cinquante fois.

On lit dans les *Transactions Philosophiques* , année 1698 , la description d'un écho encore plus singulier , qu'on trouve près de Rosneath , à quelques lieues de Glasgow en Ecosse. Un homme , placé de la manière convenable , joue un morceau d'air de trompette , de 8 à 10 notes ; l'écho les répète fidèlement , mais une tierce plus bas : après un petit silence , on en entend encore une nouvelle répétition sur un ton plus bas : succède ensuite un nouveau silence , qui est suivi d'une troisième répétition des mêmes notes , sur un ton plus bas d'une tierce.

Un phénomène analogue , est celui que présentent ces chambres où une personne , placée dans un endroit , & prononçant à voix basse quelques mots , est entendue uniquement de celle qui est placée à un certain autre endroit déterminé. Muschembroeck parle d'une pareille chambre , qu'il dit être dans le château de Cleves. Il y a peu de personnes qui aient été à l'Observatoire royal de Paris , sans avoir fait la même expérience dans un salon du premier étage.

Les physiciens s'accordent unanimement à attribuer ce phénomène à la réflexion des rayons sonores qui, après avoir divergé de la bouche de celui qui parle, sont réfléchis de manière à se réunir dans un autre point. Or l'on conçoit aisément, disent-ils, que cette réunion renforçant le son dans ce point, celui qui aura l'oreille placée tout près l'entendra, quoique ceux qui en seront éloignés ne puissent l'entendre. C'est ainsi que les rayons qui partent du foyer d'un miroir elliptique, se réunissent à l'autre foyer.

Je ne sais si le salon du château de Cleves, dont parle Muschembroeck, est elliptique, & si les deux points où doivent se placer celui qui parle & celui qui écoute, sont les deux foyers; mais, à l'égard du salon de l'Observatoire de Paris, cette explication n'a pas le moindre fondement, car

1° La salle de l'écho, ou, comme on l'appelle, *des Secrets*, n'est nullement elliptique; c'est un octogone sur son plan, & dont les murs, à une certaine hauteur, sont voûtés de la manière qu'on appelle en terme de l'art *arc de cloître*; c'est-à-dire par des portions de cylindre qui, en se rencontrant, forment des angles rentrants, qui continuent ceux qui sont formés par les côtés de l'octogone qui en est le plan.

2° On ne se place pas à une distance médiocre du mur, comme cela devrait être pour que la voix partît d'un des foyers de l'ellipse supposée: on applique la bouche dans un des angles rentrants, & fort près du mur; alors une personne qui a l'oreille placée du côté diamétralement opposé, & à peu près à même distance du mur, en-

346 RÉCRÉATIONS-MATHÉMATIQUES.

tend celui qui lui parle de l'autre côté, même à voix fort basse.

Il est conséquemment évident qu'il n'y a ici nulle réflexion de la voix, conformément aux loix de la catoptrique; mais l'angle rentrant, continué le long de la voûte d'un côté à l'autre du salon, fait une sorte de canal qui contient la voix, & la transmet de l'autre côté. Le phénomène rentre absolument dans la même classe que celui d'un tuyau très-long, au bout duquel une personne parlant, même à voix basse, se fait entendre de celui qui est à l'autre bout.

Les Mémoires de l'Académie, de 1692, parlent d'un écho très-singulier, qui se trouve dans une cour d'une maison de plaisance appelée *le Genetzay*, à peu de distance de Rouen. Il a cela de particulier, que la personne qui chante ou parle à voix haute, n'entend point la répétition de l'écho, mais seulement sa voix; au contraire ceux qui écoutent n'entendent que la répétition de l'écho, mais avec des variations surprenantes, car l'écho semble tantôt s'approcher, tantôt s'éloigner, & disparoît enfin à mesure que la personne qui parle s'éloigne dans une certaine ligne; tantôt on n'entend qu'une voix, tantôt on en entend plusieurs; l'un entend l'écho à droite, l'autre à gauche. On lit dans le même recueil une explication de tous ces phénomènes, déduite de la forme demi-circulaire de cette cour & de quelques circonstances; elle est assez satisfaisante.

ARTICLE V.

Expériences sur les vibrations des cordes sonores, qui font la base de la Musique théorique.

QU'ON prenne une corde de métal, ou de boyaux d'animaux, dont on se sert dans les instruments de musique; qu'on l'attache par une de ses extrémités; qu'après l'avoir étendue horizontalement, & l'avoir fait passer sur un arrêt fixe, on suspende à l'autre extrémité un poids quelconque qui la tende: alors, qu'on la pince ou qu'on la mette en vibration, on entendra un son, lequel est certainement produit par les vibrations réciproques de cette corde.

Raccourcissez présentement la partie de la corde que vous mettez en vibration, & réduisez-la à la moitié; vous observerez, si vous avez l'oreille musicale, que ce nouveau son sera l'octave du premier.

Si la partie vibrante de la corde est réduite à ses deux tiers, le son qu'elle rendra sera la quinte du premier.

Si la longueur de la corde est réduite aux trois quarts, elle donnera la quarte du premier son.

Lorsqu'elle sera réduite aux $\frac{4}{5}$, elle donnera la tierce majeure. Réduite aux $\frac{5}{6}$, ce sera la tierce mineure. Si on la réduit aux $\frac{8}{9}$, elle donnera ce qu'on appelle le ton majeur; aux $\frac{9}{10}$, ce sera le ton appelé mineur; enfin aux $\frac{15}{16}$, ce sera le demiton, tel que celui qui, dans la gamme musicale, est entre *mi* & *fa*, ou *fi* & *ut*.

348 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES

On aura les mêmes résultats si , ayant arrêté fixément & tendu une corde par ses deux extrémités, on fait couler dessous un petit chevalet qui en intercepte successivement d'un côté la $\frac{1}{2}$, les $\frac{2}{3}$, les $\frac{3}{4}$, &c.

Voilà ce qui résulte d'un degré déterminé de tension , appliqué aux extrémités d'une corde qu'on fait varier de longueur. Imaginons présentement la longueur de la corde absolument fixe , & appliquons-lui des degrés de tension différents : voici ce que l'expérience a appris à ce sujet.

Si à une corde d'une longueur déterminée , & fixe par une de ses extrémités , on append un poids & qu'on examine le son qu'elle rend , lorsqu'on aura substitué à ce premier poids un poids quadruple , le son qu'elle rendra sera à l'octave ; si le poids est neuf fois le premier , le nouveau son sera à l'octave de la quinte ; si ce nouveau poids est le quart seulement du premier , le son nouveau sera l'octave au dessous. Il n'en faut pas davantage pour se démontrer que ce qu'on produit en réduisant successivement une corde à sa moitié , ses $\frac{2}{3}$, ses $\frac{3}{4}$, &c. on le produira également en la chargeant successivement de poids qui soient comme 4 , $\frac{9}{4}$, $\frac{16}{9}$, &c. ; c'est-à-dire qu'il faut que les quarrés des poids ou des tensions , soient réciproquement comme les quarrés des longueurs propres à donner les mêmes tons.

On raconte à ce sujet comment Pythagore fut conduit à cette découverte. Ce philosophe se promenant , dit-on , un jour , entendit sortir de la boutique d'un forgeron des sons harmonieux , produits par les marteaux dont ils frappoient l'enclume. Il entra dans l'atelier , & pesa les marteaux qui formoient ces sons. Il trouva que celui

qui donnoit l'octave, étoit précisément la moitié de celui qui donnoit le ton le plus bas; que celui qui donnoit la quinte, en étoit les deux tiers; & enfin que celui qui produisoit la tierce majeure, en étoit les quatre cinquièmes. Rentré chez lui, il médita ce phénomène; il tendit une corde, qu'il raccourcit successivement à sa moitié, à ses deux tiers, à ses quatre cinquièmes, & il vit qu'elle rendoit des sons qui étoient l'octave, la quinte & la tierce majeure du son rendu par la corde dans sa longueur. Il suspendit aussi des poids à la même corde; & il trouva que ceux qui donnoient l'octave, la quinte & la tierce majeure, devoient être respectivement comme $4, \frac{9}{4}, \frac{16}{9}$; de celui qui donnoit le son principal, c'est-à-dire en raison inverse des quarrés de $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{4}{5}$.

Quoi qu'il en soit de ce conte, qu'on apprécie équitablement dans l'*Histoire des Mathématiques*, tels furent les premiers faits qui mirent les mathématiciens à portée de soumettre les accords au calcul. Voici ce que les modernes y ont ajouté.

On démontre aujourd'hui, par les principes de la mécanique,

1^o Qu'une corde de grosseur uniforme, restant tendue par le même poids, & étant allongée ou raccourcie, la vitesse des vibrations qu'elle fera dans ces deux états, sera en raison inverse des longueurs. Si donc on réduit cette corde à la moitié de sa longueur, ses vibrations auront une vitesse double, & elle fera deux vibrations pendant que l'autre en auroit fait une: réduisez-la aux deux tiers, elle fera trois vibrations quand la première en eût achevé deux. Ainsi, toutes les fois que deux cordes feront dans le même temps, l'une deux vibrations, l'autre une, elles rendront des

350 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

sons qui seront à l'octave: ils seront à la quinte, lorsque trois vibrations de l'une s'acheveront en même temps que deux de l'autre, &c.

2^o La vitesse des vibrations que fait une corde de longueur déterminée, & tendue de différents poids, est comme la racine quarrée des poids qui la tendent: ainsi des poids quadruples produiront une vitesse double, & conséquemment, dans le même temps, un nombre double de vibrations; un poids nonuple produira des vibrations triples en vitesse, ou un nombre triple dans le même temps.

3^o Si deux cordes different à-la-fois de longueur & de masse, & sont en outre tendues par des poids différents, les vitesses des vibrations qu'elles feront, seront comme les racines quarrées des poids tendants, divisés par les longueurs & les masses, ou les poids des cordes: ainsi, que la corde A, tendue par un poids de 6 livres, pese 6 grains, & ait un pied de longueur, tandis que la corde B, tendue par un poids de 10 livres, pese 5 grains, & a un demi-pied de longueur; la vitesse des vibrations de la premiere sera à celle des vibrations de la seconde, comme la racine quarrée de $6 \times 6 \times 1$, à celle de $5 \times 10 \times \frac{1}{2}$, c'est-à-dire, comme la racine quarrée de 36 ou 6, à celle de 25 ou à 5: ainsi la premiere fera 6 vibrations, quand la seconde en fera 5.

De ces découvertes combinées, il résulte que l'*acuité* ou la gravité des sons, est uniquement l'effet de la plus ou moins grande fréquence des vibrations de la corde qui les produit; car, puisque d'un côté on sçait par l'expérience, qu'une corde raccourcie, & éprouvant le même degré de tension, rend un ton plus élevé, & que d'un autre on

ſçait, & par l'expérience & par la théorie, qu'elle fait des vibrations d'autant plus fréquentes qu'elle eſt plus courte, il eſt évident que ce n'eſt que cette plus grande fréquence de vibrations qui peut produire l'effet de hauffer le ton.

Il réſulte auſſi de-là, qu'un nombre double de vibrations, produit l'octave du ton que donne le nombre ſimple; qu'un nombre triple produit l'octave de la quinte; un nombre quadruple, la double octave; le nombre quintuple, la tierce majeure au deſſus de la double octave, &c. : & ſi nous deſcendons à des rapports moins ſimples, trois vibrations contre deux, produiront l'accord de quinte; quatre contre trois, celui de quarte, &c.

On peut donc indifféremment exprimer les rapports des tons, ſoit par les longueurs des cordes également tendues qui les produiſent, ſoit par le rapport des nombres de vibrations que forment ces cordes : ainſi, le ſon principal étant désigné par 1, l'on exprime mathématiquement l'octave ſupérieure par $\frac{1}{2}$ ou par 2, la quinte par $\frac{2}{3}$ ou par $\frac{3}{2}$, la tierce majeure par $\frac{4}{5}$ ou $\frac{5}{4}$, &c. Dans le premier cas, ce ſont les longueurs reſpectives des cordes; dans le ſecond, ce ſont les nombres reſpectifs de vibrations. Les réſultats ſeront les mêmes, en ſ'aſtreignant dans le calcul au même ſyſtème de dénomination.

PROBLÈME.

Déterminer le nombre de vibrations que fait une corde de longueur & de groſſeur données, & tendue par un poids donné; ou bien, quel eſt le nombre de vibrations qui forme un ton aſſigné?

ON n'a conſidéré juſqu'ici que les rapports des nombres de vibrations que ſont les cordes qui

donnent les différents accords ; mais un problème plus curieux & bien plus difficile , est celui de trouver le nombre réel de vibrations que forme une corde qui donne un certain ton déterminé ; car il est aisé de sentir que leur vitesse ne permet rien moins que de les compter : la géométrie, aidée de la mécanique, est pourtant venue à bout de cette détermination. Voici la règle.

Divisez le poids qui tend la corde par celui de la corde même ; multipliez le quotient par la longueur du pendule à secondes, qui est à Paris de 3 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$ ou de 440 lignes $\frac{1}{2}$, & divisez le produit par la longueur de la corde depuis le point fixe jusqu'au chevalet ; tirez la racine quarrée de ce nouveau quotient, & multipliez-la par la raison de la circonférence au diamètre, ou par la fraction $\frac{355}{113}$: le produit sera le nombre de vibrations que fera cette corde dans la durée d'une seconde.

Soit, par exemple, une corde d'un pied & demi, & pesant 6 grains, tendue par un poids de 3 livres ou 27648 grains ; le quotient de 27648 divisé par 6, est 4608 : la longueur du pendule à secondes étant de 440 $\frac{1}{2}$, le produit de ce nombre par 4608 est 2029824, que vous diviserez par 216, nombre de lignes que contient un pied & demi ; le quotient est 9397 $\frac{1}{3}$, dont la racine quarrée fera 96 $\frac{2}{10}$: ce nombre, multiplié par $\frac{355}{113}$, donne 304 $\frac{4}{10}$; c'est le nombre des vibrations que fait la corde ci-dessus dans l'espace d'une seconde.

On peut voir dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences*, (ann. 1700), une manière fort ingénieuse, que M. Sauveur avoit imaginée pour trouver ce nombre de vibrations. Il avoit remarqué que, lorsque deux tuyaux d'orgue fort bas, & accordés à des tons fort voisins, jouent ensemble, on

on entend une suite de battements ou de ronflements de sons. Réfléchissant sur la cause de cet effet, il reconnut que ces battements proviennent de la rencontre périodique des vibrations coïncidentes des deux tuyaux ; d'où il conclut que si , avec un pendule à secondes, on mesure le nombre de ces battements pendant une seconde, qu'on connoisse d'ailleurs , par la nature de l'accord des deux tuyaux, le rapport des nombres de vibrations qu'ils doivent faire pendant le même temps, on pourra trouver le nombre réel de vibrations qu'ils font, l'un & l'autre.

Soient, par exemple, deux tuyaux accordés exactement, l'un au *mi bémol*, & l'autre au *mi* ; on sçait que l'intervalle de ces deux tons étant un demi-ton mineur, exprimé par le rapport de 24 à 25, le tuyau le plus haut fera 25 vibrations pendant que le plus grave en fera 24 ; en sorte qu'à chaque 25^e vibration du premier, ou 24^e du second, il y aura un battement. Si donc on observe dix battements dans une seconde, on en devra conclure que 24 vibrations de l'un & 25 de l'autre se font dans un dixième de seconde, & conséquemment que l'un fait 240 & l'autre 250 vibrations dans l'espace d'une seconde.

M. Sauveur a fait des expériences conséquentes à cette idée, & dit avoir trouvé qu'un tuyau d'orgue d'environ 5 pieds, ouvert, fait 100 vibrations par seconde ; conséquemment un de 40 pieds, qui donne la triple octave en dessous & le plus bas son perceptible à l'oreille, n'en feroit que $12\frac{1}{2}$: au contraire, le tuyau d'un pouce moins $\frac{1}{16}$, étant le plus court dont on puisse distinguer le son, le nombre de ses vibrations dans une seconde sera de 6400. Les limites des vibrations

354 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

les plus lentes & les plus promptes , qui fassent des sons appréciables à l'oreille, sont donc , suivant M. Sauveur, $12\frac{1}{2}$ & 6400.

Nous ne prolongerons pas davantage ces détails : nous passons à un phénomène très-curieux des cordes mises en vibration.

Qu'on ait une corde fixement attachée par ses extrémités , & qu'on place au dessous un chevalet qui la divise en parties aliquotes , par exemple trois d'un côté & une de l'autre ; qu'on mette la plus grande , c'est-à-dire les $\frac{3}{4}$, en vibration : alors , si le chevalet intercepte absolument la communication de l'une & de l'autre partie , ces $\frac{3}{4}$ de la corde sonneront , comme tout le monde sçait , la quarte de la corde entière : si ce sont les $\frac{4}{7}$, ce sera la tierce majeure.

Mais que cet arrêt empêche seulement la corde de vibrer dans sa totalité , sans intercepter la communication du mouvement entre les deux parties ; alors la plus grande ne rend plus que le même son que rend la petite : les trois quarts de la corde , qui , dans le cas précédent , donnoient la quarte de la toute , n'en donnent plus que la double octave , qui est le son propre au quart de la corde. Il en est de même si on touche ce quart ; ses vibrations , en se communiquant aux trois autres quarts , les feront sonner , mais de manière à ne donner que cette double octave.

On rend de ce phénomène une raison que l'expérience rend sensible. Lorsque l'arrêt intercepte absolument la communication des vibrations entre les deux parties de la corde , la plus grande portion fait ses vibrations dans sa totalité ; & si elle est les trois quarts de la corde entière , elle fait , conformément à la règle générale , 4 vibrations

quand la corde entière en feroit 3 : ainsi le son est à la quarte de celui de la corde totale.

Mais, dans le second cas, la grande partie de la corde se divise en autant de portions qu'elle contient la plus petite ; dans l'exemple proposé, en trois ; & chacune de ces portions, ainsi que la quatrième, font leurs vibrations à part : il s'établit aux points de division, comme B, C, D, des Pl. 15, points fixes, entre lesquels les parties de la corde fig. 34 AB, BC, CD, DE, vibrent en formant des ventres alternativement en sens contraire, comme si ces parties étoient uniques, & invariablement fixées par leurs extrémités.

Cette explication est un fait que M. Sauveur a rendu sensible aux yeux, en présence de l'Académie royale des Sciences. (*Hist. de l'Acad.*, année 1700.) On plaçoit sur les points C & D, de petits morceaux de papier pliés ; alors, en mettant en vibration la petite partie de la corde AB, les vibrations se communiquant à la partie restante BE, on voyoit avec étonnement les petits morceaux de papier, portés par les points C & D, rester immobiles, tandis que ceux posés par-tout ailleurs étoient jetés à bas.

Si la partie AB de la corde, au lieu d'être précisément une partie aliquote du restant BE, en étoit, par exemple, les $\frac{2}{3}$, alors toute la corde AE se partageroit en sept parties, dont AB en contiendrait deux, & chacune de ces parties vibreroit à part, & ne rendroit que le son qui convient à $\frac{1}{7}$ de la corde.

Si les parties AB, BE, étoient incommensurables, elles ne rendroient qu'un son absolument discordant, & qui s'éteindroit aussi-tôt, à cause de l'impossibilité qu'il y auroit à ce qu'il s'établisse

des ventres & des points de repos, ou noeuds invariables.

ARTICLE VI.

Manière d'ajouter, soustraire les accords entr'eux; les diviser, les multiplier, &c.

LA théorie de la musique exige qu'on sçache quels accords résultent de deux ou plusieurs accords, soit ajoutés, soit soustraits les uns des autres: c'est pourquoi nous allons en donner les règles.

PROBLÈME I.

Ajouter deux accords entr'eux.

EXPRIMEZ chacun de ces accords par la fraction qui lui est propre; multipliez ensuite ces deux fractions ensemble, c'est-à-dire numérateur par numérateur, & dénominateur par dénominateur: le nombre qui en proviendra exprimera l'accord qui résulte de la somme de deux donnés.

EXEMPLE PREMIER.

Soient la quinte & la quarte à ajouter ensemble; l'expression de la quinte est $\frac{2}{3}$, celle de la quarte est $\frac{3}{4}$: multipliez $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$; le produit est $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$, qui est l'expression de l'octave. On sçait effectivement que l'octave est composée d'une quinte & d'une quarte.

EXEMPLE II.

On demande quel accord résulte de l'addition de la tierce majeure & de la mineure. L'expression

ACCOUSTIQUE ET MUSIQUE. 357

de la tierce majeure est $\frac{4}{7}$, celle de la tierce mineure est $\frac{1}{2}$; leur produit est $\frac{20}{30}$ ou $\frac{2}{3}$, qui exprime la quinte. Cet accord est effectivement composé d'une tierce majeure & d'une mineure.

EXEMPLE III.

Quel accord produisent deux tons majeurs ajoutés l'un à l'autre? On exprime un ton majeur par $\frac{8}{9}$; ainsi, pour ajouter deux tons majeurs, il faut multiplier ensemble $\frac{8}{9}$ par $\frac{8}{9}$; le produit est $\frac{64}{81}$: or $\frac{64}{81}$ est une fraction moindre que $\frac{64}{80}$ ou $\frac{4}{5}$, qui exprime la tierce majeure; d'où il suit que l'accord exprimé par $\frac{64}{81}$ est plus grand que la tierce majeure, & conséquemment que deux tons majeurs font plus qu'une tierce majeure, ou une tierce majeure fausse par excès.

On trouve au contraire, en ajoutant deux tons mineurs qui s'expriment par $\frac{9}{10}$, que leur somme $\frac{81}{100}$ est plus grande que $\frac{80}{100}$ ou $\frac{4}{5}$, qui désignent la tierce majeure: donc deux tons mineurs font moins qu'une tierce majeure. Cette tierce est en effet composée d'un ton majeur & d'un ton mineur; ce qu'on trouve en ajoutant les accords $\frac{8}{9}$ & $\frac{9}{10}$, qui font $\frac{72}{90}$, ou $\frac{8}{10}$ ou $\frac{4}{5}$.

Nous pourrions montrer de même, que deux demi-tons majeurs font plus qu'un ton majeur, & deux demi-tons mineurs moins qu'un ton même mineur; qu'enfin un demi-ton majeur & un demi-ton mineur, font précisément un ton mineur.

PROBLÈME II.

Soustraire un accord d'un autre.

AU lieu de multiplier ensemble les fractions qui expriment les accords donnés, renversez celle qui

358 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

exprime l'accord à soustraire de l'autre, & multipliez-la dans cet état; le produit vous donnera la fraction qui exprime l'accord cherché.

EXEMPLE PREMIER.

Quel accord résulte-t-il lorsque de l'octave on ôte la quinte? L'expression de l'octave est $\frac{1}{2}$, celle de la quinte est $\frac{2}{3}$, qui étant renversée donne $\frac{3}{2}$; multipliez $\frac{1}{2}$ par $\frac{3}{2}$, vous aurez $\frac{3}{4}$, expression de la quarte.

EXEMPLE II.

On demande la différence du ton majeur au ton mineur. Le ton majeur s'exprime par $\frac{8}{9}$, & le ton mineur par $\frac{9}{10}$, fraction qui, renversée, donne $\frac{10}{9}$. Le produit de $\frac{8}{9} \times \frac{10}{9}$ est $\frac{80}{81}$: telle est l'expression de l'intervalle dont diffère le ton majeur avec le ton mineur. C'est ce qu'on appelle le *grand comma*.

PROBLÈME III.

Doubler ou multiplier un accord autant de fois qu'on voudra.

IL n'y a qu'à élever les termes de la fraction qui exprime l'accord donné à la puissance désignée, par le nombre de fois qu'il faut le rendre multiple, au quarré s'il faut le doubler, au cube si on demande de le tripler, &c.

Ainsi l'accord qui est le triple d'un ton majeur, est $\frac{512}{729}$; ce qui répond à l'intervalle qu'il y a entre *ut*, & un *fa* plus haut que le *fa* dièse de la gamme.

PROBLÈME IV.

Diviser un accord par tel nombre qu'on voudra, ou trouver un accord qui soit la moitié, le tiers, &c. d'un accord donné.

POUR cet effet, prenez la fraction qui exprime l'accord, & tirez-en la racine désignée par le diviseur déterminé ; par exemple, la racine quarrée s'il est question de partager l'accord en deux, ou la racine cubique s'il est question de le partager en trois, &c : cette racine exprimera l'accord cherché.

EXEMPLE. †

L'octave étant exprimée par $\frac{1}{2}$, si on en tire la racine quarrée, elle sera, à peu de chose près, $\frac{7}{10}$. Or $\frac{7}{10}$ est moins que $\frac{3}{4}$, & plus que $\frac{2}{3}$; conséquemment le milieu de l'octave est entre la quarte & la quinte, & bien près du *fa diefe*.

ARTICLE VII.

De la résonnance du corps sonore, principe fondamental de l'harmonie & de la mélodie : autres phénomènes harmoniques.

PREMIERE EXPÉRIENCE.

ECOUTEZ attentivement le son d'une cloche, sur-tout d'une cloche un peu grave ; pour peu que vous ayiez de l'oreille, vous y distinguerez aisément, outre le son grave, qui est le son principal, plusieurs autres plus aigus : mais si vous

Z. iv

360 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

avez l'oreille exercée à apprécier des intervalles musicaux, vous reconnoîtrez que l'un de ces sons est la douzième ou la quinte au dessus de l'octave, & un autre la dix-septième majeure, ou la tierce majeure au dessus de la double octave; vous y distinguerez aussi, si vous avez l'oreille extrêmement délicate, son octave, sa double & même sa triple octave : on les entend à la vérité un peu plus difficilement, parce que les octaves se confondent avec le son fondamental, par un effet de ce sentiment naturel qui nous fait confondre l'octave avec l'unisson.

Vous trouverez la même chose, si vous raclez une des plus grosses cordes d'une viole ou violoncelle, ou d'une trompette marine. Plus enfin vous aurez l'oreille expérimentée en harmonie, plus vous serez capable de distinguer ces différents sons, soit dans la résonnance d'une corde, soit dans celle de tout autre corps sonore, même de la voix.

Autre manière de faire cette expérience.

Prenez une pincette ordinaire de cheminée, & suspendez-la sur une jarretière de laine ou de coton, ou sur un cordon quelconque un peu mince, dont vous appliquerez les deux extrémités à vos oreilles. Si quelqu'un frappe alors sur cette pincette, vous entendrez d'abord un son très-fort & très-grave, comme d'une très-grosse cloche dans le lointain; & ce son sera accompagné d'une multitude d'autres plus aigus, parmi lesquels, lorsqu'ils commenceront à s'éteindre, vous distinguerez facilement la douzième & la dix-septième du ton le plus bas.

Cette multiplicité de tout son se confirme par

une autre expérience , que cite M. Rameau dans sa *Génération harmonique*. Prenez , dit-il , les jeux de l'orgue qu'on appelle *bourdon* , *prestant* ou *flûte* , *nazard* & *tierce* , & qui forment entr'eux l'octave , la douzième & la dix-septième majeure du *bourdon*. Pendant que le seul bourdon résonne , tirez successivement chacun des autres jeux ; vous entendrez leurs sons se mêler successivement les uns aux autres ; vous pourrez même les distinguer pendant qu'ils seront ensemble : mais si , pour vous en distraire , vous préluédez un moment sur le même clavier , & que vous reveniez à la seule touche d'auparavant , vous croirez ne plus entendre qu'un seul son , celui du bourdon , le plus grave de tous , qui répond au son du corps total.

REMARQUE.

CETTE expérience sur la résonnance du corps sonore , n'est pas nouvelle : M. Wallis & le pere Mersenne l'ont connue , & en ont parlé dans leurs ouvrages ; mais c'étoit pour eux un simple phénomène , dont ils étoient bien éloignés de démêler les conséquences : c'est M. Rameau qui le premier en a senti l'usage pour déduire toutes les règles de la composition musicale , jusqu'alors uniquement fondées sur le simple sentiment , & sur une expérience incapable de guider dans tous les cas , & de rendre raison de tous les effets. C'est-là la base de son système de la *basse fondamentale* , système contre lequel on a beaucoup déclamé dans la nouveauté , & que la plupart des musiciens paroissent avoir aujourd'hui adopté.

Ainsi tout son harmonique est multiple , & composé des sons que donneroient les parties aliquotées du corps sonore $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$: on peut même

362 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

ajouter $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, &c ; mais la foiblesse de ces sons , qui vont toujours en diminuant de force , ne permet que difficilement de les distinguer. M. Rameau dit néanmoins avoir très-bien distingué souvent le son exprimé par $\frac{1}{7}$, qui est la double octave d'un son qui partage à peu près en deux parties égales l'intervalle qu'il y a entre le *la* & le *si bémol* au dessous de la première octave : il l'appelle un son perdu , & l'exclut totalement de l'harmonie. Il seroit en effet singulièrement discordant avec tous les autres sons donnés par le son fondamental.

Remarquons néanmoins que le célèbre Tartini n'a pas pensé sur ce son comme l'a fait M. Rameau. Loin de l'appeller un son perdu, il prétend qu'on peut l'employer tant dans la mélodie que dans l'harmonie ; il le désigne par le nom de *septième consonnante*. Mais nous laissons aux musiciens le soin d'apprécier cette idée de Tartini, dont la célébrité, tant pour la composition que pour l'exécution, demandoit une réfutation d'un genre différent de celle qu'on trouve à la fin d'une *Histoire de la Musique*, imprimée en 1767.

SECONDE EXPÉRIENCE.

Accordez plusieurs cordes à l'octave, à la douzième, à la dix-septième majeure d'une corde donnée, tant au dessus qu'au dessous ; alors, si vous faites sonner cette corde fortement & avec continuité, vous verrez les autres se mettre aussi en vibration ; vous entendrez même sonner celles qui sont accordées au dessus, si vous avez l'attention d'éteindre subitement par un corps mou le son de la première.

Il n'est personne qui n'ait quelquefois entendu

résonner les verres d'une table au son d'une voix vigoureuse & éclatante. C'est une maniere de faire cette expérience.

On entend aussi quelquefois résonner les cordes d'un instrument qu'on ne touche point, au son seul de la voix, sur-tout après des tenues un peu longues & renflées. Je me suis plusieurs fois procuré ce plaisir, par le moyen d'un ami qui avoit une grande & belle voix de basse.

La cause de ce phénomène est incontestablement la communication des vibrations de l'air à la corde, ou au corps sonore monté aux tons ci-dessus; car il est aisé de concevoir que les vibrations des cordes montées à l'unisson ou à l'octave, ou à la douzième, &c. de celle qu'on met en mouvement, sont disposées à recommencer régulièrement, & en même temps que celles de cette corde, en se répondant vibration pour vibration, dans le cas de l'unisson, ou deux pour une, dans le cas de l'octave, ou trois pour une, dans celui de la douzième: ainsi, les petites impulsions de l'air vibrant, que produira la corde mise en vibration, conspireront toujours à augmenter les mouvements d'abord insensibles qu'elles auront causés dans ces autres cordes, parcequ'elles se feront dans le même sens, & parviendront enfin à les rendre sensibles. C'est ainsi qu'un léger souffle d'air, toujours dans la même direction, parvient enfin à soulever les eaux de l'océan. Mais lorsque les cordes en question seront tendues de maniere que leurs vibrations ne puissent avoir aucune correspondance avec celles de la corde frappée, alors elles seront tantôt aidées, tantôt contrariées, & le petit mouvement qui pourra leur être communiqué sera aussi-tôt anéanti

qu'engendré ; conséquemment elles resteront en repos.

QUESTION.

Les sons harmoniques qu'on entend avec le son principal, ont-ils leur source immédiate dans le corps sonore , ou résident-ils seulement dans l'air ou dans l'organe ?

IL est très-probable que le son principal est le seul qui tienne son origine immédiate des vibrations du corps sonore. D'habiles physiciens ont cherché à démêler si , indépendamment des vibrations totales que fait un corps , il en faisoit de partielles , & ils n'ont jamais pu y rien voir que des vibrations simples. Comment concevrait-on d'ailleurs que la totalité d'une corde fût en vibration , & que , pendant ce mouvement , elle se partageât en deux parties qui fissent aussi leurs vibrations à part , ou en trois qui fissent aussi leurs vibrations particulières , &c ?

Il faut donc dire que ces sons harmoniques d'octave , de douzième , de dix-septième , sont dans l'air ou dans l'organe. L'un & l'autre ont de la probabilité ; car , puisqu'un son déterminé a la propriété de mettre en vibration les corps disposés à rendre son octave , sa douzième , &c. on doit reconnoître que ce son peut mettre en mouvement les particules de l'air susceptibles de vibrations , doubles , triples , quadruples , quintuples en vitesse. Néanmoins , ce qui me paroît à cet égard de plus vraisemblable , c'est que ces vibrations n'existent que dans l'oreille. L'anatomie de cet organe paroît en effet démontrer que le son ne se transmet à l'ame que par les vibrations

des filets nerveux qui tapissent la conque de l'oreille ; & , comme elles sont d'inégales longueurs , il y en a toujours quelques-unes d'entr'elles qui font des vibrations isochrones à celles d'un son donné ; mais en même temps , & par la propriété ci-dessus , ce son doit mettre en mouvement les fibres susceptibles de vibrations isochrones , & même celles qui peuvent faire des vibrations doubles , triples , quadruples , &c. en vitesse. Tel est , à mon avis , ce qu'on peut dire de plus probable sur ce phénomène singulier. J'adopterai de tout mon cœur une explication plus vraisemblable , quand je la connoîtrai.

TROISIEME EXPERIENCE.

On doit cette expérience au célèbre Tartini de Padoue. Faites tirer à-la-fois , de deux instruments , deux sons quelconques ; vous en entendrez dans l'air un troisième , qui sera d'autant plus perceptible , que vous aurez l'oreille plus voisine du milieu de la distance entre les instruments. Que ce soient , par exemple , deux sons qui se succèdent dans l'ordre des consonnances , comme l'octave & la douzième , la double octave & la dix-septième majeure , &c ; le son résultant , dit M. Tartini , sera l'octave du son principal.

Cette expérience , répétée en France , a réussi , comme l'atteste M. Serres dans ses *Principes de l'Harmonie* , imprimés en 1753 ; à cela près que M. Serres a trouvé ce dernier son plus bas d'une octave ; ce qu'on trouve par la théorie devoir être. Il est si aisé de confondre les octaves entre elles , que cela ne doit pas surprendre. Au surplus , nous devons remarquer ici que le célèbre musi-

cien de Padoue a établi sur ce phénomène un système d'harmonie & de composition ; mais il ne paroît pas avoir fait encore la fortune de celui de Rameau.

ARTICLE VIII.

Des différens Systèmes de Musique, Grec, Moderne, & de leurs particularités.

§. I.

De la Musique Grecque.

DANS la naissance de la musique chez les Grecs, il y avoit à la lyre quatre cordes, dont les sons auroient répondu à *fi, ut, re, mi* : dans la suite on y ajouta trois autres cordes, *fa, sol, la* : ainsi la première échelle diatonique grecque, traduite en notre langue musicale, étoit *fi, ut, re, mi, fa, sol, la*, & étoit composée de deux tétracordes, ou système de quatre sons, *fi, ut, re, mi* ; *mi, fa, sol, la* ; dont le dernier de l'un & le premier de l'autre étoient communs ; ce qui les fit appeller *tétracordes conjoints*.

Remarquons que, quelque bizarre que paroisse cette disposition de sons à ceux qui ne connoissent que l'ordre diatonique moderne, elle n'en est pas moins naturelle, & conforme aux regles de l'harmonie ; car M. Rameau a montré qu'elle n'est autre chose qu'un chant dont la base fondamentale seroit *sol, ut, sol, ut, fa, ut, fa*. Elle a aussi l'avantage de n'avoir qu'un seul intervalle altéré, sçavoir, la tierce mineure du *re* au *fa*, qui, au lieu d'être dans

le rapport de 5 à 6, est dans celui de 27 à 32, qui est un peu moindre, & conséquemment trop basse d'un *comma* de 80 à 81.

Mais cette perfection étoit balancée par deux grandes imperfections, sçavoir, 1^o de ne pas compléter l'octave, 2^o de ne pas se terminer par un repos, ce qui laisse à l'oreille l'espece d'inquiétude qui résulte d'un chant commencé & non fini. Elle ne pourroit néanmoins ni monter au *si*, ni descendre au *la*. Aussi les musiciens qui, pour compléter l'octave, avoient ajouté cette dernière note au dessous, la regardoient-ils comme étrangère, pour ainsi dire, & lui donnoient le nom de *proslanbanomene*.

On chercha, par cette raison, un autre remède à ce défaut, & l'on proposa (ce fut, dit-on, Pythagore) la succession de sons, *mi, fa, sol, la, si, ut, re, mi*, composée, comme l'on voit, de deux tétracordes disjoints. Cette échelle diatonique est presque la même que la nôtre, à cela près que la nôtre commence & finit par la tonique, & celle-là commence & finit par la médiate ou la tierce majeure. Cette déviance, aujourd'hui presque réprouvée, étoit assez ordinaire aux Grecs, & l'est encore dans nos chants d'église.

Mais ici, par une suite de la génération harmonique, les valeurs des sons & des intervalles ne sont pas les mêmes que dans la première échelle. Dans celle-ci, l'intervalle du *sol* au *la* étoit un ton mineur; il est, dans la seconde, un ton majeur. Il y a enfin, dans cette seconde disposition, trois intervalles altérés ou faux, sçavoir, la tierce majeure du *fa* au *la*, trop haute; la tierce mineure de *la* à *ut*, trop basse; enfin la quinte du *la* au *mi*, trop haute. Ce sont les mêmes défauts que ceux

368 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

de notre échelle diatonique ; mais le tempérament les corrige.

Dans la suite , les Grecs ajoutèrent à ces sons un tétracorde conjoint au dessous , *fi* , *ut* , *re* , *mi* , & un autre en montant , *mi* , *fa* , *sol* , *la* ; au moyen de quoi ils remplirent à peu près tous les besoins de la mélodie , tant qu'elle se bornoit au même ton. Ptolémée parle d'une combinaison , au moyen de laquelle on joignoit le second tétracorde primitif au premier , en baissant le *fi* d'un demi-ton ; ce qui faisoit *fi bémol* , *ut* , *re* , *mi*. Sans doute cela servoit lorsque du ton d'*ut* on passoit à celui de sa quinte inférieure *fa* , transition familière à la musique grecque , ainsi qu'à notre musique d'église ; car il faut alors en effet un *fi bémol*. Plutarque enfin parle d'une combinaison où l'on disjoignoit les deux derniers tétracordes , en élevant le *fa* d'un demi-ton , & sans doute celui de son octave au dessous. Qui ne reconnoîtra là notre *fa x* , qui est nécessaire lorsque du ton d'*ut* on passe à celui de sa quinte supérieure *sol* ? Sans doute les cordes du *fi bémol* & du *fa dièse* étoient simplement ajoutées & non substituées à celle de *fi* & de *fa*. Disons maintenant quelque chose des modes & des genres de la musique ancienne.

Tout le monde sçait qu'il y avoit dans la musique grecque trois genres ; sçavoir , le diatonique , le chromatique , & l'enharmonique. Tout ce qu'on vient de dire ne concerne que le diatonique.

Ce qui caractérise le chromatique , est d'employer , soit en montant , soit en descendant , plusieurs demi-tons de suite. La gamme chromatique grecque étoit *fi* , *ut* , *ut dièse* , *mi* , *fa* , *fa dièse* , *la*. Cette disposition , dans laquelle de l'*ut*
dièse

diese on passe immédiatement au *mi*, en omettant le *re*, paroîtra sans doute très-étrange; mais il n'est pas moins certain que c'étoit la gamme dont les Grecs faisoient usage dans le genre chromatique. On ne sçait point, au reste, si les Grecs avoient des morceaux de musique considérables dans ce genre, ou si, comme nous, ils n'en faisoient usage que dans des passages ou des traits de chant fort courts: car nous avons aussi un genre chromatique, quoique dans une acception différente. Cette transition de demi-tons en demi-tons, est moins naturelle que la succession diatonique; mais elle n'en a que plus d'énergie pour exprimer certains sentiments particuliers: aussi les Italiens, grands coloristes en musique, en font-ils fréquemment usage dans leurs airs.

Quant à l'enharmonique grec, quoique regardé par les anciens comme le genre le plus parfait, c'est encore une énigme pour nous. Pour en donner une idée, qu'on prenne le signe * pour celui du *diese* enharmonique, c'est-à-dire qui élève la note d'un quart de ton; l'échelle enharmonique étoit *fi*, *fi* *, *ut*, *mi*, *mi* *, *fa*, *la*, où l'on voit qu'après deux quarts de ton du *fi* à l'*us*, ou du *mi* au *fa*, on passoit au *mi* ou au *la*. On ne conçoit guere comment il pourroit y avoir des oreilles assez exercées pour apprécier des quarts de ton, &c, en supposant qu'il y en eût, quelle modulation on pourroit faire avec ces sons. Cependant il est très-certain que ce genre fit pendant longtemps les délices de la Grèce; mais sa difficulté le fit enfin abandonner, en sorte qu'il ne nous est pas même parvenu de morceau de musique grecque dans le genre enharmonique, ni même dans le

chromatique, tandis que nous en avons dans le diatonique.

Nous croyons cependant devoir remarquer ici, que cet enharmonique grec n'est peut-être pas aussi éloigné de la nature qu'on l'a pensé jusqu'ici; car enfin M. Tartini, en proposant l'usage de la septieme consonnante, qui est un son à très-peu de chose moyen entre le *la* & le *si bémol*, ne prétend-il pas que cette intonation, *la*, *si bb*, *si b*, *re*, *re*, *si b*, *si bb*, *la*, est non-seulement supportable, mais pleine d'agrément? (Le double *bb* indique ici le quart de ton.) M. Tartini fait plus, car il assigne à cette succession de sons la basse *fa*, *ut*, *sol*, *sol*, *ut*, *fa*, en chiffrant l'*ut* de ce signe *b7*, qui signifie septieme consonnante. Si cette prétention de M. Tartini trouve des sectateurs, ne peut-on pas dire que voilà l'enharmorique grec retrouvé?

Il nous reste à dire un mot des modes de la musique grecque. Quelque obscure que soit cette matiere, si nous en croyons l'auteur de *l'Histoire des Mathématiques*, qui s'appuie de certaines tables de Ptolémée, ces modes ne sont autre chose que les tons de notre musique, & il en donne la comparaison suivante.

Le dorien étant pris hypothétiquement pour le mode d'*ut*, ces modes, les uns plus bas que le dorien, & les autres plus hauts, étoient :

- L'Hypodorien*, . . . répondant au *sol*.
- L'Hypophrygien*, *la bémol*.
- L'Hypophrygien acutior*, *la*.
- L'Hypolydien*, ou *Hypoæolien*, . . . *si bémol*.
- L'Hypolydien acutior*, *si*.

ACOUSTIQUE ET MUSIQUE. 371

<i>Le Dorien</i> , . . .	répondant à l' <i>ut</i> .
<i>L'Iastien</i> ou <i>Ionien</i> , . . .	<i>ut diesé</i> .
<i>Le Phrygien</i> , . . .	<i>re</i> .
<i>L'Éolien</i> , . . .	<i>re diesé</i> .
<i>Le Lydien</i> , . . .	<i>mi</i> .
<i>L'Yperdorien</i> , . . .	<i>fa</i> .
<i>L'Yperiasien</i> , ou <i>Mixolydien</i> , . .	<i>fa diesé</i> .
<i>L'Hypermixolydien</i> , . . .	<i>sol</i> { Replique du prem.

Mais on pourroit faire cette question : Si la différence des modes chez les Grecs ne consistoit que dans le plus ou le moins de hauteur du ton de la modulation, comment expliquer ce qu'on nous raconte des caractères de ces différents modes, dont l'un excitoit la fureur, & dont l'autre la calmoit, &c? Cela donne lieu de croire qu'il y avoit quelque chose de plus; peut-être, indépendamment du différent ton, y avoit-il un caractère de modulation propre. Le phrygien, par exemple, qui probablement tiroit son origine du peuple de ce nom, peuple dur & belliqueux, avoit un caractère mâle & guerrier; tandis que le lydien, qui venoit d'un peuple mou & efféminé, portoit un caractère analogue, & conséquemment tout-à-fait propre à adoucir les mouvements excités par le premier.

Mais en voilà assez sur la musique grecque; passons à la musique moderne.

§. II.

De la Musique Moderne.

Tout le monde sçait que la gamme ou l'échelle diatonique moderne, est représentée par ces sons,

A a ij

372 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

ut, re, mi, fa, sol, la, si, ut, qui complètent toute l'étendue de l'octave. Il faut ajouter ici que, de la génération développée par M. Rameau, il suit que de l'*ut* au *re*, il y a un ton majeur; du *re* au *mi*, un mineur; du *mi* au *fa*, un demi-ton majeur; du *fa* au *sol*, un ton majeur, ainsi que du *sol* au *la*; enfin du *la* au *si* un ton mineur, & du *si* à l'*ut* un demi-ton majeur.

On conclut de-là, qu'il y a dans cette échelle trois intervalles qui ne sont pas entièrement justes, sçavoir, la tierce mineure du *re* au *fa*: en effet, n'étant composée que d'un ton mineur & d'un demi-ton majeur, elle n'est que dans le rapport de 27 à 32, qui est un peu moindre, sçavoir d'un 80^e, que celui de 5 à 6, rapport juste des sons qui composent la tierce mineure.

Pareillement la tierce majeure de *fa* à *la* est trop haute, étant composée de deux tons majeurs, au lieu qu'elle doit être composée d'un ton majeur & d'un mineur, pour être exactement dans le rapport de 4 à 5. La tierce mineure de *la* à *ut* est enfin altérée, par la même raison que celle *re* à *fa*.

Si cette disposition des tons majeurs & mineurs étoit arbitraire, ils pourroient sans doute être arrangés de manière qu'il y eût moins d'intervalles altérés: il suffiroit pour cela de faire mineur le ton de *ut* à *re*, & majeur celui du *re* au *mi*: on pourroit aussi faire mineur le ton du *sol* au *la*, & majeur celui du *la* au *si*. Car on trouvera, énumération faite, qu'il n'y auroit plus, par ce moyen, qu'une seule tierce altérée; au lieu qu'il y en a trois dans l'autre disposition. De-là sont venues les disputes entre les musiciens sur la distribution des tons mineurs & majeurs, les uns

voulant, par exemple, que de l'*ut* au *re* il y eût un ton majeur, les autres voulant qu'il fût mineur. Mais la génération harmonique de l'échelle diatonique, développée par M. Rameau, ne permet pas cette disposition, mais uniquement la première : c'est celle qui est indiquée par la nature ; & , malgré ses imperfections que le tempérament corrige dans l'exécution, elle est préférable à la première des échelles grecques, fort défectueuse, en ce qu'elle ne comprenoit pas toute l'étendue de l'octave : elle vaut mieux aussi que la seconde, attribuée à Pythagore, *mi*, *fa*, *sol*, &c. parceque sa défiance est plus parfaite, & porte à l'oreille un repos qui n'est pas dans celle de Pythagore, à cause de sa chute sur la tonique, annoncée & précédée par la note *si*, tierce de la quinte *sol*, dont l'effet est si marqué pour toutes les oreilles musicales, qu'elle en a retenu le nom de *note sensible*.

On reconnoît dans la musique deux modes proprement dits, dont les caractères sont bien marqués aux oreilles douées de quelque sensibilité musicale : c'est ce qu'on appelle le *mode majeur* & le *mineur*. On est dans le mode majeur, quand, dans l'échelle diatonique, la tierce de la tonique est majeure : telle est la tierce de l'*ut* au *mi*. Ainsi la gamme, ou l'échelle diatonique ci-dessus, est dans le mode majeur.

Mais lorsque la tierce de la tonique est mineure, on est dans le mode mineur. Ce mode a son échelle, comme le majeur. Prenons *la* pour tonique ; l'échelle du mode mineur en montant est *la*, *si*, *ut*, *re*, *mi*, *fa*, *sol* ✕, *la*. Nous disons en montant, car c'est ici une singularité du mode mineur, que son échelle est différente en

A a iij

374 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

descendant qu'en montant. En effet, on doit dire en descendant, *la, sol, fa, mi, re, ut, si, la*. Si le ton étoit en *ut*, l'échelle montante seroit *ut, re, mi b, fa, sol, la b, si; ut*; & en descendant, *ut, si b, la b, sol, fa, mi b, re, ut*. Voilà pourquoi, dans les airs en mineur, sans que le ton ait changé, on rencontre si souvent des *diezes* ou des *bémols* accidentels, ou des *béquarres* qui détruisent bientôt leur effet, ou celui de ceux qui sont à la clef. C'est une de ces singularités dont l'oreille avoit fait sentir la nécessité aux musiciens, mais dont M. Rameau a le premier développé la cause, qui réside dans la marche de la basse fondamentale.

Ajouterons-nous à ces deux modes un troisième, proposé par M. de Blainville, sous le nom de *mode mixte*, & dont il enseigne la génération & les propriétés, dans son *Histoire de la Musique*? Son échelle est, *mi, fa, sol, la, si, ut, re, mi*. Je me borne à dire que je ne vois pas que les musiciens aient encore fait beaucoup d'accueil à ce mode nouveau, & j'avoue n'être pas assez versé en ces matières pour pouvoir dire s'ils ont tort ou raison.

Quoi qu'il en soit, le caractère du mode majeur est la gaieté & le brillant; le mineur a quelque chose de sombre & de triste, qui le rend particulièrement propre aux expressions de cette espèce.

La musique moderne a aussi ses genres, comme l'ancienne. Le diatonique est le plus commun, comme il est aussi celui qui est le plus clairement indiqué par la nature; mais les modernes ont aussi leur chromatique, & même, à certains égards, leur enharmonique, quoique dans des sens un peu

différents de ceux que les anciens attachoient à ces mots.

La modulation est chromatique , lorsque l'on passe plusieurs demi-tons de suite , comme si l'on disoit , *fa* , *mi* , *mi b* , *re* , ou *sol* , *fa* ✕ , *fa* , *mi* . Il est assez rare d'avoir ainsi plus de trois ou quatre demi-tons consécutifs . On trouve néanmoins , dans un air du second acte de la *Zingara* , ou la *Bohémienne* , intermede italien , une octave presque entiere de l'*ut* au *re* inférieur , toute en demi-tons ; ce qui fait dix demi-tons consécutifs . C'est le plus long passage chromatique que je connoisse .

M. Rameau trouve l'origine de cette progression dans la marche de la basse fondamentale , qui , au lieu d'aller de quinte en quinte , ce qui est son mouvement naturel , marche de tierce en tierce . Mais il faut remarquer ici que , dans l'exactitude , il ne doit y avoir dans le premier passage du *mi* au *mi b* qu'un demi-ton mineur , & un demi-ton majeur du *mi b* au *re* ; mais le tempérament & la constitution de la plupart des instrumens , en confondant le *re* ✕ avec le *mi b* , partagent également l'intervalle du *re* au *mi* , & l'oreille en est affectée parfaitement de même , surtout au moyen de l'accompagnement .

Il y a deux enharmoniques , l'un appelé *diatonique enharmonique* , l'autre *chromatique enharmonique* , mais très-rarement employés par les musiciens . Ce n'est pas qu'on y fasse usage des quarts de ton , comme dans l'enharmonique ancien ; mais ces genres ont reçu ces noms , parceque de la marche de la basse fondamentale résultent des sons qui , quoique pris les uns pour les autres , différent réellement entr'eux du quart de ton appelé par les anciens *enharmonique* , ou de 125

A a iv

376 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

à 128. Dans le diatonique enharmonique , la basse fondamentale marche alternativement par quinte & par tierce ; & dans le chromatique enharmonique , elle va alternativement par tierce majeure & mineure. Cette marche introduit , tant dans la mélodie que dans l'harmonie , des sons qui , n'étant point du ton principal ni de ses relatifs , portent l'étonnement à l'oreille , & l'affectent d'une manière dure & extraordinaire , mais propre à de certaines expressions violentes & terribles. C'est pour cela que M. Rameau avoit employé le diatonique enharmonique dans son trio des Parques de l'opéra d'*Hippolite & Aricie* ; & quoiqu'il ne l'ait pu faire exécuter , il n'en a pas moins resté persuadé qu'il eût produit un grand effet , s'il avoit trouvé des exécuteurs disposés à se prêter à ses idées ; en sorte qu'il l'a laissé subsister dans la partition imprimée. Il cite comme un morceau d'enharmonique , une scène de l'opéra italien de *Coriolano* , commençant par ces mots , *O iniqui Marmi !* qu'il dit admirable. On trouve enfin des échantillons de ce genre dans deux de ses pièces de claveffin , la *Triomphante* & l'*Enharmonique* , & il ne désespéroit pas de venir à bout d'employer même le chromatique enharmonique , du moins dans les symphonies. Pourquoi effectivement ne l'auroit-il pas fait , puisque Locatelli , dans ses premiers concertos , a employé ce genre , en laissant subsister les diesis & les bémols ; (distinguant , par exemple , le *re* * du *mi b* ?) C'est un morceau , dit un historien moderne de la musique , (M. de Blainville) vraiment infernal , & qui met l'ame dans une situation violente d'appréhension & d'effroi.

Nous ne pouvons mieux faire , pour terminer

cet article , que de donner quelques exemples de la musique de différentes nations. Nous avons fait graver , dans cette vue , divers airs grecs , chinois , turcs , persans , qui pourront servir à donner une idée de la modulation qui caractérise la musique de ces peuples différents.

Pl. 16.

ARTICLE IX.

Paradoxes Musicaux.

§. I.

On ne peut entonner juste ces sons , sol , ut , la , re , sol , sçavoir , de sol à ut en montant , de ut à la en redescendant de tierce mineure , puis montant de quarte à re , & descendant de re à sol , de quinte ; on ne peut , dis-je , entonner juste ces intervalles , & faire le second sol à l'unisson du premier.

EN effet , on trouve par le calcul que , le premier *sol* étant représenté par 1 , l'*ut* en montant de quarte sera $\frac{3}{4}$; conséquemment le *la* , en descendant de tierce mineure , sera $\frac{9}{10}$; donc le *re* au dessus sera $\frac{27}{40}$; enfin le *sol* , en descendant de quinte , sera $\frac{81}{80}$. Or le son représenté par $\frac{81}{80}$, est plus bas que celui représenté par 1 ; donc le dernier *sol* est plus bas que le premier.

D'où vient , dira-t-on , l'expérience est-elle cependant contraire à ce calcul ? Je réponds que cela vient uniquement de la réminiscence du premier ton *sol*. Mais si l'oreille n'étoit point affectée de ce ton , & que le chanteur fût uniquement attentif

378 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

à entonner juste les intervalles ci-dessus, il est évident qu'il finiroit par un *sol* plus bas. Aussi arrive-t-il bien fréquemment qu'une voix non-accompagnée, après avoir chanté un long air dans lequel on parcourt plusieurs tons, reste, en finissant, plus haut ou plus bas que le ton par lequel elle a commencé.

Cela vient de l'altération nécessaire de quelques intervalles dans l'échelle diatonique. Dans l'exemple précédent de *la* à *ut*, il n'y a qu'une tierce mineure dans le rapport de 27 à 32, & non de 5 à 6 : mais c'est cette dernière que l'on entonne, si l'on a la voix juste & exercée : on baisse conséquemment d'un comma plus qu'il ne faudroit : il n'est donc pas étonnant que le dernier *sol* soit aussi plus bas d'un comma que le premier.

§. II.

Dans un instrument à touches, comme dans un claveffin, il est impossible que les tierces & les quintes soient ensemble justes.

On le démontre aisément de cette manière. Soit cette suite de tons à la quinte les uns des autres en montant, *ut*, *sol*, *re*, *la*, *mi* ; en désignant *ut* par 1, *sol* sera $\frac{2}{3}$, *re* $\frac{4}{9}$, *la* $\frac{8}{27}$, *mi* $\frac{16}{81}$: ce *mi* devroit faire la tierce majeure avec la double octave de *ut* ou $\frac{1}{4}$, c'est-à-dire qu'ils devroient être dans le rapport de 1 à $\frac{4}{7}$, ou de 5 à 4, ou de 80 à 64 ; ce qui n'est pas, car $\frac{1}{4}$ & $\frac{16}{81}$ sont comme 81 à 64 : ainsi ce *mi* ne fait pas la tierce majeure avec la double octave d'*ut* ; ou, les abaissant l'un & l'autre de la double octave, *ut* & *mi* ne sont pas à la tierce, si *mi* est à la quinte juste de *la*.

Aussi, dans un instrument à touches, un clavier, par exemple, quelque bien accordé qu'il soit, tous les intervalles, aux octaves près, sont faux ou altérés. Cela suit nécessairement de la manière dont on accorde cet instrument; car, ayant mis tous les *ut* à l'octave les uns des autres, comme il convient, on met *sol* à la quinte d'*ut*, *re* à la quinte de *sol*, & on le rabaisse d'octave, parcequ'il l'excede; de-là on met *la* à la quinte du *re* ainsi abaissé, & *mi* à la quinte du *la*, & on rabaisse ce *mi* d'octave: en continuant ainsi de monter deux fois de quinte, ensuite de descendre d'octave, on trouve la suite des sons, *fi*, *fa* ✱, *ut* ✱, *sol* ✱, *re* ✱, *la* ✱, *mi* ✱, *fi* ✱. Or ce dernier *fi* ✱, qui devroit être tout au plus à l'unisson de l'*ut*, octave du premier, se trouve plus haut; car le calcul montre qu'il est exprimé par $\frac{262144}{131441}$, ce qui est moindre que $\frac{1}{2}$, valeur de l'octave d'*ut*: c'est-là ce qui nécessite ce qu'on nomme le *tempérament*, qui consiste à baisser toutes les quintes légèrement & également, enforte que ce dernier *fi* ✱, se trouve précisément à l'octave du premier *ut*: c'est du moins la pratique enseignée par Rameau, & c'est la plus fondée en raison. Mais, quelle que soit la méthode employée, elle consiste toujours à rejeter plus ou moins également cet excès du *fi* ✱ au dessus de l'*ut*, sur les notes de l'octave; ce qui ne peut se faire sans altérer plus ou moins les quintes, les tierces, &c.

Nous venons de voir le *fi* ✱, donné par la progression des quintes, plus haut que l'*ut*; mais si on emploie la progression suivante des tierces, *ut*, *mi*, *sol* ✱, *fi* ✱, ce *fi* ✱ sera fort différent du premier; car on trouve qu'il est exprimé par $\frac{64}{127}$, tandis que l'octave d'*ut* est $\frac{1}{2}$. Or $\frac{1}{2}$ est moindre

380 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

que $\frac{64}{125}$; ainsi ce *si* ✕ est au dessous de l'*ut* exprimé par $\frac{1}{2}$, & l'intervalle de ces deux sons est exprimé par le rapport de 128 à 125 , ce qui est le quart de ton enharmonique.

§. III.

Une note inférieure , par exemple re , affectée du dièse , n'est pas la même chose que la note supérieure mi , affectée du bémol ; & ainsi des autres notes distantes d'un ton entier.

Les dièses sont ordinairement donnés par le mode majeur , & même par le mineur , pour que la sous-tonique ne soit éloignée de la tonique que d'un demi-ton majeur , comme dans le ton d'*ut* , le *si* l'est de l'*ut* : donc , du *re* au *mi* y ayant un ton mineur , qui est composé d'un demi-ton majeur & d'un mineur , si l'on ôte un demi-ton majeur dont le *re* ✕ doit être au dessous du *mi* , le restant fera un demi-ton mineur dont ce même *re* ✕ fera au dessus du *re*.

S'il étoit question de deux notes dont la distance fût d'un ton majeur , le dièse élèveroit la note inférieure d'un intervalle égal à un demi-ton mineur , plus un comma de 80 à 81 , qui est un demi-ton moyen entre le majeur & le mineur.

Le dièse n'élève donc la note que d'un demi-ton mineur ou moyen.

Les bémols sont ordinairement introduits dans la modulation par le mode mineur , lorsqu'on est obligé d'abaisser la note de la tierce , de manière qu'elle fasse avec la tonique une tierce mineure : ainsi le *mi* bémol doit faire avec *ut* une tierce mineure : donc , de la tierce majeure *ut mi* , qui

est $\frac{4}{7}$, étant la tierce mineure qui est $\frac{1}{6}$, le restant $\frac{34}{21}$ est ce dont le bémol abaisse le *mi* au dessous du ton naturel ; conséquemment le *mi* bémol est plus haut que le *re* dièse.

Dans la pratique néanmoins on prend l'un pour l'autre, sur-tout dans les instruments à touches : le bémol y est abaissé, & le dièse insensiblement haussé, de manière qu'ils coïncident l'un avec l'autre ; & je ne crois pas que la pratique gagnât grand'chose à en faire la distinction, quand elle n'entraîneroit pas beaucoup d'inconvénients.

ARTICLE X.

Quelle est la cause du plaisir musical ? Des effets de la musique sur les hommes & sur les animaux.

ON demande communément pourquoi l'on goûte du plaisir à entendre deux sons qui forment ensemble la quinte, la tierce ; & pourquoi au contraire l'oreille éprouve un sentiment désagréable en entendant deux sons qui ne sont qu'à un ton ou un demi-ton l'un de l'autre ? Cette question n'est pas aisée à résoudre. Voici néanmoins ce qu'on a dit ou qu'on peut dire de plus probable.

Le plaisir, dira-t-on, consiste dans la perception des rapports : c'est ce qu'on prouve par divers exemples tirés des arts. Ainsi le plaisir de la musique consiste dans la perception des rapports des sons. Ces rapports sont-ils assez simples pour que l'ame

382 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

puisse les saisir & en appercevoir l'ordre ? Les sons plairont étant entendus ensemble ; ils déplairont au contraire , si leurs rapports sont trop composés , ou n'ont absolument aucun ordre.

L'énumération des consonnances & des dissonnances connues , confirme assez bien ce raisonnement. Dans l'unisson , les vibrations de deux sons coïncidant sans cesse ensemble dans leur durée , voilà le rapport le plus simple : aussi l'unisson est-il la première des consonnances. Dans l'octave , les deux sons qui la forment font leurs vibrations de manière que deux de l'un s'achevent en même temps qu'une de l'autre : ainsi l'octave succède à l'unisson. Elle est si naturelle à l'homme , que celui qui ne peut , par le défaut de sa voix , atteindre à un son trop grave ou trop aigu , entonne tout naturellement l'octave ou la double octave au dessus ou au dessous.

Maintenant , que les vibrations de deux sons se fassent en sorte que trois de l'un répondent à une de l'autre , vous aurez le rapport le plus simple après ceux ci-dessus. Qui ne sçait aussi que , de tous les accords , le plus flatteur à l'oreille est celui de la douzième ou de l'octave de la quinte ? Il surpasse en agrément la quinte même , dont le rapport , un peu plus composé , est celui de 2 à 3.

Après la quinte , vient la double octave de la tierce , ou la dix-septième majeure , qui est exprimée par le rapport de 1 à 3. Cet accord est aussi , après celui de la douzième , le plus agréable ; & si on l'abaisse de la double octave pour avoir la tierce même , il sera encore consonnance , le rapport de 4 à 5 , qui l'exprime alors , étant assez simple.

Enfin la quarte exprimée par $\frac{1}{4}$, la tierce mi-

neure exprimée par $\frac{1}{6}$, les fixtes, tant majeures que mineures, exprimées par $\frac{1}{8}$ & $\frac{3}{8}$, sont des consonnances par la même raison.

Mais, passé ces rapports, tous les autres sont trop composés pour que l'ame puisse, ce semble, en appercevoir l'ordre : tels sont l'intervalle du ton, tant majeur que mineur, exprimé par $\frac{8}{9}$ ou $\frac{9}{10}$, à plus forte raison celui du demi-ton, tant majeur que mineur, exprimé par $\frac{15}{16}$ ou $\frac{24}{25}$: tels sont encore les accords de tierce & de quinte, pour peu qu'ils soient altérés ; car la tierce majeure, par exemple, haussée d'un comma, est exprimée par $\frac{27}{32}$, & la quinte, diminuée de la même quantité, a pour expression $\frac{27}{40}$: le triton enfin, comme d'*ut* à *fa* ✕, est une des plus désagréables dissonnances ; aussi est-il exprimé par $\frac{19}{27}$.

Voici pourtant une objection très-forte contre ce raisonnement. Comment, dira-t-on, le plaisir des accords peut-il consister dans la perception des rapports, tandis que le plus souvent l'ame ignore qu'il existe de pareils rapports entre les sons ? L'homme le plus ignorant n'est pas moins flatté d'un concert harmonieux, que celui qui a calculé tous les rapports des parties. Tout ce qu'on a dit ci-dessus ne seroit-il pas plus ingénieux que solide ?

Nous ne saurions dissimuler que nous sommes portés à le penser ; & il nous semble que la célèbre expérience de la résonnance du corps sonore, fournit une raison plus plausible du plaisir des accords : car, puisque tout son dégénere en simple bruit, lorsqu'il n'est pas accompagné de sa douzième & de sa dix-septième majeure, indépendamment de ses octaves, n'est-il pas évident que, toutes les fois qu'on joint à un son sa douzième

384 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

ou la dix-septieme majeure , ou toutes deux ensemble , on ne fait qu'imiter le procédé de la nature , en donnant à ce son , d'une maniere plus développée & plus sensible , l'accompagnement qu'elle lui donne elle-même , & qui ne sçauroit manquer de lui plaire , par l'habitude que l'organe a contractée de les entendre ensemble ? Cela est si vrai , qu'il n'y a que deux accords primitifs , la douzieme & la dix-septieme majeures , & que tous les autres , comme la quinte , la tierce majeure , la quarte , la fixte , en tirent leur origine. On sçait aussi que ces deux accords primitifs sont les plus parfaits de tous , & que c'est l'accompagnement le plus gracieux qu'on puisse donner à un son , quoique , pour la facilité de l'exécution , dans le claveffin par exemple , on leur substitue la tierce majeure & la quinte elle-même , qui , avec l'octave , forment ce qu'on nomme l'*accord parfait* ; mais il n'est parfait que par représentation , & le plus parfait de tous seroit celui qui au son fondamental & à ses octaves joindroit la douzieme & la dix-septieme majeures : aussi Rameau l'a-t-il pratiqué , quand il l'a pu , dans ses chœurs , entr'autres dans un de *Pygmalion*. Nous pourrions étendre davantage cette idée , mais ce que nous avons dit suffira pour tout lecteur intelligent.

On raconte des choses fort extraordinaires de l'effet de la musique ancienne. C'est ici le lieu de les faire connoître , à cause de leur singularité. Nous les discuterons ensuite , & nous montrerons que la musique moderne peut aller , à cet égard , de pair avec l'ancienne.

On dit donc qu'Agamemnon partant pour la guerre de Troye , & voulant conserver sa femme dans la continence , lui laissa un musicien Dorien ,
qui

ACOUSTIQUE ET MUSIQUE. 385

qui, pendant assez long-temps, par l'effet de ses airs, rendit vaines les entreprises d'Egiste pour s'en faire aimer ; mais ce prince s'étant aperçu de la cause de cette résistance, fit tuer le musicien, après quoi il n'eut guere de peine à triompher de Clytemnestre.

On raconte que, dans un temps postérieur, Pythagore composoit des chants ou airs pour guérir les passions violentes, & ramener les hommes à la vertu & à la modération : ainsi, tandis qu'un médecin prescrivait une potion pour la guérison corporelle d'un malade, un bon musicien pourroit prescrire un air pour déraciner une passion vicieuse.

Qui ne connoît enfin l'histoire de Timothée, le surintendant de la musique d'Alexandre ? Un jour que ce prince étoit à table, Timothée joua un air dans le mode phrygien, qui fit une telle impression sur lui, que, déjà échauffé par le vin, il courut à ses armes, & alloit charger les convives, si Timothée n'eût prudemment passé aussi-tôt dans le mode sous-phrygien. Ce mode calma la fureur de l'impétueux monarque, qui revint prendre place à table. C'est ce Timothée qui essuya à Sparte l'humiliation de voir en public retrancher quatre des cordes qu'il avoit ajoutées à sa lyre. Le sévère Spartiate pensa que cette innovation tendoit à amollir les mœurs, en introduisant une musique plus étendue & plus figurée. Cela prouve du moins que les Grecs étoient dans la persuasion que la musique avoit sur les mœurs une influence particulière, & que le gouvernement devoit y avoir l'œil.

Eh ! qui peut douter que la musique ne soit capable de produire cet effet ? Qu'on s'interroge

Tome II.

B b

soi-même , & qu'on consulte ses dispositions lorsqu'on a entendu un air grave & majestueux , un air guerrier , ou bien un air tendre joué ou chanté avec sentiment ; qui ne sent qu'autant les premiers semblent élever l'ame , autant le dernier tend à l'amollir & à la disposer à la volupté ? Combien de Clytemnestres ont cédé plus encore au musicien qu'à l'amant ! Divers traits de la musique moderne la mettent , à cet égard , en parallèle avec l'ancienne.

En effet la musique moderne a eu aussi son Timothée , qui excitoit & calmoit à son gré les mouvements les plus impétueux. On raconte de Claudin le jeune , célèbre musicien du temps de Henri III , (*voyez* le Journal de Sancy) que ce prince donnant un concert pour les noces du duc de Joyeuse , Claudin fit exécuter certains airs , qui affectèrent tellement un jeune seigneur , qu'il mit l'épée à la main , provoquant tout le monde au combat ; mais , aussi prudent que Timothée , Claudin fit passer sur le champ à un air , apparemment sous-phrygien , qui calma le jeune homme emporté.

Que dirons-nous de Stradella , des assassins duquel la musique de ce fameux compositeur fit tomber une fois le poignard ? Stradella avoit enlevé à un Vénitien sa maîtresse , & s'étoit sauvé à Rome : le Vénitien gagea trois scélérats pour l'aller assassiner ; mais , heureusement pour Stradella , ils avoient l'oreille sensible à la musique. Guétant donc le moment de faire leur coup , ils entrèrent à Saint-Jean de Latran , où l'on exécutoit un *Oratorio* de celui qu'ils devoient tuer : ils en furent si affectés , qu'ils renoncèrent à leur projet , & allèrent même trouver le musicien , à qui ils firent part du danger qu'il couroit. Il est vrai que Stra-

della n'en fut pas toujours quitte à aussi bon marché : d'autres scélérats, gagés par le Vénitien, & qui apparemment n'avoient point d'oreille, le poignarderent peu de temps après à Genes. Cela s'est passé vers 1670.

Il n'est personne qui ignore l'histoire de la tarentule. Le remède à la morsure de cet insecte est la musique. Ce fait, au reste, qui a passé autrefois pour certain, est aujourd'hui contesté. Quoi qu'il en soit, le bon pere Schott nous a transmis dans sa *Musurgia curiosa*, l'air de la tarentule, qui m'a paru assez plat, ainsi que celui qu'il donne comme employé par les pêcheurs Siciliens pour attirer les thons dans leurs filets. Il est vrai que les poissons ne sont probablement pas grands connoisseurs en musique.

On raconte divers traits de personnes à qui la musique a conservé la vie, en opérant une sorte de révolution dans leur constitution. J'ai connu une femme qui, attaquée depuis plusieurs mois de vapeurs, & opiniâtrément renfermée chez elle, avoit résolu de s'y laisser mourir. On la déterminâ, non sans grande peine, à voir une représentation de la *Serva Padrona* : elle en sortit presque guérie, & abjurant ses noirs projets : quelques représentations de plus la guérèrent entièrement.

Il y a en Suisse un air célèbre, appelé le *ranz des vaches*, qui faisoit sur les Suisses engagés au service de France un effet si extraordinaire, qu'ils ne manquoient pas de tomber dans une mélancolie mortelle quand ils l'avoient entendu : aussi Louis XIV avoit-il défendu, sous des peines très-graves, de le jouer en France. J'ai ouï parler d'un air écossois, aussi d'angereux pour ceux de cette nation.

B b ij

388 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

La plupart des animaux, jusqu'aux insectes, ne sont pas insensibles au plaisir de la musique. Il n'est peut-être aucun musicien à qui il ne soit arrivé de voir des araignées descendre le long de leurs fils pour s'approcher de l'instrument ; car j'ai eu plusieurs fois cette satisfaction. J'ai vu un chien qui, à un adagio d'une sonate de Sennaliez, ne manquoit jamais de donner des marques d'une attention & d'un sentiment particulier, qu'il témoignoit par des hurlements.

- Croirons-nous néanmoins le fait rapporté par Bonnet, dans son *Histoire de la Musique* ? Il raconte qu'un officier ayant été mis à la Bastille, obtint la permission d'y avoir un luth, dont il touchoit très-bien. Il n'en eut pas fait usage pendant quatre jours, que les souris sortant de leurs trous, & les araignées descendant du plancher par leurs fils, vinrent participer à ses concerts. Son aversion pour ces animaux lui rendit d'abord cette visite fort déplaisante, & lui fit suspendre cet exercice ; mais ensuite il s'y accoutuma tellement, qu'il s'en fit une sorte d'amusement.

- Le même auteur raconte avoir vu en 1688, dans une maison de plaisance de milord Portland, en Hollande, où il étoit en ambassade, une écurie où il y avoit une tribune, qu'on lui dit servir à donner une fois la semaine un concert aux chevaux ; & on lui ajouta qu'ils y paroïssent fort sensibles. C'est pousser, il faut en convenir, bien loin l'attention pour les chevaux. Peut-être, & cela est plus probable, voulut-on s'amuser aux dépens de M. Bonnet.



ARTICLE XI.

Des propriétés de quelques instruments , & sur-tout des instruments à vent.

I. **O**N sçait , à n'en pouvoir douter , comment un instrument à cordes rend ses sons : mais on a été long-temps dans l'erreur à l'égard des instruments à vent , par exemple d'une flûte ; car on en attribuoit le son aux surfaces intérieures du tuyau. Le célèbre M. Euler a dissipé le premier cette erreur. De ses recherches sur ce sujet il résulte ,

1° Que le son produit par une flûte , n'est autre que celui du cylindre d'air qui y est contenu ;

2° Que le poids de l'atmosphère qui le comprime , fait ici l'office de poids tendant ;

3° Enfin , que le son de ce cylindre d'air est parfaitement le même que celui d'une corde de même masse & même longueur , qui seroit tendue par un poids égal à celui qui presse la base de ce cylindre.

L'expérience & le calcul confirment cette vérité. M. Euler trouve en effet qu'un cylindre d'air de 7 pieds & demi du Rhin , dans un temps où le baromètre est à sa moyenne hauteur , doit donner le C ou le C-sol-ut : telle est aussi , à peu de chose près , la longueur du tuyau d'orgue ouvert qui rend ce son. Si on lui donne ordinairement 8 pieds , c'est qu'effectivement il faut cette lon-

B b iij

390 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

gueur dans les temps où le poids de l'atmosphère est le plus grand.

Car, puisque le poids de l'atmosphère fait, à l'égard du cylindre d'air résonnant, l'effet du poids qui tend une corde; plus ce poids sera considérable, plus le son sera élevé: aussi remarque-t-on que, dans les temps sereins & chauds, les instruments à vent haussent de ton, &, tout au contraire, baissent dans les temps froids & orageux. Ces mêmes instruments haussent à mesure qu'ils s'échauffent, parceque le cylindre d'air échauffé, diminuant de masse, & le poids de l'atmosphère restant le même, c'est tout comme si une corde, devenant plus mince, restoit chargée du même poids. Tout le monde sçait qu'elle donneroit un ton plus haut.

Or, comme les instruments à cordes doivent baisser, parceque le ressort des cordes diminue peu à peu, il suit de-là que des instruments à vent, & d'autres à cordes, quelque bien accordés qu'ils aient été ensemble, ne tardent pas à être discords: de-là vient que les Italiens n'admettent guere les premiers dans leurs orchestres.

II. On remarque dans les instruments à vent, comme dans les flûtes & les cors de chasse, un phénomène particulier: dans une flûte, par exemple, tous les trous étant bouchés, & inspirant foiblement dans l'embouchure, vous tirez un ton; soufflez un peu plus fort, vous passez d'un faut à l'octave; de-là un souffle successivement plus fort, donnera la douzième ou quinte au dessus de l'octave, puis la double octave, la dix-septième majeure.

La cause de cet effet est la division du cylindre

d'air renfermé dans l'instrument : quand on inspire foiblement , il résonne dans sa totalité , il donne le ton le plus bas : si , par une inspiration plus forte , vous tendez à lui faire faire des vibrations plus promptes , il se divise en deux , qui font leurs vibrations séparées , & conséquemment doivent donner l'octave : un souffle plus fort encore le fait diviser en trois , ce qui doit donner la douzième , &c , &c.

III. Il nous reste à parler de la trompette marine. Cet instrument n'est qu'un monochorde , dont la tablature est fort singulière , & qu'on touche avec un archet , en appuyant légèrement le doigt sur les divisions indiquées par les divers tons : mais , au lieu que dans les instruments à cordes ordinaires , le ton baisse à mesure que la partie de la corde touchée ou pincée s'allonge , ici c'est le contraire ; la moitié de la corde , par exemple , donnant *ut* , les deux tiers donnent le *sol* au dessus ; les trois quarts donnent l'octave.

M. Sauveur a le premier rendu raison de cette singularité , & l'a démontrée à la vue. Il a fait voir que , lorsque la corde est divisée par l'obstacle léger du doigt , en deux parties qui sont l'une à l'autre comme 1 à 2 , quelle que soit la partie que l'on touche , la plus grande se divise aussi-tôt en deux parties égales , qui conséquemment font leurs vibrations dans le même temps , & donnent le même son que la plus petite. Or la plus petite étant le tiers de la toute , & les deux tiers de la moitié , elle doit donc donner la quinte ou *sol* , quand cette moitié donne *ut*. De même les trois quarts de la corde se divisent en trois portions égales au quart restant ; & comme

B b iv

elles font leurs vibrations à part , elles doivent donner le même son , qui ne peut être que l'octave de la moitié. Il en est de même des autres sons de la trompette marine , qu'on expliquera aisément d'après ce principe.

ARTICLE XII.

Du son fixe : maniere de le transmettre & de le conserver.

AVANT qu'on connût les effets de la température de l'air sur le son , & sur les instrumens avec lesquels on le produit , ceci n'auroit pas même formé une question , sinon peut-être pour quelques personnes douées d'une oreille extrêmement fine & délicate , & dans lesquelles la réminiscence d'un ton est parfaite : pour toute autre , il ne seroit guere douteux qu'une flûte à laquelle on n'auroit point touché , donneroit toujours le même ton. Elle seroit cependant dans l'erreur ; & si l'on demandoit le moyen de transmettre à Saint-Domingue , par exemple , ou à Quito , ou seulement à notre postérité , le ton précis de notre opéra , le problème seroit plus difficile à résoudre qu'il ne paroît d'abord.

Je vais néanmoins , malgré ce qu'on dit communément à cet égard , commencer ici par une sorte de paradoxe. Je lis par-tout que le degré du ton varie à raison de la pesanteur de l'atmosphère , ou de la hauteur du barometre. C'est ce que je ne peux admettre , & je crois pouvoir démontrer le contraire.

Il est démontré par les formules de M. Euler, & personne ne doute de leur vérité, que si G exprime le poids comprimant la colonne d'air d'une flûte, L sa longueur, P sa pesanteur; le nombre des vibrations qu'elle fera sera proportionnel à cette expression $\sqrt{\frac{G}{PL}}$, c'est-à-dire en raison composée de la directe de la racine quarrée de G , ou le poids comprimant, & de l'inverse du produit de la longueur par le poids. Supposons donc invariable la longueur de la colonne d'air mise en vibration, & que la pesanteur seule de l'atmosphère, ou G , soit changeante, ainsi que le poids de la colonne vibrante; on aura le nombre des vibrations proportionnel à l'expression $\sqrt{\frac{G}{P}}$. Or la densité d'une couche quelconque d'air, étant proportionnelle à tout le poids de la partie de l'atmosphère qui lui est supérieure, il suit de-là que P , qui est sous la même longueur, comme la densité, il suit, dis-je, que P est comme G : ainsi la fraction $\frac{G}{P}$ est constamment la même, quand la différence de chaleur n'altère point la densité. La racine quarrée de $\frac{G}{P}$ est donc aussi toujours la même; & conséquemment le nombre des vibrations, ainsi que le ton, ne varie point, à quelque hauteur de l'atmosphère qu'on soit situé, ou quelle que soit la pesanteur de l'air, pourvu que sa température n'ait point varié.

Voilà, ce me semble, un raisonnement auquel il est impossible de repliquer; & si l'on a, jusqu'à ce moment, fait entrer la pesanteur de l'air dans les causes qui altèrent le ton d'un instrument à

394 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

vent , c'est que l'on a implicitement regardé comme invariable la pesanteur de la colonne d'air mise en vibration. Cependant il est évident que , sous même température , elle doit être plus ou moins dense , à proportion de la plus ou moins grande pesanteur de l'atmosphère , puisqu'elle communique avec la couche d'air environnante , dont la densité est proportionnelle à cette pesanteur. Or la pesanteur est proportionnelle sous même volume à la densité : donc , &c.

Il ne reste donc que la variation de la température de l'air à considérer , & c'est l'unique cause qui puisse faire varier le ton d'un instrument à vent. Mais on parviendrait de la manière suivante à rendre le ton fixe , quel que fût le degré de chaleur ou de froid.

Ayez pour cet effet un instrument , tel qu'une flûte traversière , dont le cylindre d'air peut être allongé ou raccourci par l'insertion plus ou moins profonde d'un corps dans l'autre ; ayez-en une autre qui doit rester invariable , & que vous conserverez dans la même température , par exemple celle de 10 degrés au dessus de zéro du thermomètre de Réaumur. La première flûte étant au même degré de température , vous les mettez l'une & l'autre parfaitement à l'unisson. Echauffez ensuite la première jusqu'au 30^e degré du thermomètre , ce qui imprimera nécessairement au cylindre d'air contenu le même degré de chaleur , & allongez-la de la quantité nécessaire pour rétablir parfaitement l'unisson : il est évident que si l'on divisoit cet allongement en vingt parties , chacune d'elles représenteroit la quantité dont la flûte devoit être allongée pour chaque degré du thermomètre de Réaumur.

Mais il est aisé de sentir que la quantité de cet allongement, qui seroit tout au plus de quelques lignes, ne seroit guere divisible en tant de parties ; c'est pourquoi il faudroit qu'il se fît par un mouvement de vis, c'est-à-dire qu'un des corps de l'instrument entrât dans l'autre par un pareil mouvement ; car alors il sera aisé de faire que cet allongement réponde à une révolution entiere, qu'il sera facile de diviser en un grand nombre de parties égales. Il suffit d'indiquer ce mécanisme pour le sentir.

On pourroit par ce moyen monter, si l'on vouloit, l'opéra de Lima, où la chaleur atteint fréquemment le 35^e degré, au même ton précisément que celui de Paris. Mais en voilà assez sur un sujet dont l'utilité ne vaudroit pas, il faut l'avouer, la peine que l'on prendroit pour atteindre à un pareil degré de précision.

ARTICLE XIII.

Application singuliere de la musique à une question de mécanique.

CETTE question a été anciennement proposée par Borelli, & quoique nous ne croyons pas qu'elle puisse être aujourd'hui la matiere d'une controverse, elle ne laisse pas d'avoir en quelque sorte partagé des mécaniciens peu attentifs.

Attachez le bout d'une corde à un arrêt fixe, & après l'avoir fait passer sur une espece de chevalet, suspendez-y un poids, par exemple de 10 livres,

396 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Maintenant, au lieu de l'arrêt fixe qui maintenoit la corde contre l'action du poids, substituez-lui un poids égal au premier. On demande si, dans les deux cas, la corde est également tendue.

Je ne crois pas qu'aucun mécanicien instruit doute que, dans l'un & l'autre cas, la tension ne soit la même. Cela suit nécessairement du principe de l'égalité entre l'action & la réaction. D'après ce principe, l'arrêt immobile, opposé dans le premier cas au poids appendu à l'autre extrémité de la corde, ne lui oppose ni plus ni moins de résistance que ce poids lui-même exerce d'action: donc, en substituant à cet arrêt fixe un poids égal au premier pour le contrebalancer, tout reste égal quant à la tension qu'éprouvent les parties de la corde, & qui tend à les séparer.

Mais la musique fournit un moyen de prouver cette vérité à la raison par le sens de l'ouïe; car, puisque la tension restant la même, le ton reste le même, il n'y a qu'à prendre deux cordes de même métal & même calibre, en attacher une par un bout à un arrêt fixe, la faire passer sur un chevalet qui en retranche, depuis cet arrêt fixe, une longueur déterminée, par exemple d'un pied; enfin suspendre à son bout un poids donné, par exemple de 10 livres; puis, ayant éloigné deux chevalets de la distance d'un pied, attacher à chacune des deux extrémités de la seconde corde un poids de 10 livres: si les tons sont les mêmes, on en conclura que la tension est la même. Nous ne savons si cette expérience a jamais été faite, mais nous osons répondre qu'elle décidera pour l'égalité de la tension.

Cette application ingénieuse de la musique à

la mécanique, est de M. Diderot , qui l'a proposée dans ses *Mémoires sur différents sujets de Mathématique & de Physique* ; in-8°, Paris 1748.

ARTICLE XIV.

Quelques considérations singulieres sur les dieses & les bémols , ainsi que sur leur progression dans leurs différents tons.

POUR peu que l'on soit instruit dans la musique , on sçait que , suivant les différents tons dans lesquels on module , il faut un certain nombre de *dieses* ou de *bémols* , parceque dans le mode majeur , l'échelle diatonique , de quelque ton que l'on commence , doit être semblable à celle d'*ut* , qui est la plus simple de toutes , n'y ayant ni *diese* ni *bémol*. Ces *dieses* ou *bémol* ont une marche singuliere , qui mérite d'être observée , & qui est même susceptible d'une sorte d'analyse , & de calcul , pour ainsi dire , algébrique.

Pour en donner une idée , nous remarquerons d'abord qu'un *bémol* peut & doit être considéré comme un *diese* négatif , puisque son effet est de baïsser la note d'un demi-ton , au lieu que le *diese* sert à l'élever de cette même quantité. Cette seule considération peut servir à déterminer tous les *dieses* & *bémols* des différents tons.

Il est facile de voir que , lorsqu'une mélodie en *ut* majeur est montée de quinte , ou mise sur le ton de *sol* , il faut un *diese* sur le *fa*. On peut donc conclure de-là que cette modulation , baïssée de quinte ou mise en *fa* , exigera un *bémol*. Il en faut en effet un sur le *fi*.

398 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

De-là suit encore cette conséquence ; c'est que, si on monte encore cet air d'une quinte, c'est-à-dire en *re*, il faudra un *diese* de plus : c'est pourquoi il en faudra deux. Or monter de deux quintes, & baisser ensuite d'une octave, pour se rapprocher du ton primitif, c'est s'élever seulement d'un ton ; ainsi, pour monter l'air d'un ton, il faut y ajouter deux *dieses*. En effet le ton de *re* exige deux *dieses* ; donc, par la même raison, le ton de *mi* en exige quatre.

Continuons. Le ton de *fa* exige un *bémol*, celui de *mi* demande quatre *dieses* ; donc, lorsqu'on élève l'air d'un demi-ton, il faut lui ajouter cinq *bémols*, car le *bémol* étant un *diese* négatif, il est évident qu'il faut ajouter aux quatre *dieses* de *mi* un tel nombre de *bémols*, qu'il efface ces quatre *dieses*, & qu'il reste encore un *bémol*, ce qui ne peut se faire que par cinq *bémols* ; car il faut, en langage analytique, $-5x$ pour que, ajoutées à $4x$, il reste $-x$.

Par la même raison, si l'on baisse la modulation d'un demi-ton, il faut y ajouter cinq *dieses* : ainsi le ton d'*ut* n'ayant ni *dieses* ni *bémols*, on trouve pour celui de *si* cinq *dieses* ; ce qui est en effet. Baissons encore d'un ton pour être en *la* ; il faut ajouter deux *bémols*, comme lorsqu'on monte d'un ton, il faut ajouter deux *dieses*. Or cinq *dieses* plus deux *bémols*, sont la même chose que cinq *dieses* moins deux *dieses*, ou trois *dieses* : ainsi nous trouvons encore par cette voie, que le ton de *la* exige trois *dieses*.

Mais, avant que d'aller plus loin, il est nécessaire d'observer que tous les tons chromatiques, c'est-à-dire insérés entre ceux de l'échelle diatonique naturelle, peuvent être considérés comme

dieses ou *bémols* ; car il est évident que *ut* ✱ ou *re b* sont la même chose. Or il se trouve ici une chose fort singulière ; c'est que , suivant la manière dont on considère cette note , ou comme l'inférieure affectée du *diese* , ou la supérieure affectée du *bémol* , le nombre des *dieses* qu'exigeroit le ton de la première , par exemple *ut* ✱ , & celui des *bémols* que demanderoit le ton de la seconde , par exemple *re b* , sont toujours 12 ; ce qui vient évidemment de la division de l'octave en 12 demi-tons : ainsi *re b* demandant , comme on l'a vu plus haut , cinq *bémols* , si , au lieu de ce ton , on le regardoit comme *ut* ✱ , il faudroit sept *dieses* ; mais , pour la facilité de l'exécution , il vaut mieux , dans ce cas , regarder ce ton comme *re b* que comme *ut* ✱.

On doit faire ce changement toutes les fois que le nombre des *dieses* excède six ; en sorte , par exemple , que , comme on trouveroit dans le ton de *la* ✱ dix *dieses* , il faut le nommer *si b* , & l'on aura deux *bémols* pour ce ton ; parceque deux *bémols* sont le complément de dix *dieses*.

Si , au contraire , en suivant la progression de demi-tons en descendant , on trouvoit un plus grand nombre de *dieses* que 12 , il faudroit en rejeter 12 , & le restant seroit celui du ton proposé : par exemple , *ut* n'ayant point de *diese* ni de *bémol* , on a cinq *dieses* pour le semi-ton inférieur *si* ; dix *dieses* pour le semi-ton au dessous , *la* ✱ ; quinze *dieses* pour le semi-ton encore inférieur , *la* : retranchant donc douze *dieses* , il en restera trois , qui sont en effet le nombre des *dieses* nécessaires dans le ton d'*A-mi-la*.

Le ton de *sol* ✱ devra en avoir 8 ou 4 *bémols* , en l'appellant *la b*.

400 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Le ton de *sol* aura 13 *dieses*, dont ôtant 12, reste un seul *diese*, comme tout le monde sçait.

Le ton de *fa* ✕ aura donc 6 *dieses*, ou 6 *bémols* en l'appellant *sol b*.

Le ton de *fa* devra avoir 6 *bémols* plus 5 *dieses*, c'est-à-dire 1 *diese*, les 5 *dieses* détruisant autant de *bémols*.

Celui de *mi* aura un *bémol* plus 5 *dieses*, c'est-à-dire 4 *dieses*, le *bémol* détruisant un des cinq.

Celui de *re* ✕ aura 9 *dieses*, ou 3 *bémols* étant considéré comme *mi b*.

Celui de *re* aura 14 *dieses*, c'est-à-dire 2 en en rejetant 12, ou 3 *bémols* plus 5 *dieses*, qui se réduisent à 2 *dieses*.

Celui de *ut* ✕ aura 7 *dieses*, ou 5 *bémols* si nous l'appellons *re b*.

Enfin le temps d'*ut* naturel aura 12 *dieses*, c'est-à-dire point, ou 5 *bémols* plus 5 *dieses*, qui s'annéantissent aussi mutuellement.

On trouveroit précisément les mêmes résultats, en allant en montant depuis *ut* de demi-ton en demi-ton, & en ajoutant pour chacun 5 *bémols*, avec l'attention d'en retrancher 12 quand ils excéderaient. Notre lecteur peut s'amuser à en faire le calcul.

On peut même, en calculant le nombre des demi-tons, soit en montant, soit en descendant, trouver tout de suite celui des *dieses* ou *bémols* d'un ton donné.

Soit pris, par exemple, celui de *fa* ✕; il y a 6 demi-tons depuis *ut* en montant; donc six fois 5 *bémols* font 30 *bémols*, dont ôtant 24, multiple de 12, il en reste 6: ainsi *sol b* aura 6 *bémols*.

Le même *fa* ✕ est de 6 tons au dessous de *ut*; donc il doit avoir six fois 5 ou 30 *dieses*, dont
ôtant

ACOUSTIQUE ET MUSIQUE. 401

Étant 24, il reste 6 *dieses*, ainsi que nous l'avons trouvé par une autre voie.

Le ton de *sol* est éloigné de 5 demi-tons au dessous de *ut*; donc il doit avoir cinq fois 5 ou 25 *dieses*, dont étant 24, il reste un seul *diese*.

Le même ton est de 7 demi-tons plus haut que *ut*; il doit donc avoir sept fois 5 ou 35 *bémols*; dont étant 24, restent 11 *bémols*, c'est-à-dire un *diese*.

Cette progression nous a paru assez curieuse pour être remarquée ici; mais, pour la présenter sous un coup d'œil plus clair & plus favorable, nous allons en former une table qui sera du moins utile pour ceux qui commencent à toucher du claveffin. Pour cet effet, à chaque ton chromatique, nous le présenterons soit comme diésé, soit comme bémolisé; & à gauche du premier nous marquerons ses *dieses* nécessaires, comme les *bémols* à droite du second. Ainsi

0 <i>diese</i>	<i>ut</i> *	. . .	0 <i>bémol</i> .
7 <i>dieses</i> .	<i>ut</i> ✕	ou	<i>re b</i> *	. . . 5 <i>bémols</i> .
2 <i>dieses</i>	<i>re</i> *		
9 <i>dieses</i> .	<i>re</i> ✕	ou	<i>mi b</i> *	. . . 3 <i>bémols</i> .
4 <i>dieses</i>	<i>mi</i> *		
11 <i>dieses</i>	<i>fa</i> *	. . .	1 <i>bémol</i> .
6 <i>dieses</i> .	<i>fa</i> ✕	ou	<i>sol b</i> *	. . . 6 <i>bémols</i> .
1 <i>diese</i>	<i>sol</i> *		
8 <i>dieses</i> .	<i>sol</i> ✕	ou	<i>la b</i> *	. . . 4 <i>bémols</i> .
3 <i>dieses</i>	<i>la</i> *		
10 <i>dieses</i> .	<i>la</i> ✕	ou	<i>si b</i> *	. . . 2 <i>bémols</i> .
5 <i>dieses</i>	<i>si</i> *		
0 <i>diese</i>	<i>ut</i> *	. . .	0 <i>bémol</i> .

Tome II,

C c

402 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

Parmi ces tons, nous avons marqué d'un * ceux qu'il est d'usage d'employer ; car il est aisé de sentir qu'en employant *re* * sous cette forme, on auroit 9 dièses, ce qui donneroit deux notes doublement diésées, sçavoir *fa* **, *ut* ** ; en sorte que la gamme seroit *re* *, *mi* * ou *fa*, *fa* ** ou *sol*, *sol* *, *la* *, *si* * ou *ut*, *ut* ** ou *re*, *re* * ; ce qui seroit d'une difficulté infernale à exécuter : mais en prenant, au lieu de *re* * le *mi* b, on n'a que 3 bémols ; ce qui simplifie beaucoup ; & la gamme est *mi* b, *fa*, *sol*, *la* b, *si* b, *ut*, *re*, *mi* b.

Nous sommes tentés de demander pardon à nos lecteurs de les avoir amusés de cette spéculation frivole ; mais le titre de ce livre paroît propre à nous excuser.

ARTICLE XV.

Maniere de perfectionner les Instruments à cylindre, & de les rendre capables d'exécuter toutes sortes d'airs.

IL n'est personne, je pense, qui ignore le mécanisme de l'Orgue de Barbarie, ou de la Serinette. Tout le monde sçait que ces instruments sont composés de plusieurs tuyaux, gradués selon les tons & demi-tons de l'octave, ou du moins les demi-tons que le progrès de la modulation nécessite le plus ordinairement ; que ces tuyaux ne sonnent que quand le vent d'un soufflet, qui est continuellement en action, peut y pénétrer au moyen d'une soupape qui se lève, & se ferme ; que cette

soupape, qui est naturellement fermée par un ressort, s'ouvre au moyen d'un petit levier, que soulèvent les pointes implantées dans un cylindre qui a un mouvement assez lent, lequel lui est communiqué par une manivelle; que cette même manivelle fait agir le soufflet qui doit fournir continuellement l'air destiné à former les sons, par son intromission dans les tuyaux.

Mais la manière dont le cylindre mobile est noté, mérite principalement l'attention, pour sentir ce que nous allons dire.

Les différents petits leviers qui doivent être élevés pour former les différents tons, étant espacés à une certaine distance les uns des autres, par exemple à celle d'un demi-pouce, à cette distance sont tracées, sur la circonférence du cylindre, des lignes circulaires, dont l'une doit porter les pointes qui feront sonner *ut*; sa voisine, celles qui feront sonner *ut* ✕; la suivante, celles qui donneront *re*, &c. Il y a autant de lignes semblables que de tuyaux sonores. On sent, du reste, que toute la durée de l'air ne doit pas excéder une révolution du cylindre.

Supposons donc que l'air soit de douze mesures. On divise chacune de ces circonférences au moins en douze parties égales, par douze lignes parallèles à l'axe du cylindre; puis, en supposant, par exemple, que la note la plus courte de l'air soit une croche, & que le mouvement soit à 3 temps, appelé $\frac{3}{4}$, on divise chaque intervalle en six parties égales, parceque, dans ce cas, une mesure contient six croches. Supposons à présent que les premières notes de l'air soient *la*, *ut*, *si*, *re*, *ut*, *mi*, *re*, &c. toutes notes égales, & simples noires. On commencera par planter au commencement

404 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

de la ligne des *la* & de la première mesure, une pointe tellement fabriquée qu'elle tienne soulevé pendant un tiers de mesure le petit levier qui fait sonner *la* ; puis, dans la ligne des *ut*, à la fin de la seconde division, ou au commencement de la troisième, on implantera encore dans le cylindre une pointe semblable à la première ; puis, aux deux tiers de la même mesure, sur la ligne des *si*, on implantera une pareille pointe : il est évident que, lorsque le cylindre commencera à tourner, la première pointe fera sonner *ut* pendant un tiers de mesure ; la seconde prendra le levier faisant sonner *ut*, aussitôt que le premier tiers de mesure sera écoulé, & la troisième fera de même sonner *si* pendant le dernier tiers. L'instrument dira donc *la, ut, si, &c.*

Si, au lieu de trois noires, on avoit six croches, qui dans cette mesure se passent la première longue, la seconde breve, la troisième longue, & ainsi alternativement, ce qu'on nomme des croches pointées, il est aisé de sentir qu'après avoir placé les pointes de la première, troisième & cinquième notes dans leurs places respectives de la division où elles doivent être, il faudra seulement faire en sorte que la première croche, qui dans ce mouvement doit valoir une croche & demie, ait la tête figurée de manière qu'elle soutienne le levier pendant une partie & demie des six divisions dans lesquelles la mesure est partagée ; ce qui se fait par une queue en arrière, de la longueur nécessaire. Quant aux croches passées breves, leurs pointes devront être reculées d'une demi-division, & figurées en sorte qu'elles ne puissent tenir le levier qui leur correspond soulevé, que pendant qu'une demi-division du cy-

lindre s'écoule en tournant. Il est aisé, par ces exemples, de voir ce qu'il y a à faire dans les autres cas, c'est-à-dire lorsque les notes ont d'autres valeurs.

On n'auroit enfin qu'un seul air, si le cylindre étoit immobile dans la direction de son axe; mais si l'on conçoit que les pointes ne puissent faire mouvoir les petits leviers qu'autant qu'ils les toucheront par dessous dans un intervalle fort étroit, comme d'une ligne ou moins, ce qui est un mécanisme fort aisé à imaginer, on verra facilement qu'en donnant au cylindre un petit mouvement latéral d'une ligne, aucune des pointes ne pourra faire mouvoir les leviers: ainsi l'on pourra tirer à côté de chacune des premières lignes, une autre susceptible de recevoir des pointes qui donneront un air différent; & ce nombre pourra aller à six ou sept, suivant l'intervalle des premières lignes, qui est le même que celui du milieu d'une touche au milieu de sa voisine: on fera, par ce moyen & par un petit mouvement du cylindre, changer d'air.

Tel est le mécanisme de la Serinette, de l'Orgue de Barbarie, & des autres instruments à cylindre; mais l'on voit qu'ils ont l'incommodité de ne servir qu'à exécuter un très-petit nombre d'airs. Or un cercle de cinq, six, huit ou douze airs, est bientôt parcouru; il seroit conséquemment agréable d'en pouvoir changer quand on voudroit.

Nous concevons avec M. Diderot, qui s'est occupé de cette idée dans le livre cité plus haut, que l'on pourroit remplir cet objet, en formant le cylindre de cette manière. Il seroit d'abord composé d'un noyau solide de bois, recouvert d'une pelote fort serrée; cette pelote seroit elle-

même emboîtée dans un cylindre creux, d'une ligne ou environ d'épaisseur ; ce seroit ce cylindre qui porteroit les lignes sur lesquelles doivent être implantées les pointes convenables pour faire sonner chaque ton. Pour cet effet, ces lignes seroient percées de trous espacés à la distance convenable, par exemple, six à chaque division de mesure à trois temps ordinaire, ou huit pour la mesure à deux temps, appelée *C barré*, en supposant qu'on n'eût pas à noter un air ayant de plus courtes notes que de simples croches. Il faudroit douze trous par mesure dans le premier cas, & seize dans le second, si l'air contenoit des doubles croches.

Il est maintenant aisé de sentir qu'on pourra noter sur ce cylindre l'air qu'on voudra ; car, pour en noter un, il suffira d'enfoncer dans les trous du cylindre extérieur, les pointes de la longueur convenable, en les plaçant ainsi qu'on l'a expliqué : elles y seront solidement implantées, par un effet de l'élasticité du couffin ou pelote, fortement comprimé entre le cylindre & le noyau. Sera-t-on las d'un air, on en arrachera les pointes, & on les replacera dans les cassetins d'une case faite exprès, comme les lettres d'une impression qu'on décompose. On fera faire un léger mouvement de rotation au cylindre, pour écarter les trous du couffin d'avec ceux du cylindre extérieur ; enfin l'on notera un nouvel air avec la même facilité que le premier.

Nous ne parcourrons pas, avec M. Diderot, tous les avantages d'un pareil instrument, parce que nous convenons qu'ils seront toujours fort médiocres, & à peu près de nulle valeur aux yeux des musiciens. Il est cependant vrai qu'il seroit agréable pour ceux qui possèdent de semblables

instruments , de pouvoir varier un peu leurs airs ; & c'est ce que rempliroit la construction qu'on vient d'indiquer.

ARTICLE XVI.

De quelques Instruments ou Machines de Musique, remarquables par leur singularité ou leur composition.

A La tête de toutes ces machines ou instruments musicaux , on doit incontestablement mettre l'orgue , dont l'étendue & la variété des sons exciteroit bien autrement notre admiration , si cet instrument n'étoit pas aussi commun qu'il l'est dans nos églises ; car , indépendamment de l'artifice qu'il a fallu pour produire les sons au moyen des touches , quelle sagacité n'a-t-il pas fallu pour se procurer les différents caractères de sons qu'on tire de ses différents jeux , tels que ceux qu'on appelle *voix humaine* , *flûte* , &c. &c. Aussi la description complète d'un orgue , ou de la manière de les construire , est elle seule la matière d'un gros volume ; & l'on ne peut y voir sans étonnement la prodigieuse multitude de pièces dont il est composé.

Les anciens avoient des orgues hydrauliques , c'est-à-dire des orgues dans lesquelles le son étoit produit par l'air qu'engendroit le mouvement de l'eau. Ce fut Ctésibius d'Alexandrie , & Héron son disciple , qui imaginèrent ces inventions. Vitruve donne , dans le X^e Livre de son Architecture , la description d'un de ces orgues hy-

C c iv

408. RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

drauliques, d'après lequel M. Perrault en exécuta un, qu'il déposa à la Bibliothèque du Roi, où se tenoient alors les assemblées de l'Académie royale des Sciences. Cet instrument est sans doute peu de chose, en comparaison de nos orgues modernes ; mais l'on ne peut s'empêcher d'y reconnoître un mécanisme qui a servi de base à celui de nos orgues. S. Jérôme parle avec enthousiasme d'un orgue qui avoit douze paires de soufflets, & dont le son pouvoit s'entendre d'un mille. Il paroît par-là qu'on ne tarda pas de substituer à la manière dont Ctésibius produisoit l'air, pour remplir son réservoir, une manière plus simple, sçavoir celle des soufflets.

On peut mettre au rang des machines musicales les plus curieuses, le joueur de tambour de basque & le flûteur automate de M. de Vaucanson, qu'une grande partie de l'Europe a vus avec admiration, vers l'an 1749. Nous ne nous étendrons pas beaucoup sur la première de ces machines, parceque la seconde nous paroît incomparablement plus compliquée. Le flûteur automate jouoit plusieurs airs de flûte, avec toute la précision & la justesse du plus habile musicien : il tenoit sa flûte de la manière dont on tient cet instrument, & en tiroit des sons avec la bouche, tandis que les doigts, appliqués sur les trous, produisoient les sons différents, comme cela s'exécute sur la flûte. On conçoit assez facilement, comment les pointes d'un cylindre noté pouvoient soulever les doigts en plus ou moins grand nombre, pour produire ces tons ; mais ce qui est difficile à concevoir, c'est la manière dont étoit exécuté ce mouvement, assez difficile à faire, qu'on appelle le coup de langue, & sans lequel la flûte,

quoiqu'on y inspire de l'air , reste muette , ou n'articule point les notes. Aussi M. de Vaucanson , ainsi que nous l'avons remarqué précédemment , (p. 109) convient-il que ce mouvement fut , dans cette machine , ce qui lui coûta le plus à trouver & à exécuter. On doit voir ce qu'il en dit , dans un imprimé in-4°, qu'il publia dans le temps sur ce sujet.

On a imaginé en Allemagne un instrument bien commode pour les compositeurs : c'est un clavestin qui , en même temps qu'on exécute , marque & note l'air qu'on a joué. Quel avantage pour un compositeur que la chaleur de son imagination entraîne , de pouvoir retrouver tout ce qui a successivement reçu de ses doigts une existence fugitive , & dont bien souvent il lui seroit impossible de se souvenir ! La description de cette machine se trouve dans les *Mémoires de Berlin* , ann. 1773 , auxquels nous renvoyons.

ARTICLE XVII.

D'un instrument nouveau , appelé *HARMONICA.*

CE nouvel instrument a pris naissance en Amérique , & est une invention du célèbre docteur Francklin , qui en donne la description dans une lettre au P. Beccaria , insérée dans le recueil de ses œuvres , imprimé en 1773.

Il est assez connu que , lorsqu'on fait glisser le long du bord d'un verre à boire , un doigt un peu humecté , on en tire un son assez doux , & que ce son varie de hauteur , selon la forme , la

410 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

grandeur & l'épaisseur du verre. On monte ou on baisse aussi le ton, en mettant dans le verre une quantité plus ou moins grande d'eau. Nous apprenons de M. Francklin, qu'un M. Puckeridge, Irlandois, s'avisa, il y a une vingtaine d'années, de se faire un instrument de plusieurs verres ainsi montés à différents tons, & assurés sur un plateau, & de jouer par ce moyen des airs. Ce M. Puckeridge ayant été brûlé dans sa maison avec son instrument, M. Delaval, de la Société royale de Londres, en fit un autre à son imitation, & avec des verres mieux choisis, dont il fit le même usage. M. Francklin l'ayant entendu, & ayant été charmé de la douceur de ses sons, chercha à le perfectionner, & ses idées aboutirent à l'instrument qu'on va décrire.

Il faut faire souffler des verres de différentes grandeurs, d'une forme approchante de l'hémisphérique, & ayant chacun un gouleau ou col ouvert en son milieu. L'épaisseur du verre près du bord, doit être tout au plus d'un dixième de ponce, & cette épaisseur doit augmenter par degrés jusqu'au col, qui aura, dans les plus grands verres, un ponce de hauteur, sur un ponce & demi de largeur en dedans. Quant aux dimensions des verres, les plus grands pourront avoir neuf pouces de diamètre à leur ouverture, & les moindres trois pouces, & ils décroîtront d'un quart de ponce. Il est à propos d'en avoir cinq à fix du même diamètre, pour pouvoir les monter plus facilement aux tons convenables; car une différence très-légère suffit pour les faire varier d'un ton & même d'une tierce.

Cela fait, on essaie ces différents verres, pour en former une suite de trois ou quatre octaves

chromatiques. Pour élever le ton, il faut en égriser le bord du côté du col avec une meule, & les effayer de moment en moment, car, quand ils sont montés trop haut, il n'y a plus de moyen de les baisser.

Tous ces verres étant ainsi gradués, il faut les enfiler dans un axe commun. Pour cet effet, on place dans le col de chacun un bouchon de liege fort juste, qui le déborde d'environ un demi-pouce : on perce tous ces bouchons d'un trou de la grosseur convenable, pour les enfiler tous avec un axe de fer, de mesure telle qu'on ne soit pas obligé de l'y faire entrer avec trop de force ; ce qui feroit éclater les cols de ces verres. Ils sont ainsi placés l'un dans l'autre, en sorte que leurs bords sont éloignés d'environ un pouce ; ce qui est à peu près la distance des milieux des touches du claveffin.

Une des extrémités enfin de cet axe, est garnie d'une roue d'environ dix-huit pouces de diamètre, qui doit être chargée de vingt à vingt-cinq livres, pour conserver quelque temps le mouvement qui lui sera imprimé ; cette roue est mise en mouvement au moyen d'une pédale, & par le même mécanisme qui sert à faire tourner la roue d'un rouet à filer ; & en tournant, elle fait tourner l'axe des verres & les verres eux-mêmes, cet axe portant sur deux collets, l'un à son extrémité, l'autre à quelques pouces de la roue. Le tout peut être enfermé dans une boîte de la forme convenable, & se pose sur une table propre, à quatre pieds.

Les verres répondants aux sept tons de l'octave diatonique, peuvent être peints des sept couleurs du prisme, dans leur ordre, & même cela est à propos, afin de reconnoître au premier coup

412 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

d'œil les différents tons auxquels ils répondent.

Pour jouer de cet instrument , on s'assied au devant de la rangée des verres , comme au devant des touches d'un claveffin ; on humecte légèrement les verres , & faisant mouvoir la pédale , on leur donne un mouvement sur leur axe commun : on applique les doigts sur les bords , & on en tire des sons. Il est aisé de voir qu'on peut y exécuter plusieurs parties , comme sur le claveffin.

On a vu à Paris , il y a une huitaine d'années , cet instrument dont touchoit une dame Angloise. Ses sons sont extrêmement doux , & conviendroient fort à l'accompagnement de certains récits , ou airs tendres & pathétiques. On a l'avantage de pouvoir y soutenir les sons autant qu'on le veut , de les filer , de les enfler , &c ; & l'instrument , mis une fois d'accord , ne peut plus être désaccordé. Plusieurs amateurs de musique en ont été fort satisfaits. J'ai ouï dire seulement qu'à la longue le son de cet instrument paroissoit un peu fade , par sa douceur extrême ; & c'est peut-être cette raison qui l'a , jusqu'à ce moment , fait reléguer parmi les curiosités musicales.



ARTICLE XVIII.

De quelques idées bizarres relatives à la musique.

1. **O**N n'imagineroit sans doute pas qu'on pût composer un air sans sçavoir un mot de musique, du moins de la composition. On a donné ce secret, il y a quelques années, dans un petit livre intitulé, *Le Jeu de Dez harmonique*, ou *Ludus melothedicus*, contenant plusieurs calculs par lesquels toutes personnes peuvent composer divers menuets avec l'accompagnement de basse, même sans sçavoir la musique; in-8°, Paris, 1757. On y enseigne comment, avec deux dez jetés au hasard, & d'après les points qu'ils donnent, on peut, au moyen de certaines tables, composer un menuet & sa basse.

Le même auteur a aussi donné une méthode pour faire la même chose au moyen d'un jeu de cartes. Nous n'avons pu recouvrer le titre de cet ouvrage; & nous avouons n'avoir pas cru devoir y mettre plus d'importance que l'auteur lui-même.

Nous nous bornons à indiquer les sources où l'on peut recourir pour cette sorte d'amusement, dont la combinaison a dû coûter beaucoup plus de travail que la chose ne le méritoit. Nous remarquerons cependant encore, que cet auteur a donné un autre ouvrage intitulé, *Invention d'une Manufacture & Fabrique de Vers au petit métier*, &c. in-8°, 1759; dans lequel, par le moyen de

414 RÉCRÉATIONS MATHÉMATIQUES.

deux dez & de certaines tables , on enseigne à répondre en vers latins à des questions proposées. C'est , il faut en convenir , bien du travail en pure perte.

2. Il y a quelques années qu'un médecin de Lorraine publia un petit traité , dans lequel il appliquoit la musique à la connoissance du pouls. Il représentoit le battement d'un pouls bien réglé par un mouvement de menuet ; & ceux des différentes autres especes de pouls , par d'autres mesures plus ou moins accélérées. Si cette maniere de pratiquer la médecine vient à s'introduire , ce sera une chose fort agréable de voir un disciple d'Hippocrate tâtant le pouls d'un malade au son d'un instrument , & essayant des airs analogues par leur mouvement à celui de son pouls , pour en reconnoître la qualité. Si toutes les maladies ne faient pas à la présence du médecin , il est à croire que la mélancolie du moins ne tiendra pas contre une pareille pratique.

Fin du Tome II.

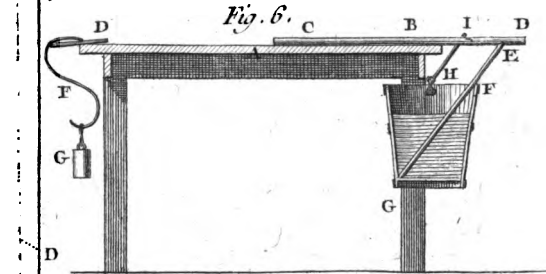
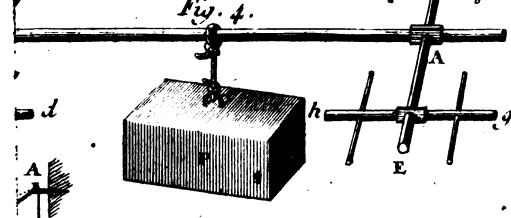
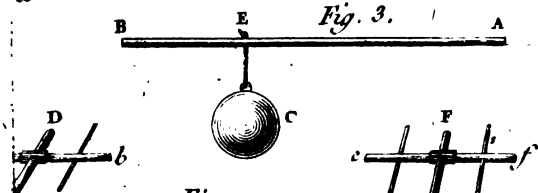
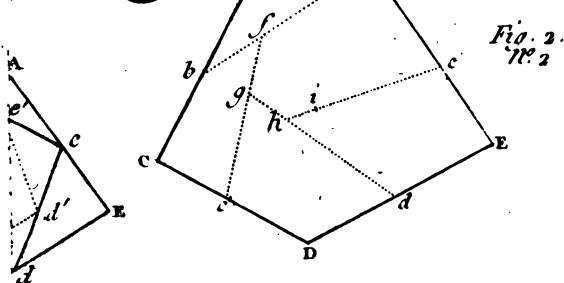
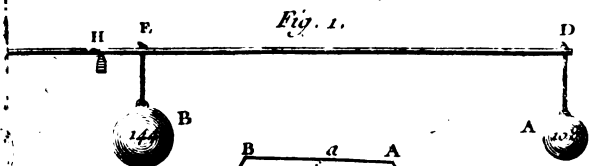


Fig. 8.

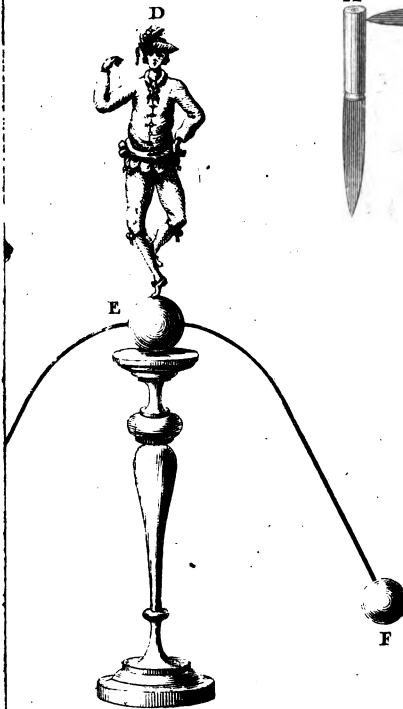


Fig. 9.

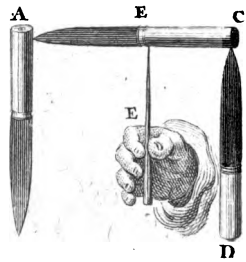
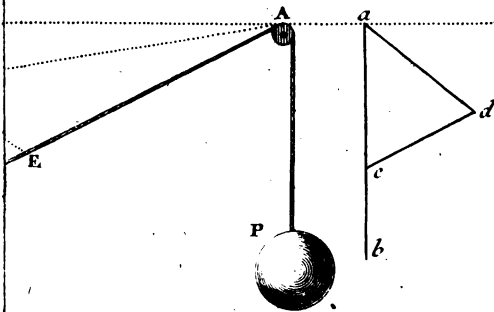


Fig. 10.



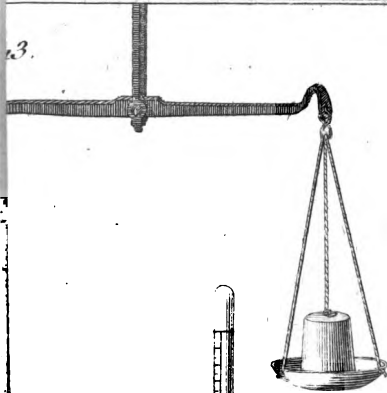


Fig. 12.

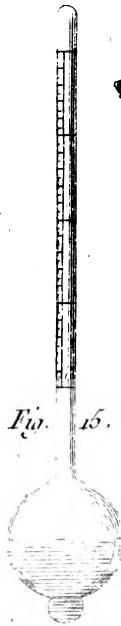
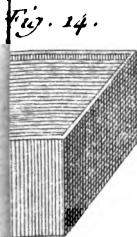
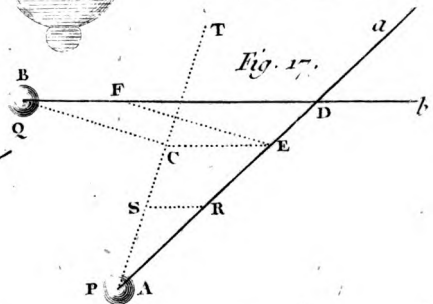


Fig. 16.



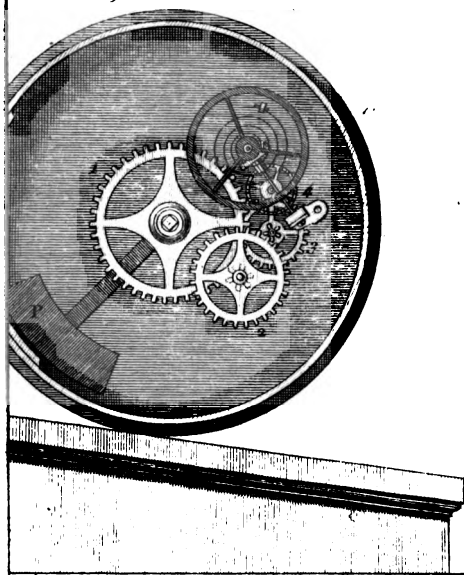
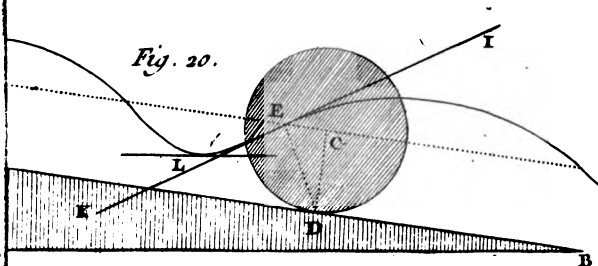
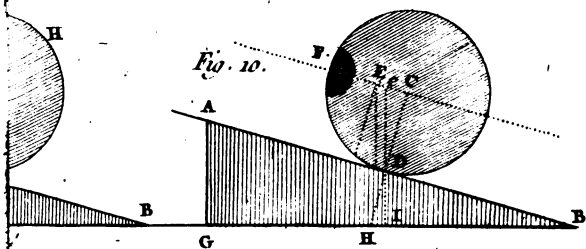


Fig. 23.

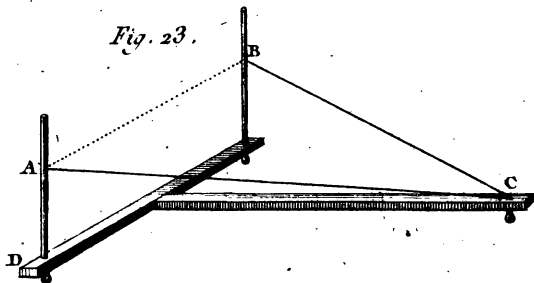


Fig. 24.

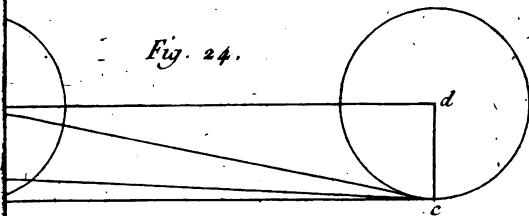


Fig. 26.

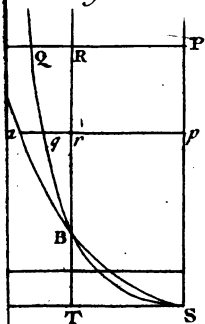


Fig. 27.

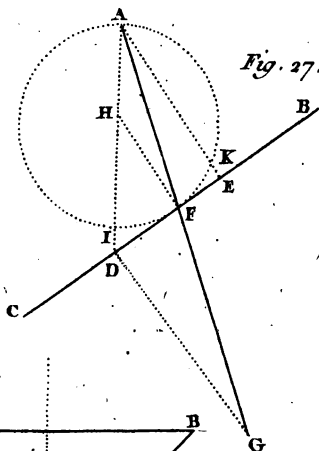
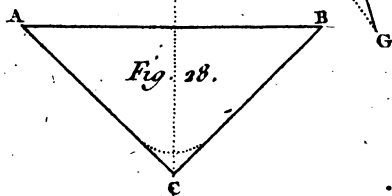
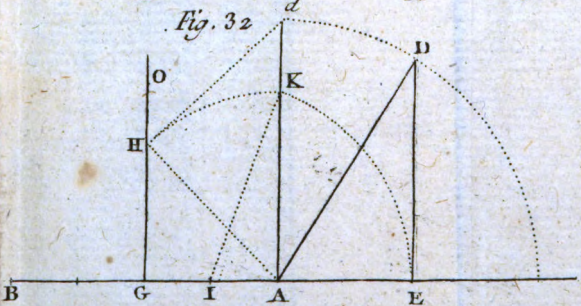
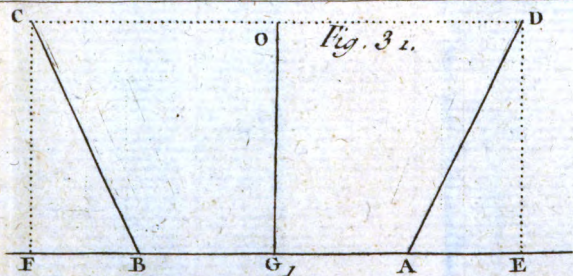
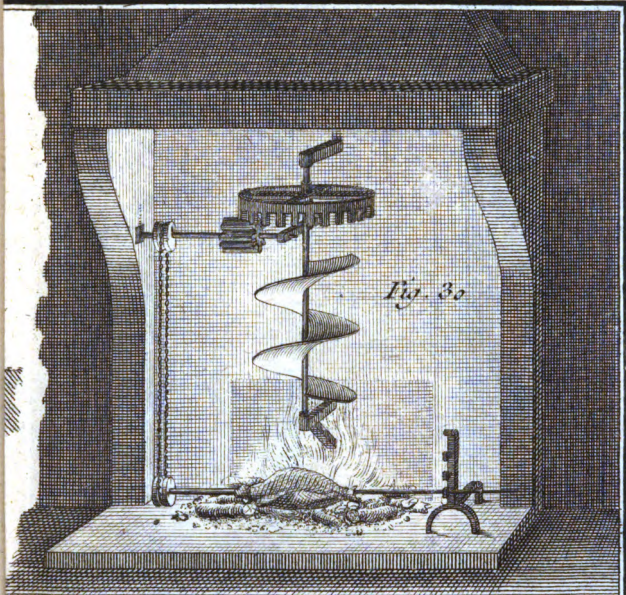


Fig. 28.





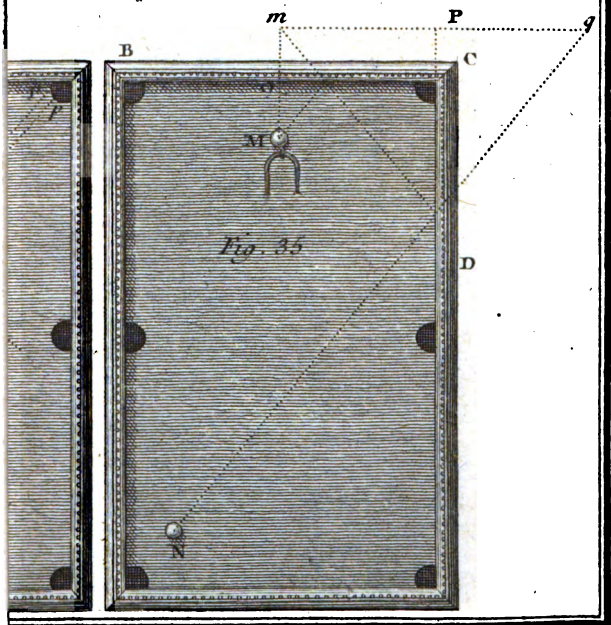
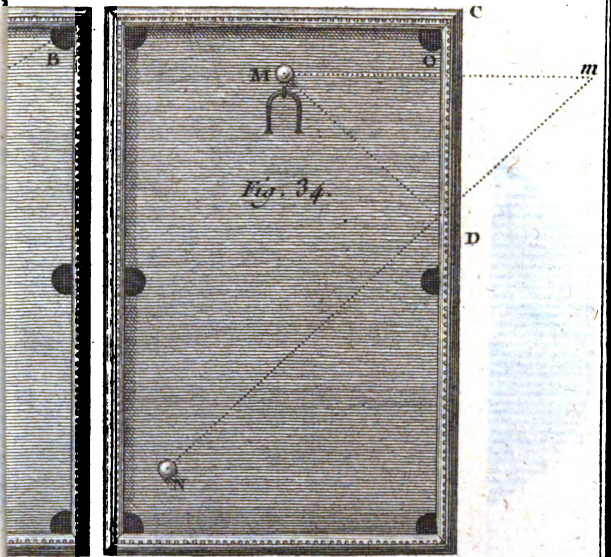


Fig. 38.

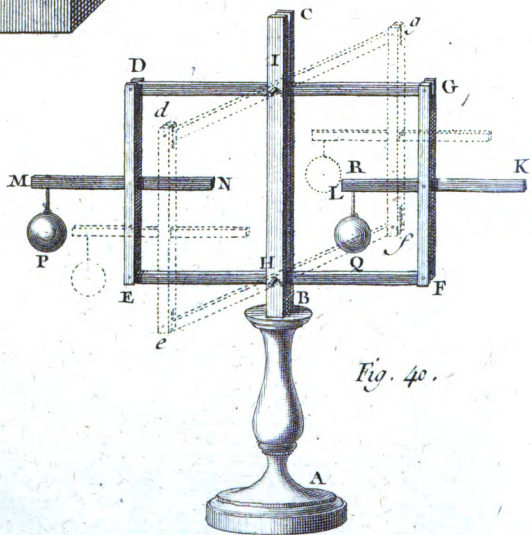
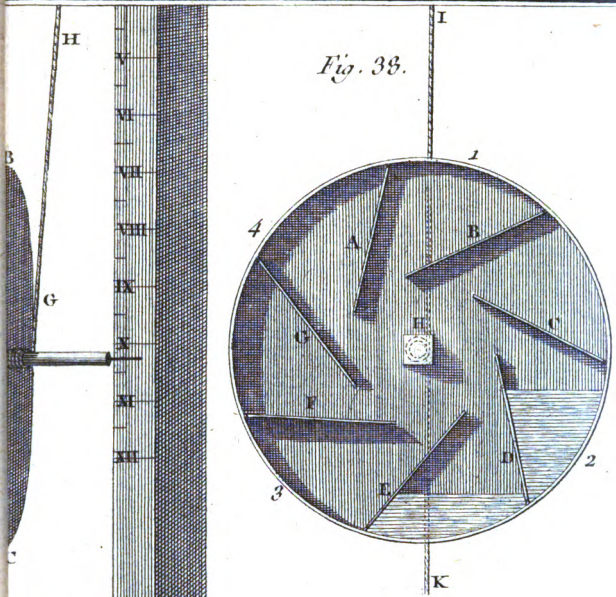


Fig. 40.

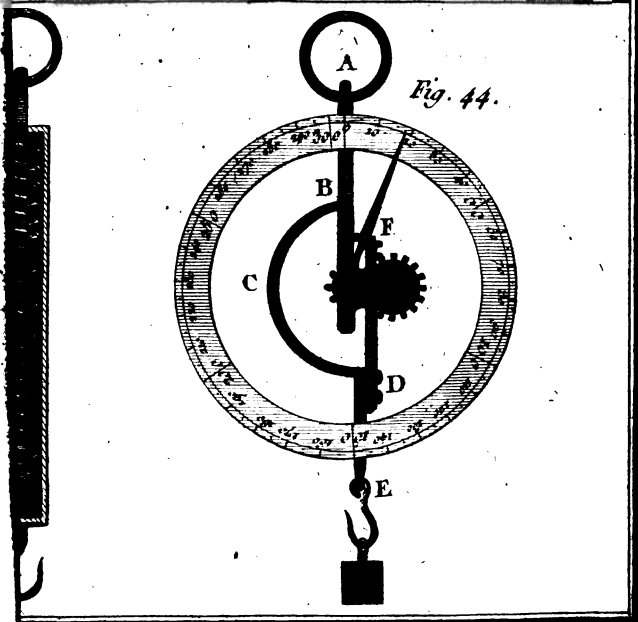
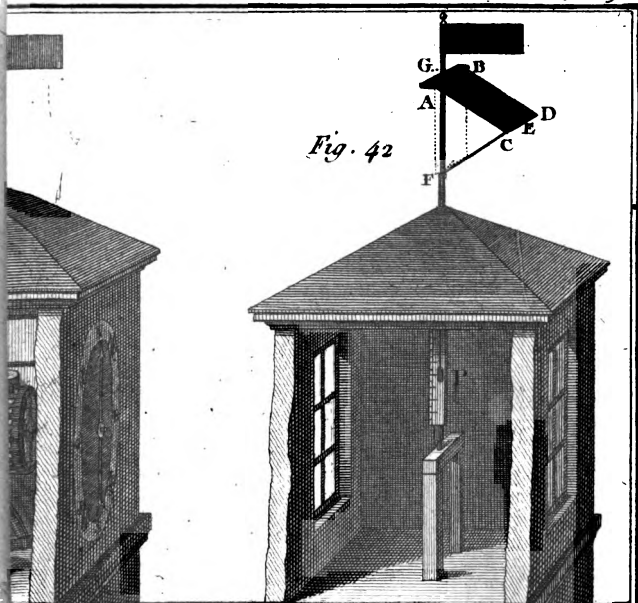
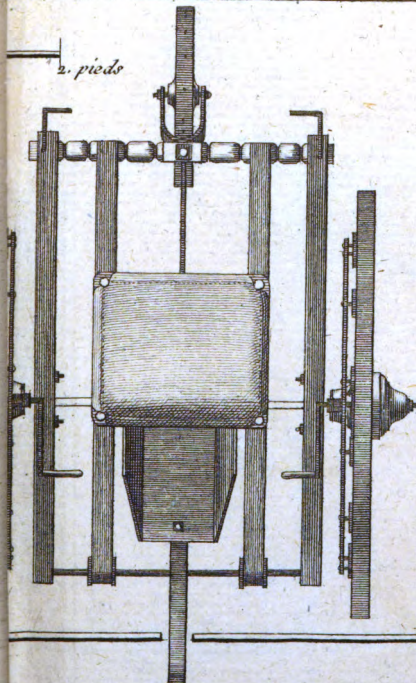
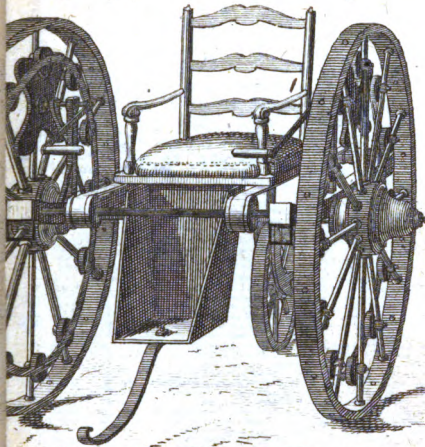


Fig. 45.



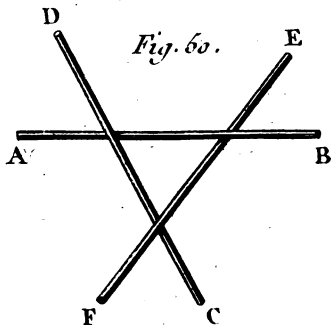
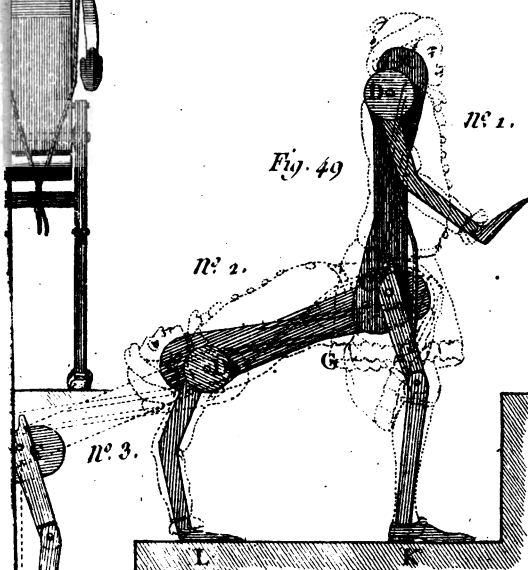
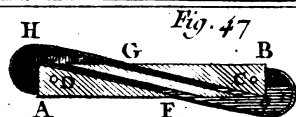


Fig. 53.

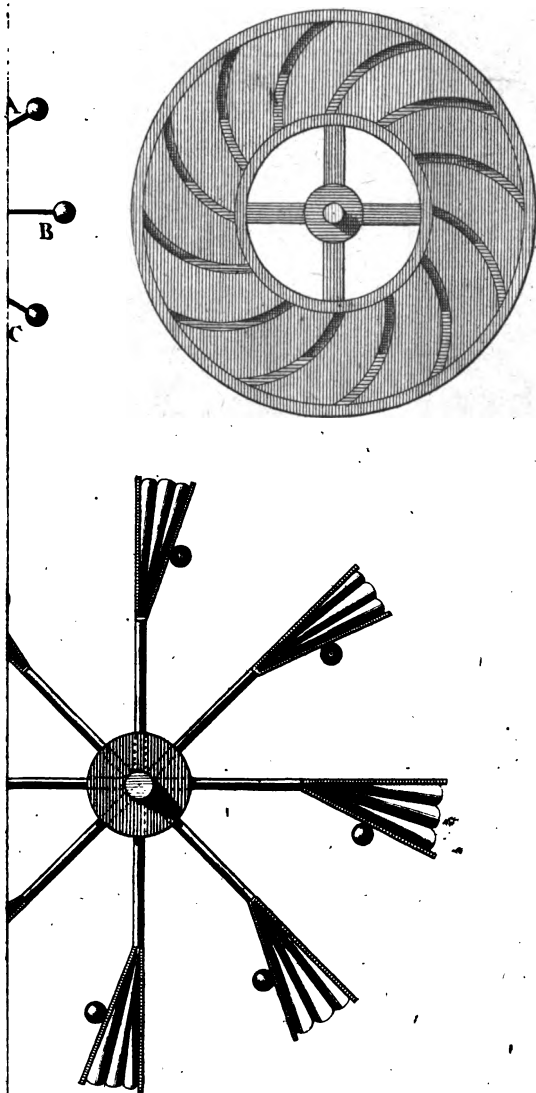


Fig. 2.

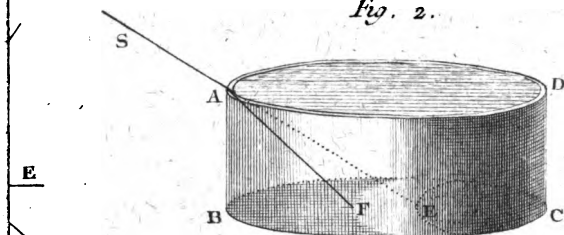


Fig. 4.

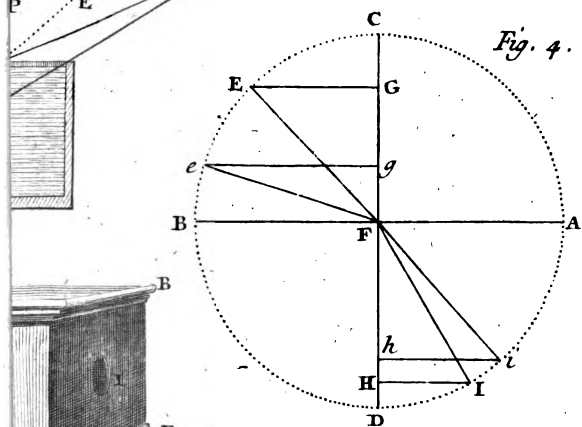


Fig. 5.

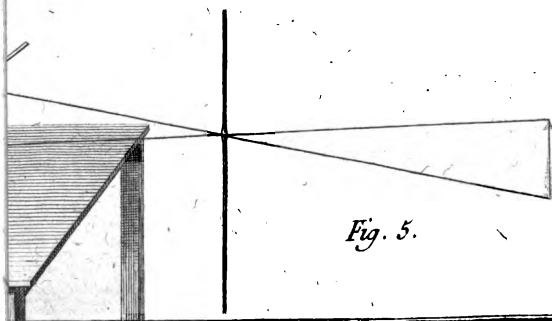


Fig. 7.

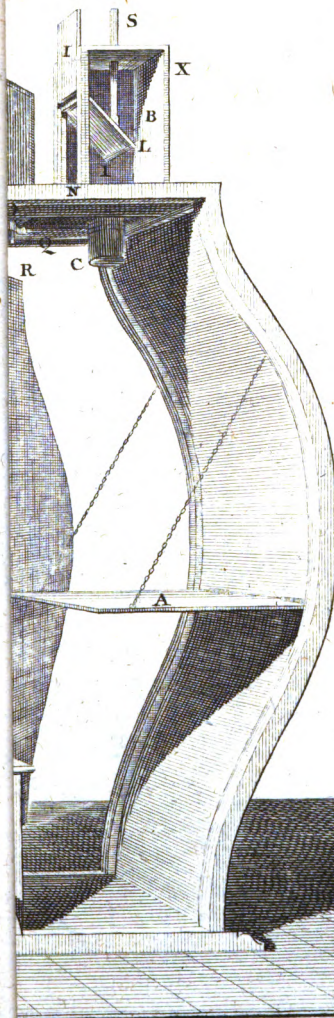


Fig. 8.

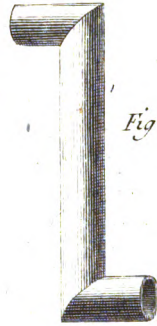


Fig. 9.

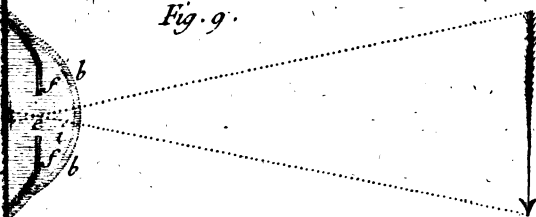


Fig. 10.

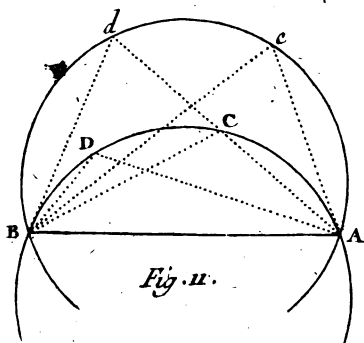
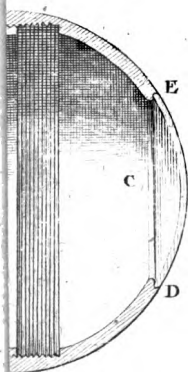


Fig. 11.

12.

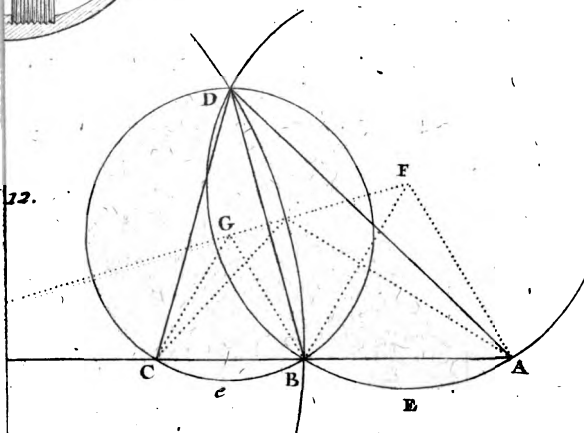


Fig. 13.

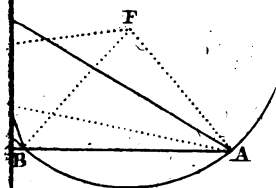


Fig. 15.

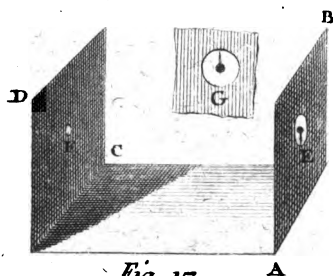
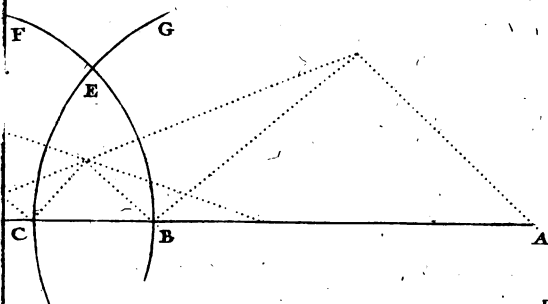
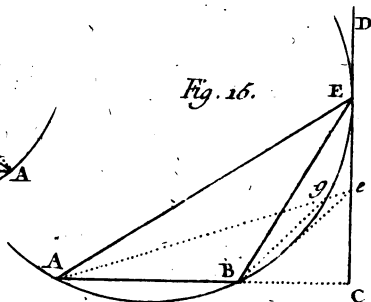


Fig. 16.

Fig. 17.

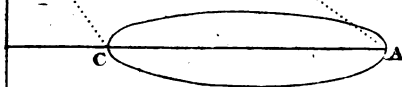


Fig. 18.

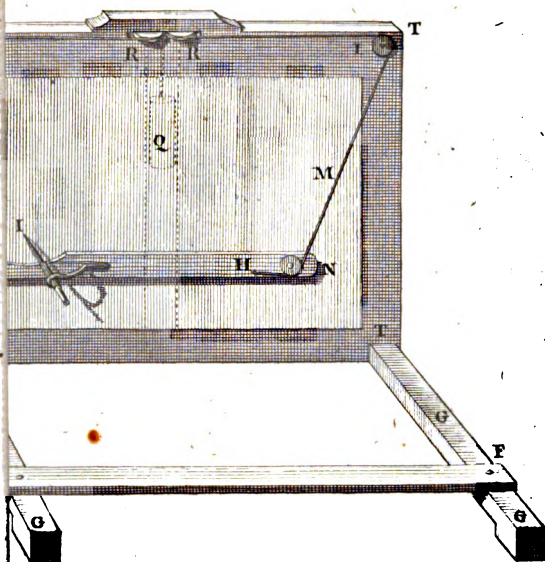
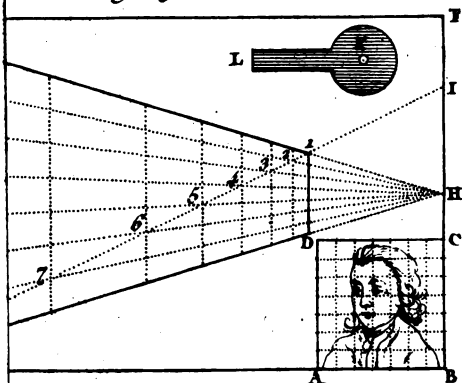


Fig. 19.



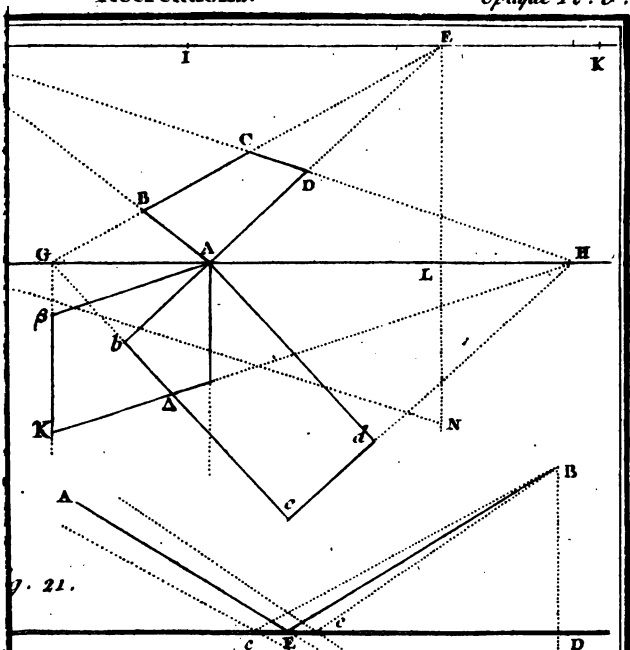


Fig. 22.

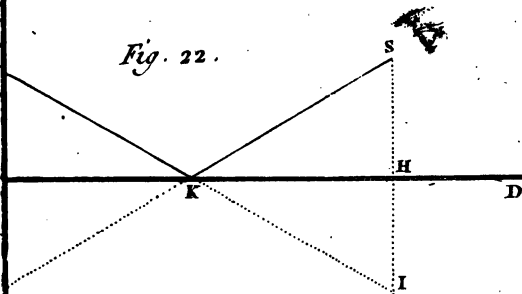


Fig. 23.

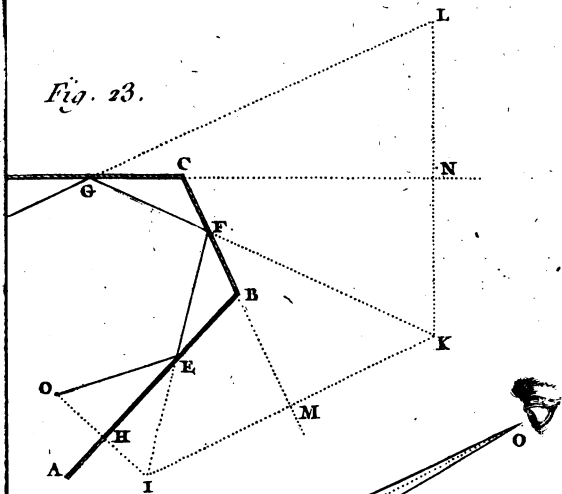


Fig. 24.

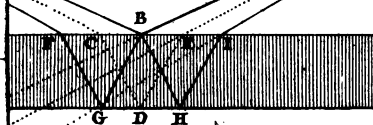


Fig. 25

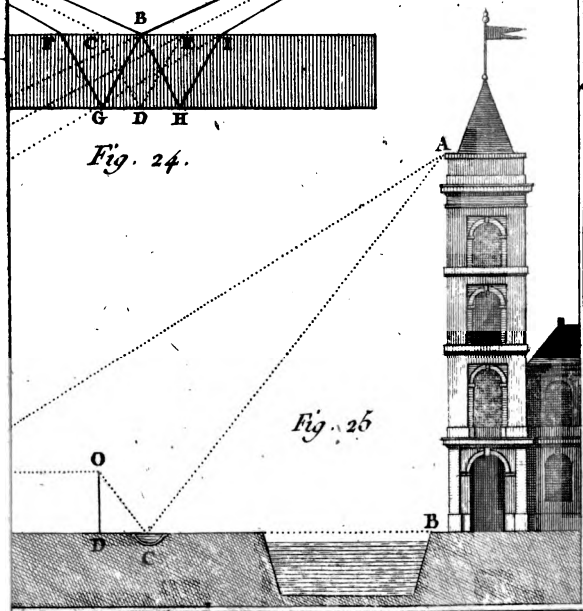


Fig. 27.

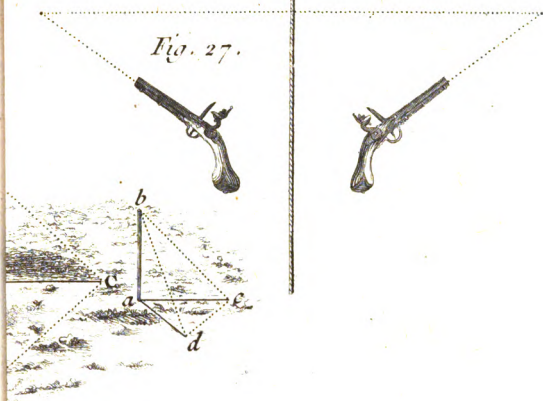


Fig. 28.

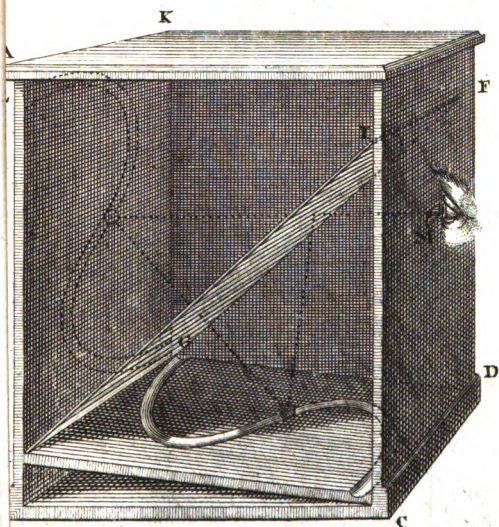


Fig. 31.

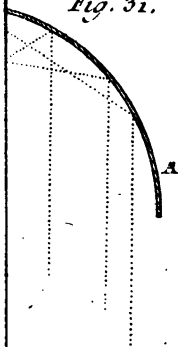


Fig. 30.

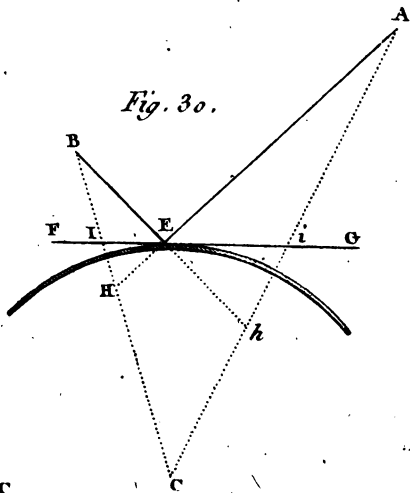


Fig. 32.

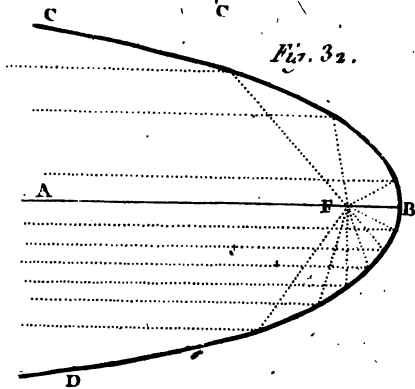


Fig. 34.

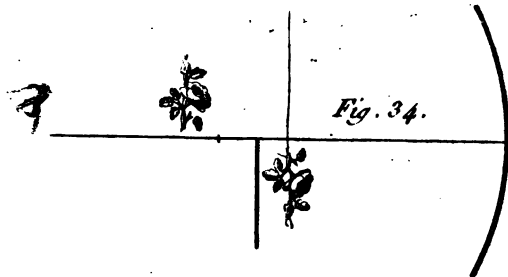


Fig. 36. N° 1.

Fig. 36. N° 3.

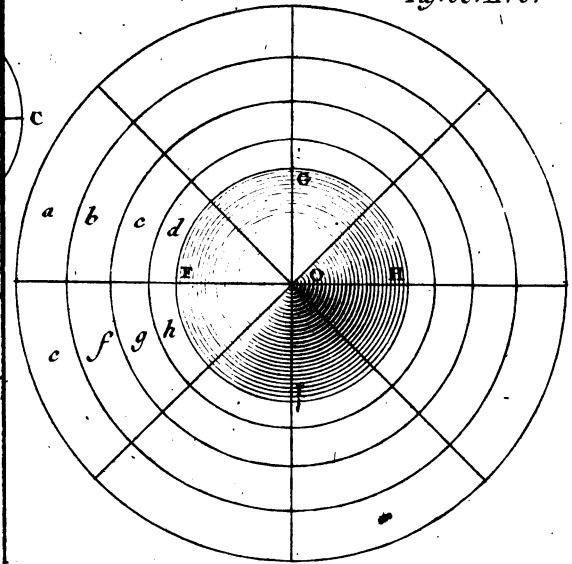
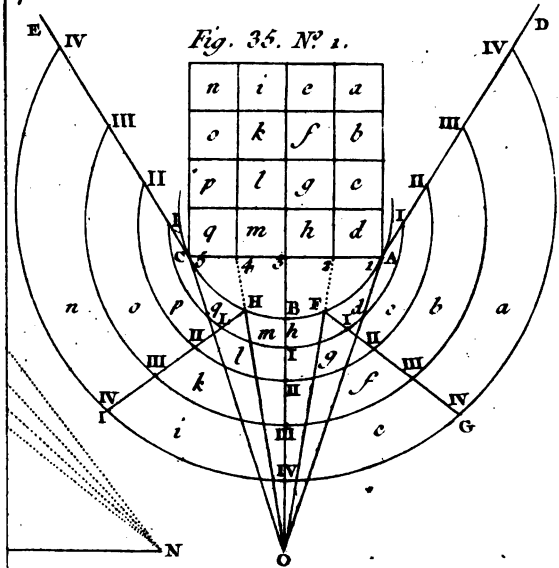


Fig. 35. N° 1.



g.

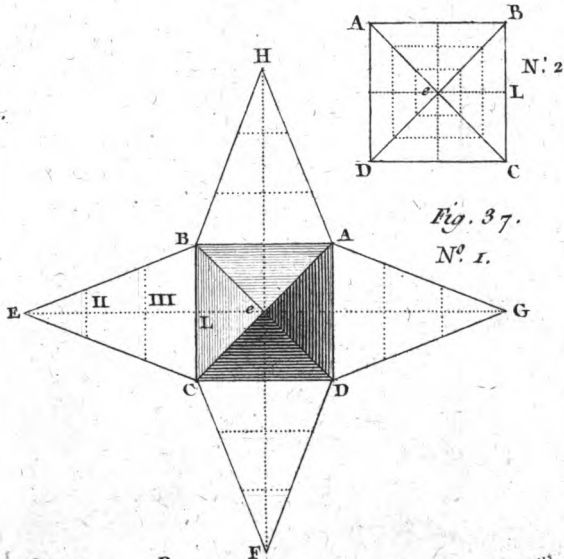


Fig. 39.

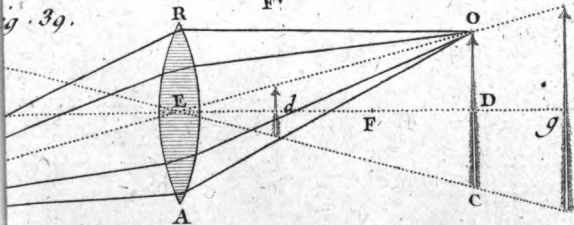
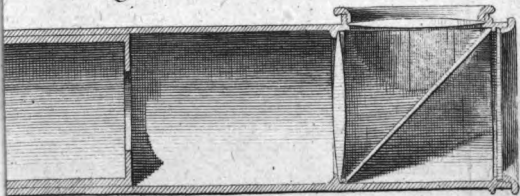


Fig. 40.



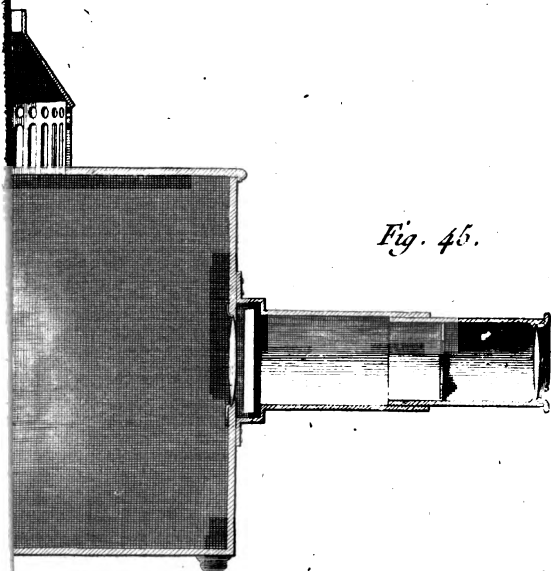
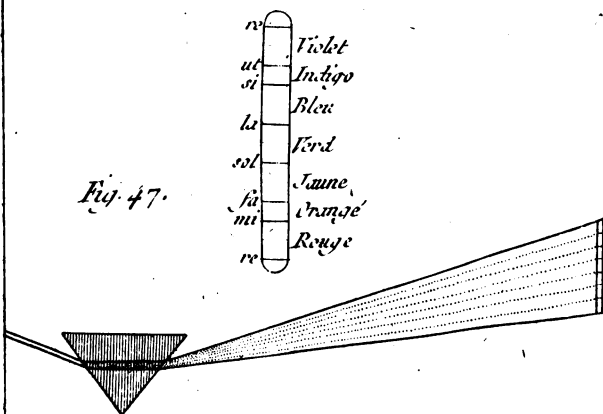


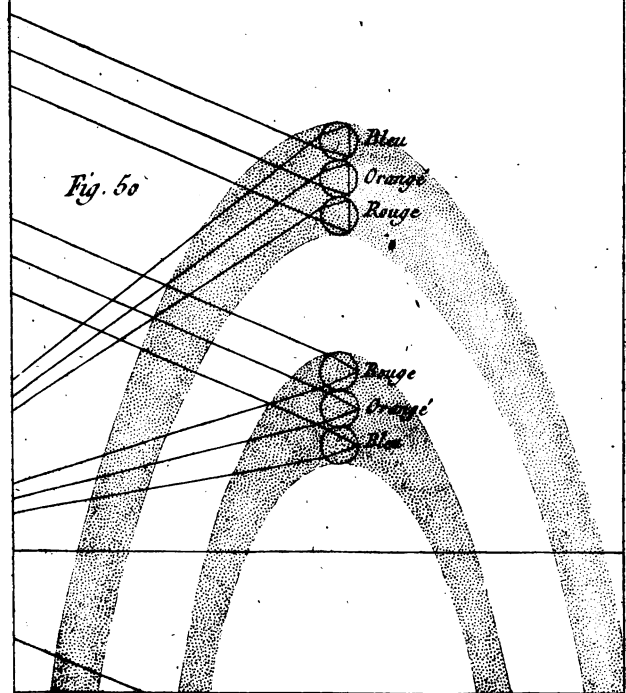
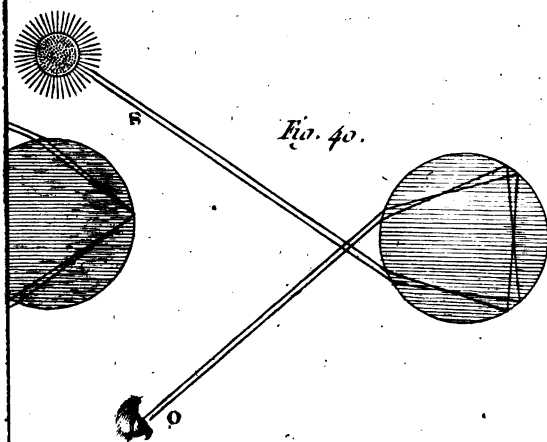
Fig. 45.

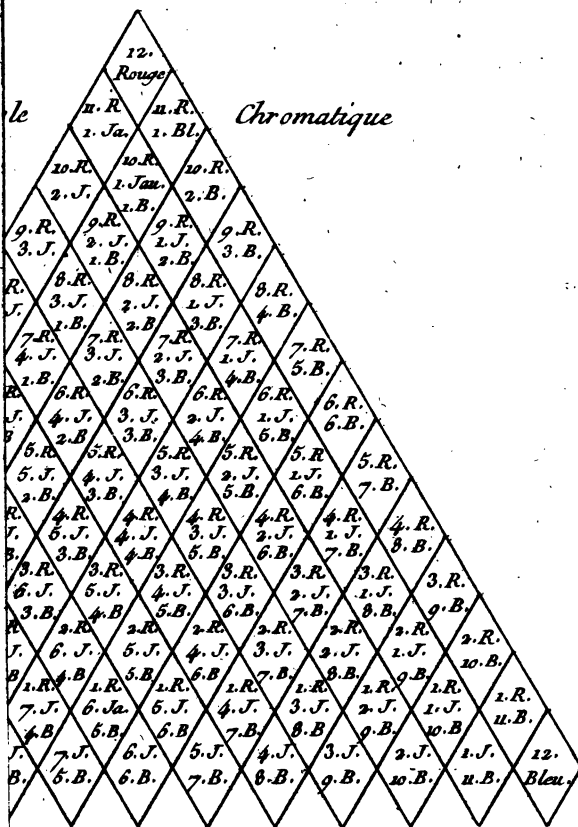


Fig. 46.

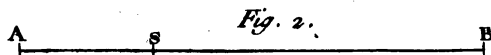
Fig. 47.







Acoustique ou Musique.



e à Nemctis.





T A B L E

DES MATIÈRES

DU SECOND VOLUME.

TROISIÈME PARTIE.

M É C A N I Q U E.

- P**ROBLÈME PREMIER. *Faire qu'une boule rétrograde sans aucun obstacle apparent.* 2
- PROB. II.** *Faire une boule trompeuse au jeu de Quilles.* 3
- PROB. III.** *Comment on peut construire une balance qui paroisse juste étant vuidé, aussi-bien que chargée de poids inégaux.* 4
- PROB. IV.** *Trouver le centre de gravité de plusieurs poids.* 5
- PROB. V.** *Trouver les parties d'un poids que deux personnes soutiennent à l'aide d'un levier ou d'une barre qu'elles portent par ses extrémités.* 9
- PROB. VI.** *Comment on peut distribuer commodément 4, 8, 16, 32 hommes, à porter un fardeau considérable sans s'embarrasser.* 10
- PROB. VII.** *Une corde ACB , d'une longueur déterminée, étant attachée lâche par ses deux bouts, à deux points d'inégale hauteur A & B , on demande quelle position prendra le poids P , atta-*

ché par un cordon à une poulie qui roule librement sur cette corde. 11

PROB. VIII. *Faire soutenir un seau plein d'eau, par un bâton dont une moitié ou moins repose sur le bord d'une table.* ibid.

PROB. IX. *Faire tenir un bâton droit sur le bout du doigt, sans qu'il puisse tomber.* 13

PROB. X. *Construction d'une figure qui, sans contre-poids, se relève toujours d'elle-même & se tient debout, quoi qu'on fasse.* 14

PROB. XI. *Sur les deux poulies A, B, passe une corde ACB, aux extrémités de laquelle sont suspendus les poids P & Q donnés; au point C est fixé le poids R par le cordon RC noué en C. On demande quelle sera la position que prendront les trois poids & la corde ACB.* 15

PROB. XII. *Calcul du temps qu'Archimede eût employé, en supposant l'exécution de la machine dont il parloit à Hiéron, pour mouvoir la terre.* 17

PROB. XIII. *Avec une très-petite quantité d'eau, comme de quelques livres, produire l'effet de plusieurs milliers de livres.* 18

Autre maniere. 19

Autre maniere. 20

PROB. XIV. *Trouver la pesanteur d'un pied cube d'eau.* 21

PROB. XV. *Connoître de deux liqueurs laquelle est la plus légère.* 22

PROB. XVI. *Connoître si une piece ou une masse d'or ou d'argent, qu'on soupçonne de mélange, est pure ou non.* 27

PROB. XVII. *Même supposition faite que ci-dessus, connoître la quantité du mélange fait dans la masse d'or.* 29

PROB.

PROB. XVIII. On propose deux coffres égaux, semblables & également pesants, contenant l'un de l'or, l'autre de l'argent. Est-il possible de discerner, par quelque voie mathématique, celui qui renferme l'or de celui qui contient l'argent? Ou bien, supposant deux boules, l'une d'or creuse, l'autre d'argent solide & surdorée, pourroit-on discerner celle d'argent de celle d'or? 31

PROB. XIX. Deux plans inclinés, AB , AD , étant donnés, & deux sphères inégales, P & p , les mettre en équilibre dans cet angle, comme l'on voit dans la figure. 32

PROB. XX. Deux corps P & Q partent en même temps des deux points A & B de deux lignes données de position, & se meuvent vers a & b avec des vitesses données. On demande leur position lorsqu'ils seront le plus près l'un de l'autre qu'il est possible. 34

PROB. XXI. Faire qu'un cylindre se soutienne de lui-même le long d'un plan incliné à l'horizon, sans rouler en bas, & même qu'il monte quelque peu le long de ce plan. *ibid.*

PROB. XXII. Construction d'une horloge qui montre les heures, en roulant le long d'un plan incliné. 37

PROB. XXIII. Construction d'un habillement au moyen duquel on ne sçauroit couler à fond, & qui laisse la liberté de tous les mouvements. 38

PROB. XXIV. Construire un bateau qui ne sçauroit être submergé, quand même l'eau y entreroit de tous les côtés. *ibid.* 41

PROB. XXV. Comment on peut retirer du fond de la mer un vaisseau qui a coulé bas. 43

PROB. XXVI. *Faire qu'un corps monte comme de lui-même le long d'un plan incliné, en vertu de sa propre pesanteur.* 45

PROB. XXVII. *Construire une horloge avec de l'eau.* 46

PROB. XXVIII. *Un point étant donné, & une ligne qui n'est pas horizontale, trouver la position du plan incliné, par lequel un corps partant du point donné, & roulant le long de ce plan, parviendra à cette ligne dans le moindre temps.* 48

PROB. XXIX. *Les points A & B étant donnés dans la même horizontale, on demande la position des deux plans AC, CB, tels qu'un corps roulant d'un mouvement accéléré de A en C, puis remontant avec sa vitesse acquise le long de CB, cela se fasse dans le moindre temps possible.* 49

PROB. XXX. *Lorsqu'on a un puits extrêmement profond, avec une chaîne garnie de deux seaux, faire en sorte que, dans toutes les positions des seaux, le poids de la chaîne soit nul, de manière qu'on n'ait jamais à élever que le poids dont le seau montant est rempli.* 51

PROB. XXXI. *Construction d'un tournebroche qui marche au moyen même du feu de la cheminée.* 53

PROB. XXXII. *Qu'est-ce qui soutient debout une toupie ou un totou qui tourne?* 55

PROB. XXXIII. *D'où vient soutient-on plus aisément en équilibre sur le bout de son doigt un bâton chargé à son extrémité supérieure d'un poids, que lorsque ce poids est en bas, par exemple, une épée sur sa pointe plutôt que sur sa garde?* ibid.

PROB. XXXIV. *Quelle est la position la plus avantageuse des pieds pour se soutenir solidement debout ?* 56

PROB. XXXV. *Du Jeu de Billard.* 58

§. I. *La position de la belouse & celles des deux billes M, N, étant données, frapper celle M de son adversaire en sorte qu'elle aille dans la belouse.* 59

§. II. *Frapper une bille de bricole.* 60

§. III. *Une bille venant d'en choquer une autre selon une direction quelconque, quelle est, après ce choc, la direction de la bille choquante ?* 61

PROB. XXXVI. *Construction d'une Pendule d'eau.* 63

PROB. XXXVII. *Paradoxe mécanique. Comment, dans une balance, des poids égaux placés à quelque distance que ce soit du point d'appui, se tiennent en équilibre.* 67

PROB. XXXVIII. *Quelle est la vitesse qu'on doit donner à une machine mue par un courant d'eau, pour qu'elle produise le plus grand effet ?* 69

PROB. XXXIX. *Quel est le nombre d'aubes qu'on doit mettre à une roue mue par un courant d'eau, pour qu'elle produise le plus grand effet ?* 70

PROB. XL. *Un bâton ou cylindre plein, & un autre creux & de même solidité, étant proposés, lequel des deux résistera davantage à être rompu par un poids suspendu à une de leurs extrémités, l'autre étant fixe ? On les suppose de la même longueur.* 71

PROB. XLI. *Fabriquer une lanterne qui conserve la lumière au fond de l'eau.* 72

PROB. XLII. *Construire une lampe qui, dans toutes ses situations, conserve son huile, quel-*

- que mouvement & quelque inclinaison qu'on lui donne.* 73
- PROB. XLIII. *Construction d'un anémoscope & d'un anémomètre.* 74
- PROB. XLIV. *Construction d'un peson, au moyen duquel on puisse sans poids mesurer la pesanteur des corps.* 77
- PROB. XLV. *Fabriquer une voiture dont un goutteux puisse se servir pour se promener, sans secours d'hommes ou de chevaux.* 80
- PROB. XLVI. *Construction d'une petite figure qui, livrée à elle-même, descend sur ses pieds & ses mains le long d'un petit escalier.* 83
- PROB. XLVII. *Disposer trois bâtons sur un plan horizontal, de sorte que chacun s'appuie sur ce plan par l'une de ses extrémités, & que les trois autres se soutiennent mutuellement en l'air.* 87
- PROB. XLVIII. *Construire un tonneau contenant trois liqueurs, qu'on pourra tirer à volonté par la même broche, sans se mêler.* *ibid.*
- PROB. XLIX. *Percer une planche avec un corps mou, comme un bout de chandelle.* 88
- PROB. L. *Rompre avec un bâton un autre bâton posé sur deux verres, sans les casser.* 89
- PROB. LI. *Principes pour juger de l'effet possible d'une machine.* 91
- PROB. LII. *Du Mouvement Perpétuel.* 94
- PROB. LIII. *Juger de la hauteur de la voûte d'une église, par les vibrations des lampes qui y sont suspendues.* 98
- PROB. LIV. *Mesurer la profondeur d'un puits par le temps écoulé entre le commencement de la chute d'un corps, & celui où l'on entend le bruit de son arrivée à la surface de l'eau.* 100

DES MATIERES. 421

HISTOIRE de quelques ouvrages de Mécanique
extraordinaires & célèbres. 102

§. I. Des Machines ou Automates d'Architas,
d'Archimede, de Héron & Ctesibius. ibid.

§. II. Des Machines attribuées à Albert le Grand,
à Régiomontanus, &c. 103

§. III. De diverses Horloges célèbres. 104

§. IV. Machines automates du pere Truchet, de
M. Camus, & de M. de Vaucanson. 107

§. V. De la Machine de Marly. 110

§. VI. De la Machine à Feu. 115

TABLE des Pesanteurs spécifiques de divers corps,
celle de l'Eau de pluie ou distillée étant
supposée l'unité, & exprimée en parties
décimales, comme 1.000 ou 1.0000. 121

Métaux. ibid.

Pierres précieuses. 122

Liqueurs. ibid.

Bois. 124

Diverses Substances. ibid.

Matériaux employés à Paris en architecture. ibid.

Remarque générale. 125

TABLE des Poids, tant anciens que modernes,
comparés à la livre de Paris, qui contient
16 onces ou 9216 grains. 127

Poids anciens. Poids des Hébreux. 128

Poids Grecs Attiques. ibid.

Poids Romains. 129

Poids modernes des principaux pays & lieux
de l'univers, & particulièrement de l'Eu-
rope. ibid.

Remarque. 131

QUATRIEME PARTIE.

OPTIQUE.

- SUR la nature de la lumiere.** 134
- PROBLÈME PREMIER.** Représenter dans une chambre fermée les objets extérieurs, avec leurs couleurs & leurs proportions naturelles. 140
- PROB. II.** Construire une chambre obscure qu'on puisse transporter. 142
- §. I. Représenter les objets dans leur situation naturelle. 145
- §. II. Représenter les objets, en faisant paroître à droite ce qui est à gauche; & au contraire. 146
- §. III. Représenter tour-à-tour tous les objets qui sont aux environs & autour de la machine. ibid.
- §. IV. Représenter des peintures & des tailles-douces. 147
- PROB. III.** Expliquer la maniere dont se fait la vision, & ses principaux phénomènes. 148
- PROB. IV.** Construction d'un œil artificiel, propre à rendre sensible la raison de tous les phénomènes de la vision. 151
- PROB. V.** Faire qu'un objet, vu de loin ou de près, paroisse toujours de la même grandeur. 156
- PROB. VI.** Deux parties inégales d'une même ligne droite étant données, soit qu'elles soient adjacentes ou non, trouver le point d'où elles paroîtront égales. ibid.
- PROB. VII.** Au devant d'un édifice, dont CD est la face, est un parterre dont la longueur est AB .

On demande le point de cet édifice d'où l'on verra le parterre AB le plus grand. 158

PROB. VIII. *Un cercle étant donné sur le plan horizontal, trouver la position de l'œil d'où son image sur le plan perspectif sera encore un cercle.* 159

PROB. IX. *D'où vient l'image du soleil, reçue dans la chambre obscure par un trou quarré ou triangulaire, est-elle toujours un cercle ?* 160

PROB. X. *Faire voir distinctement, sans l'interposition d'aucun verre, un objet trop proche de l'œil pour être apperçu distinctement.* 162

PROB. XI. *Pourquoi, en dirigeant ses yeux de maniere à voir un objet fort éloigné, voit-on doubles les objets proches ; & au contraire ?* ibid.

PROB. XII. *Faire qu'un objet vu distinctement, & sans l'interposition d'aucun corps opaque ou diaphane, paroisse renversé à l'œil nu.* 164

PROB. XIII. *Faire qu'un objet, sans l'interposition d'aucun autre, disparoisse à l'œil nu tourné de son côté.* 165

PROB. XIV. *Faire disparoître un objet aux deux yeux à-la-fois, quoiqu'il puisse être vu de chacun d'eux à part.* 166

PROB. XV. *Jeu optique, qui prouve qu'avec un seul œil on ne juge pas bien de la distance d'un objet.* 167

PROB. XVI. *Un aveugle de naissance ayant recouvré la vue, on lui présente un globe & un cube, qu'il a appris à discerner par le toucher. On demande si, sans le secours du tact & à la première vue, il pourra dire quel est le cube, quel est le globe.* ibid.

PROB. XVII. *Construction d'une machine au moyen de laquelle on pourra décrire perspectivement tous*

- les objets donnés , sans la moindre teinture de la science de la perspective.* 169
- PROB. XVIII. *Autre maniere de représenter un objet en perspective , sans aucune connoissance des principes de cet art.* 171
- PROB. XIX. *De la grandeur apparente des astres à l'horizon.* 173
- PROB. XX. *Sur le rétrécissement des allées parallèles.* 176
- PROB. XXI. *Comment faudroit-il s'y prendre pour tracer une allée qui , vue de l'une de ses extrémités , parût avoir ses côtés parfaitement parallèles ?* 178
- PROB. XXII. *Faire un tableau qui , suivant les côtés d'où on le considérera , présentera deux peintures différentes.* 179
- PROB. XXIII. *Décrire sur un plan une figure difforme , qui paroisse dans ses proportions étant vue d'un point déterminé.* 180
- PROB. XXIV. *Etant donné un quadrilatere quelconque , trouver les divers parallélogrammes ou rectangles dont il peut être la représentation perspective ; ou bien ,*
Etant donné un parallélogramme quelconque , rectangle ou non , trouver sa position & celle de l'œil , qui feront que sa représentation perspective sera un quadrilatere donné. 183
- Des Miroirs plans. 186
- PROB. XXV. *Un point de l'objet B & le lieu de l'œil A étant donnés , trouver le point de réflexion sur la surface d'un miroir plan.* ibid.
- PROB. XXVI. *Même supposition faite que ci-dessus , trouver le lieu de l'image du point B.* 187

DES MATIERES.

425

PROB. XXVII. *Etant donnés plusieurs miroirs plans, & les places de l'œil & de l'objet, trouver le chemin du rayon venant de l'objet à l'œil, après deux, trois, quatre réflexions.* 188

PROB. XXVIII. *Propriétés diverses des Miroirs plans.* 190

PROB. XXIX. *Disposer plusieurs miroirs de manière qu'on puisse se voir dans chacun en même temps.* 193

PROB. XXX. *Mesurer une hauteur verticale, & dont le pied est même inaccessible, au moyen de la réflexion.* 194

PROB. XXXI. *Mesurer une hauteur verticale, inaccessible même par le pied, au moyen de son ombre.* 195

PROB. XXXII. *De quelques tours ou especes de subtilités qu'on peut exécuter avec des miroirs plans.* 196

1. *Tirer par dessus l'épaule un coup de pistolet aussi sûrement que si l'on couchoit en joue. ibid.*

2. *Faire une boîte dans laquelle on verra des corps pesants, comme une balle de plomb, monter contre leur inclination naturelle.* 197

3. *Construction d'une boîte où l'on voit des objets tout différents de ceux qu'on auroit vus par une autre ouverture, quoique les uns & les autres paroissent occuper toute la boîte. ibid.*

4. *Voir d'un premier étage ceux qui se présentent à la porte de la maison, sans se mettre à la fenêtre & sans être aperçu.* 199

PROB. XXXIII. *Avec des miroirs plans, produire le feu & l'incendie à une distance considérable.*

200

Des Miroirs sphériques, soit convexes, soit concaves. 202

PROB. XXXIV. *Le lieu de l'objet & celui de l'œil étant donnés, déterminer le point de réflexion & le lieu de l'image sur un miroir sphérique. ibid.*

PROB. XXXV. *Propriétés principales des miroirs sphériques convexes & concaves.* 205

PROB. XXXVI. *Des Miroirs ardents.* 207

PROB. XXXVII. *Quelques propriétés des miroirs concaves, relativement à la vision, ou à la formation des images.* 213

PROB. XXXVIII. *Construire une boîte ou chambre optique, où l'on voie les objets plus grands que la boîte.* 216

Des Miroirs cylindriques, coniques, &c; & des déformations qu'on exécute par leur moyen, 217

PROB. XXXIX. *Décrire sur un plan horizontal une figure difforme, qui paroisse belle étant vue d'un point donné, par réflexion sur la surface convexe d'un miroir cylindrique droit.* 218

PROB. XL. *Décrire sur un plan horizontal une figure difforme, qui paroisse belle étant vue par réflexion sur la surface d'un miroir conique, d'un point donné dans l'axe de ce cône prolongé.* 221

PROB. XLI. *Exécuter la même chose par le moyen d'un miroir pyramidal.* 223

Des Verres lenticulaires, ou lentilles de verre. 224

PROB. XLII. *Trouver le foyer d'un globe de verre.* 225

DES MATIERES. 427

PROB. XLIII. *Trouver le foyer d'une lentille quelconque de verre.* 227

Des Verres Ardents. 230

PROB. XLIV. *De quelques autres propriétés des verres lenticulaires.* 233

Des Lunettes d'approche ou Télescopes, tant de réfraction que de réflexion. 234

Des Lunettes de réfraction. 235

Des Télescopes à réflexion. 240

PROB. XLV. *Construction d'une lunette par laquelle on peut considérer un objet différent de celui auquel on paroît mirer.* 245

Des Microscopes. 247

PROB. XLVI. *Construction du Microscope simple.* ibid.

PROB. XLVII. *Des Microscopes composés.* 250

PROB. XLVIII. *Maniere fort simple de juger de la grandeur réelle des objets vus dans le microscope.* 253

PROB. XLIX. *Construire un tableau magique, ou tel qu'étant vu dans un certain point & à travers un verre, il présentera un objet tout différent de celui qu'on verra à l'œil nu.* 254

PROB. L. *Construction d'une lanterne artificielle, avec laquelle on puisse lire la nuit de fort loin.* 260

PROB. LI. *Construction de la Lanterne magique.* ibid.

PROB. LII. *Construction du Microscope solaire.* 263

PROB. LIII. *Des Couleurs, & de la différente réfrangibilité de la Lumière.* 265

- PROB. LIV. *De l'Arc-en-ciel : comment il se forme , & maniere de l'imiter.* 269
- PROB. LV. *De l'analogie entre les couleurs & les tons de la Musique. Du Claveffin oculaire du pere Castel.* 274
- PROB. LVI. *Composer un tableau représentant toutes les couleurs , & déterminer leur nombre.* 278
- PROB. LVII. *D'où vient la couleur bleue du ciel ?* 281
- PROB. LVIII. *Pourquoi , dans certains temps , les ombres des corps sont bleues ou azurées , au lieu d'être noires ?* 283
- PROB. LIX. *Expérience sur les Couleurs.* 284
- PROB. LX. *Construction d'un photophore ou portelumière , très-commode & très-avantageux pour éclairer une table où l'on lit ou écrit.* 285
- PROB. LXI. *La place d'un objet , par exemple d'un papier sur une table , étant déterminée , & celle du pied du flambeau qui doit l'éclairer , déterminer la hauteur à laquelle il faut placer cette lumière pour que cet objet soit le plus éclairé qu'il est possible.* 287
- PROB. LXII. *Quel est le rapport de la lumière de la lune à celle du soleil ?* 288
- PROB. LXIII. *De quelques illusions optiques.* 290
- PROB. LXIV. *Est-il vrai que la lumière se réfléchit plus vivement de dessus l'air que de dessus l'eau ?* 293
- PROB. LXV. *Exposition d'un phénomène non-aperçu ou négligé par les Physiciens.* 296
- PROB. LXVI. *De quelques autres Phénomènes curieux des Couleurs & de la Vision.* 297

DES MATIERES. 429

PROB. LXVII. *Déterminer combien de temps la sensation de la lumière dure dans l'œil.* 300

SUPPLÉMENT, contenant un précis d'Observations microscopiques les plus curieuses. 301

§. I. *Des animaux ou prétendus animaux du vinaigre & des infusions des plantes.* 302

§. II. *Des Animaux spermatiques.* 305

§. III. *Des Animaux ou Molécules mobiles du blé vicié.* 309

§. IV. *Des Mouvements de la Tremella.* 310

§. V. *De la Circulation du Sang.* 312

§. VI. *De la Composition du Sang.* 314

§. VII. *De la Peau, de ses Pores & de ses Ecaillés.* ibid.

§. VIII. *Des Poils des Animaux.* 316

§. IX. *Singularités des Yeux dans la plupart des Insectes.* ibid.

§. X. *Des Mites du fromage, & autres.* 318

§. XI. *Le Pou & la Puce.* 319

§. XII. *La Moisissure.* 321

§. XIII. *La Poussière du Lycoperdon.* 322

§. XIV. *De la Poussière des étamines des Fleurs.* 323

§. XV. *Les Trous apparents de quelques feuilles de Plantes.* ibid.

§. XVI. *Le Duvet des Plantes.* 324

§. XVII. *Des Etincelles qu'on tire d'un fusil d'acier avec une pierre.* ibid.

§. XVIII. *Les Aspérités des corps qui paroissent les plus polis & les plus tranchants.* 325

§. XIX. *Des Sables vus au Microscope.* 326

§. XX. *Les Pores du Charbon.* ibid.

CINQUIEME PARTIE.

ACOUSTIQUE ET MUSIQUE.

ARTICLE PREMIER. *En quoi consiste le son : comment il se répand, & se transmet à notre organe : expériences relatives à cet objet : des diverses manieres de produire le son.* 330

ARTICLE II. *Sur la vitesse du son : expériences pour la déterminer : maniere de mesurer les distances par ce moyen.* 334

ARTICLE III. *Comment les sons peuvent se répandre dans tous les sens sans confusion.* 337

ARTICLE IV. *Des échos : leur production : histoire des Echos les plus célèbres : de quelques autres phénomènes analogues.* 340

ARTICLE V. *Expériences sur les vibrations des cordes sonores, qui forment la base de la Musique théorique.* 347

PROBLÈME. *Déterminer le nombre de vibrations que fait une corde de longueur & de grosseur données, & tendue par un poids donné; ou bien, quel est le nombre de vibrations qui forme un ton assigné?* 351

ARTICLE VI. *Maniere d'ajouter, soustraire les Accords entr'eux, les diviser, les multiplier, &c.* 356

PROB. I. *Ajouter deux accords entr'eux.* 356

PROB. II. *Soustraire un accord d'un autre.* 357

PROB. III. *Doubler ou multiplier un accord autant de fois qu'on voudra.* 358

PROB. IV. *Diviser un accord par tel nombre qu'on voudra, ou trouver un accord qui soit la moitié, le tiers, &c. d'un accord donné.*

359

ARTICLE VII. *De la Résonnance du corps sonore, principe fondamental de l'harmonie & de la mélodie : autres phénomènes harmoniques.* ibid.

QUESTION. *Les sons harmoniques qu'on entend avec le son principal, ont-ils leur source immédiate dans le corps sonore, ou résident-ils seulement dans l'air ou dans l'organe ?* 364

ARTICLE VIII. *Des différents Systèmes de Musique, Grec, Moderne, & de leurs particularités.* 366

§. I. *De la Musique Grecque.* ibid.

§. II. *De la Musique Moderne.* 371

ARTICLE IX. *Paradoxes musicaux.* 377

§. I. *On ne peut entonner juste ces sons, sol, ut, la, re, sol, sçavoir, de sol à ut en montant, de ut à la en descendant de tierce mineure, puis montant de quarte à re, & redescendant de re à sol, de quinte ; on ne peut, dis-je, entonner juste ces intervalles, & faire le second sol à l'unisson du premier.* ibid.

§. II. *Dans un instrument à touches, comme dans un clavessin, il est impossible que les tierces & les quintes soient ensemble justes.*

378

§. III. *Une note inférieure, par exemple re, affectée du dièse, n'est pas la même chose que la note supérieure mi, affectée du bémol ; & ainsi des autres notes distantes d'un ton entier.*

380

432 TABLE DES MATIÈRES.

ARTICLE X. *Quelle est la cause du plaisir musical? Des effets de la musique sur les hommes & sur les animaux.* 381

ARTICLE XI. *Des propriétés de quelques instruments, sur-tout des instruments à vent.* 389

ARTICLE XII. *Du son fixe : maniere de le transfmettre & de le conserver.* 392

ARTICLE XIII. *Application singuliere de la musique à une question de mécanique.* 395

ARTICLE XIV. *Quelques considérations singulieres sur les dieses & sur les bémols, ainsi que sur leur progression dans leur différents tons.* 397

ARTICLE XV. *Maniere de perfectionner les Instruments à cylindre, & de les rendre capables d'exécuter toutes sortes d'airs.* 402

ARTICLE XVI. *De quelques Instruments ou Machines de Musiques, remarquables par leur singularité ou leur composition.* 407

ARTICLE XVII. *D'un instrument nouveau, appelé harmonica.* 409

ARTICLE XVIII. *De quelques idées bizarres relatives à la Musique.* 412

Fin de la Table du second Volume.





